Integralrechnung

MmF

Vorkurs 2026

Bundesministerium
Frauen, Wissenschaft
und Forschung

Bundesministerium
Bildung

universität
wien

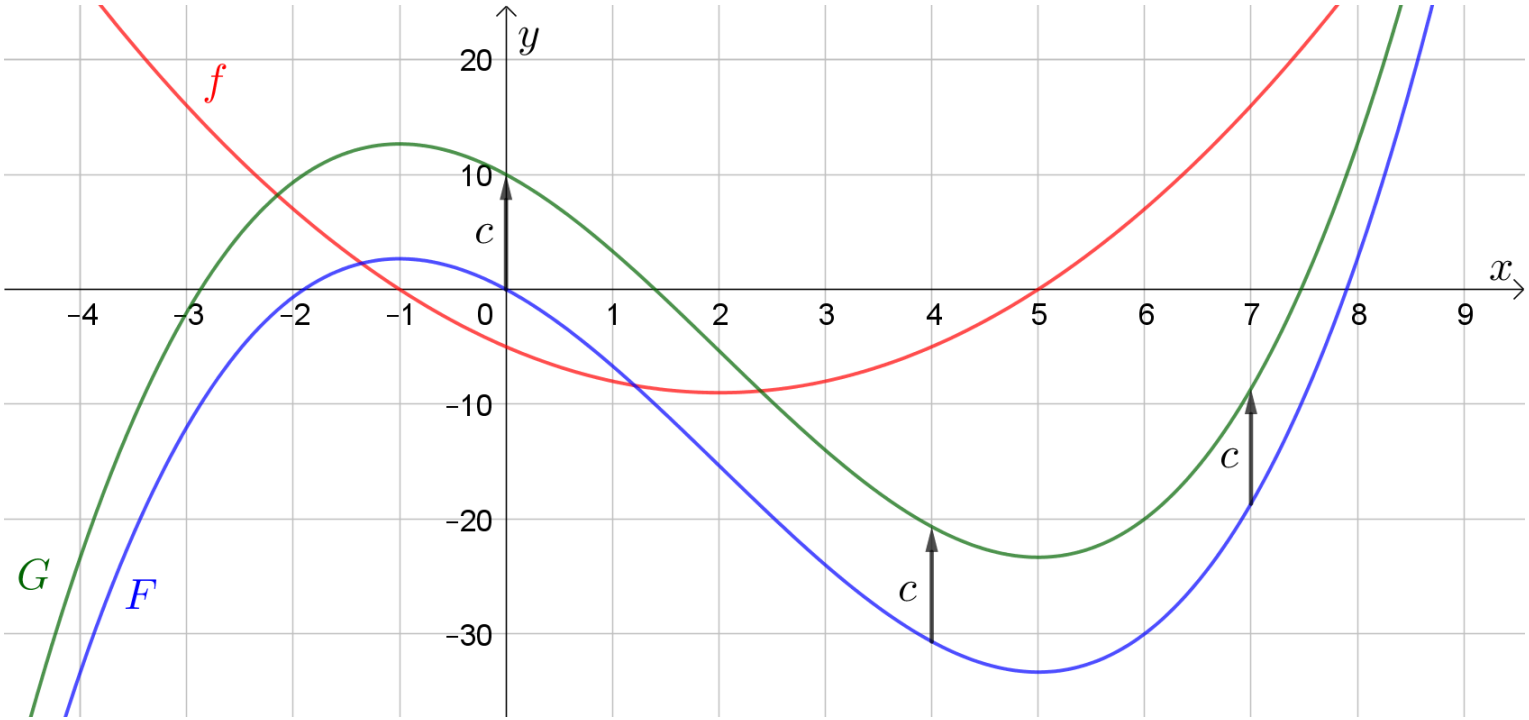
Folien online verfügbar: https://mmf.univie.ac.at/vorkurs

CC BY NC ND

Überblick zu den Materialien

- AS – Integralrechnung
  - AB – Stammfunktionen
  - AB – Kulturtechnik Integration
  - AB – Bestimmtes Integral
  - AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
  - AB – Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen
  - AB – Phys. Anwendungen der Diff.- und Integralrechnung
  - AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung
  - AB – Rotationsvolumen
  - AB – Bogenlänge
  - AB – Integration durch Substitution
  - AB – Partielle Integration

Was sind Stammfunktionen einer Funktion f?

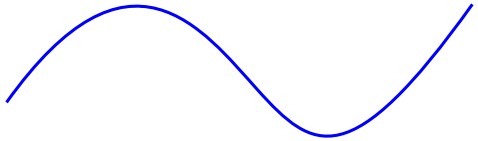


AB – Stammfunktionen

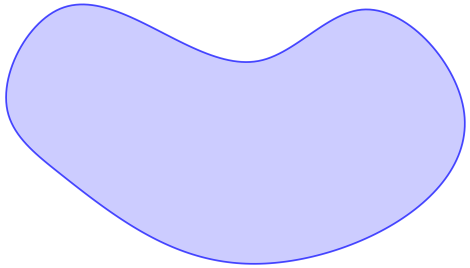
Kulturtechnik Integration

Was haben die 3 folgenden Probleme gemeinsam?

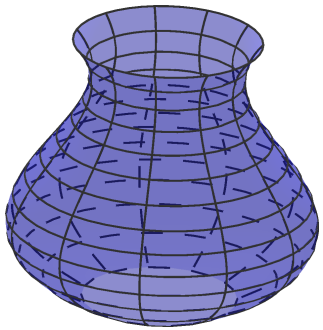
1. Länge der Kurve ermitteln:



2. Flächeninhalt der Figur ermitteln:



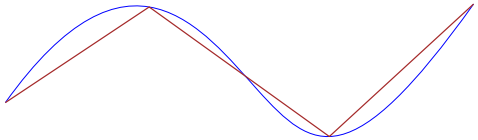
3. Volumen der Vase ermitteln:



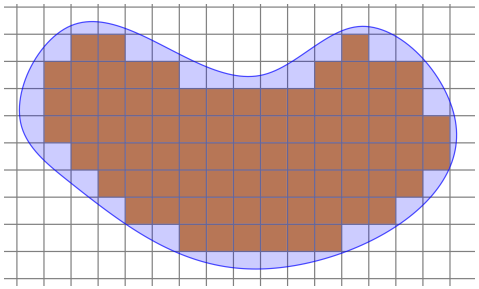
Kulturtechnik Integration

Wir nähern uns der Lösung mit einfacheren Objekte an:

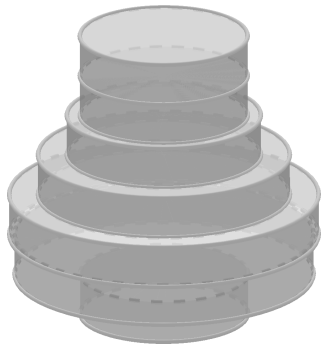
1. Annäherung durch Streckenzüge:



2. Annäherung durch Quadrate:



3. Annäherung durch Drehzylinder:

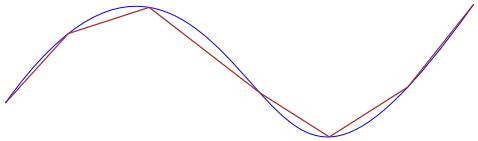


Wie können wir die Annäherung verbessern?

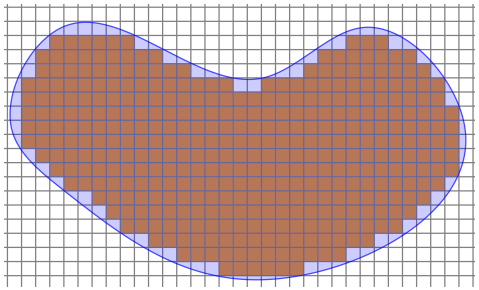
Kulturtechnik Integration

Je feiner die Zerlegung, desto besser ist die Annäherung:

1. Streckenzüge verfeinern:

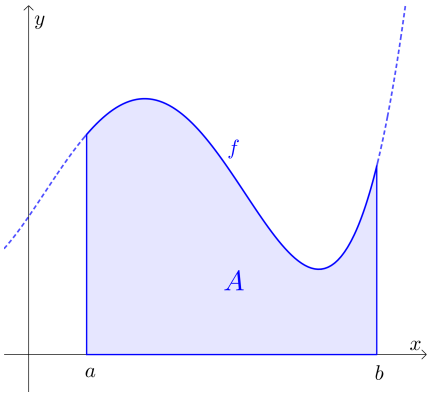


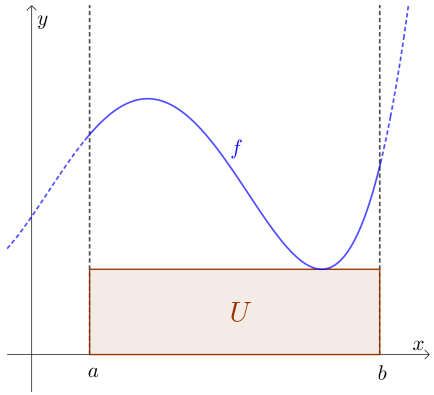
2. Raster verfeinern:

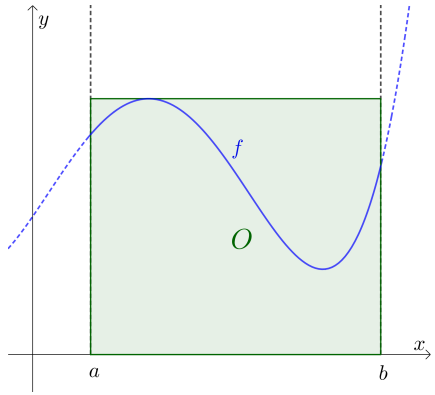


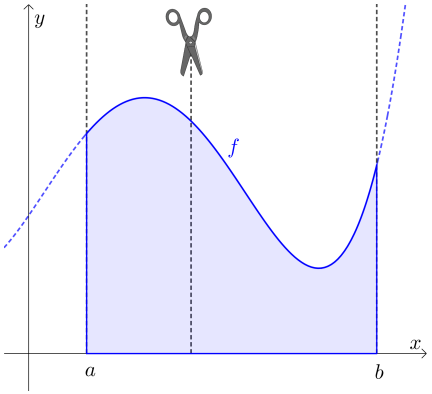
3. Schnitte der Drehzylinder verfeinern:

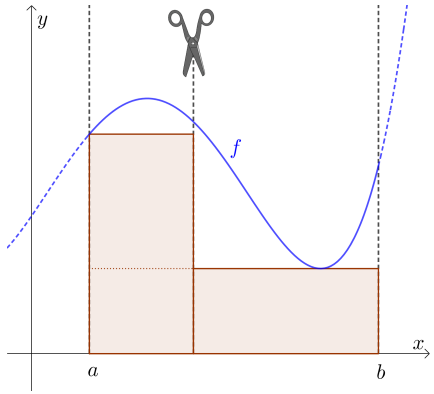
Untersummen & Obersummen bei Funktionsgraphen

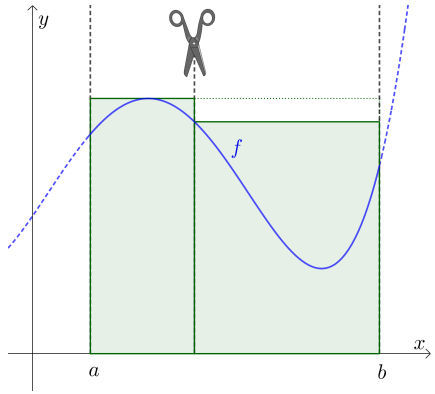


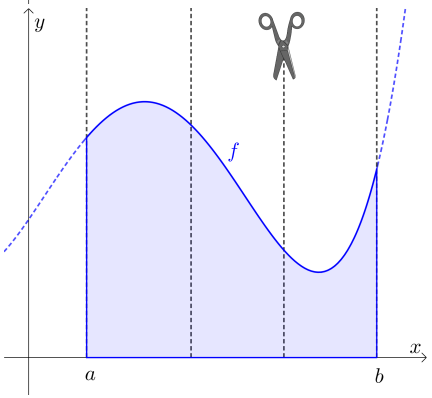


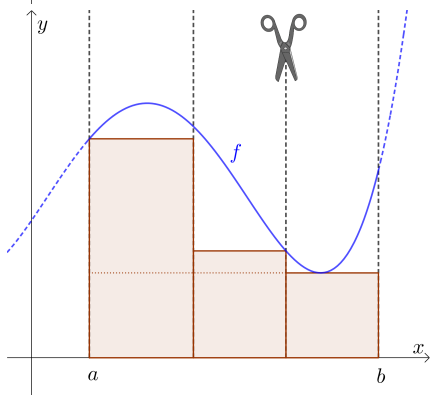


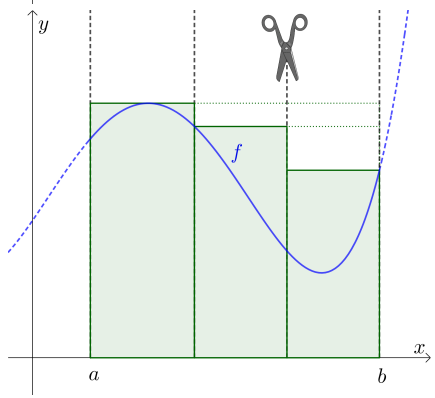








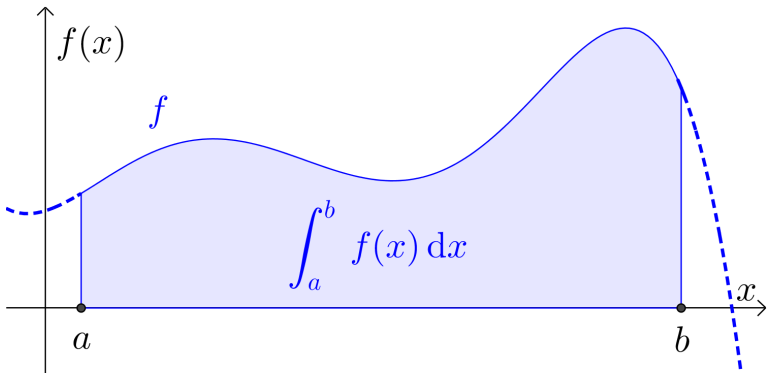




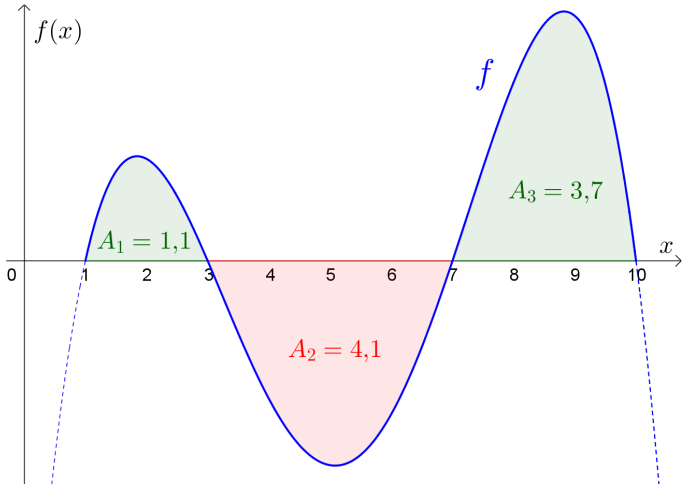
AB – Kulturtechnik Integration

Bestimmtes Integral

Was ist das bestimmte Integral von f im Intervall $[a, b]$?



Was ist ein orientierter Flächeninhalt?

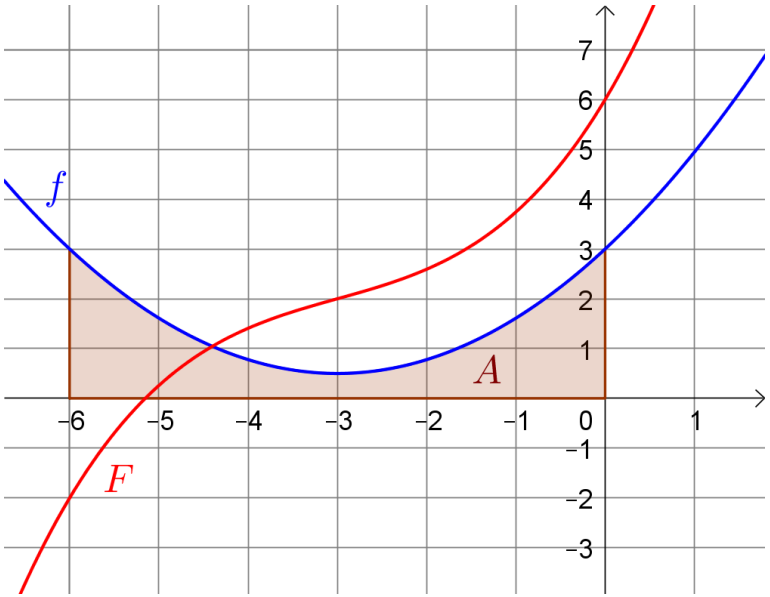


$$\int_1^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = ?$$

AB – Bestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Wie hilft der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung bei der Berechnung von bestimmten Integralen?



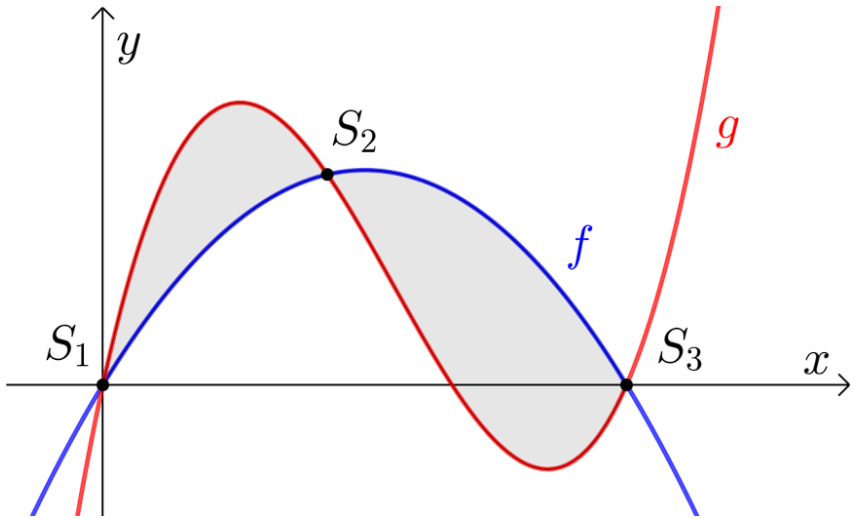
F ist eine Stammfunktion von f.

$$\int_{-6}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t = ?$$

AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

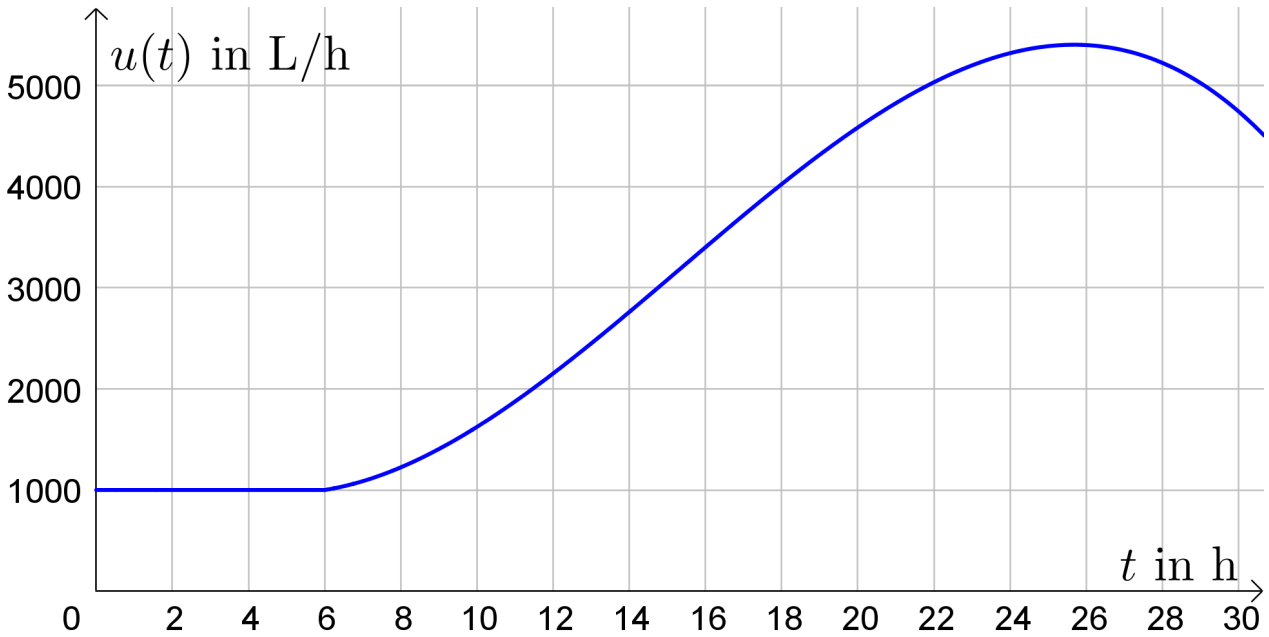
Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen

Wie berechnet man mithilfe von f und g den Inhalt der grau markierten Fläche?



AB – Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen

Durch ein Abflussrohr fließt Wasser ab.
$u(t)$ ... Abflussrate in L/h zum Zeitpunkt t in h

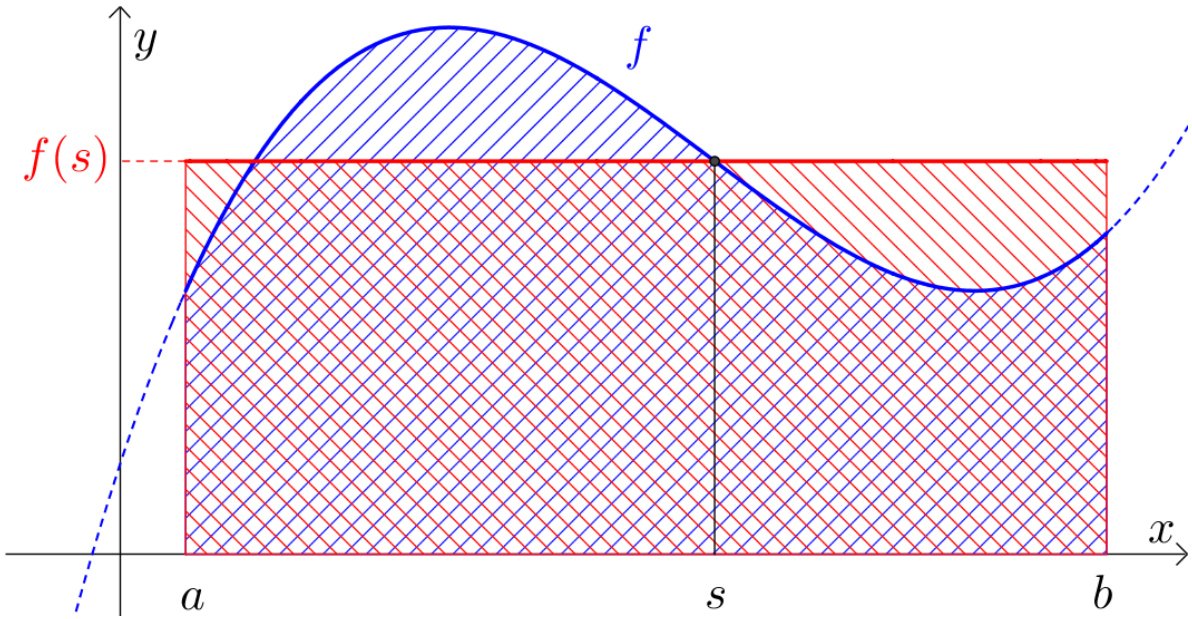


- Wie viel Wasser ist im Zeitintervall $[0\,\text{h}, 6\,\text{h}]$ abgeflossen?
- Wie viel Wasser ist im Zeitintervall $[0\,\text{h}, 24\,\text{h}]$ abgeflossen?

AB – Physikalische Anwendungen der Differential- und Integralrechnung

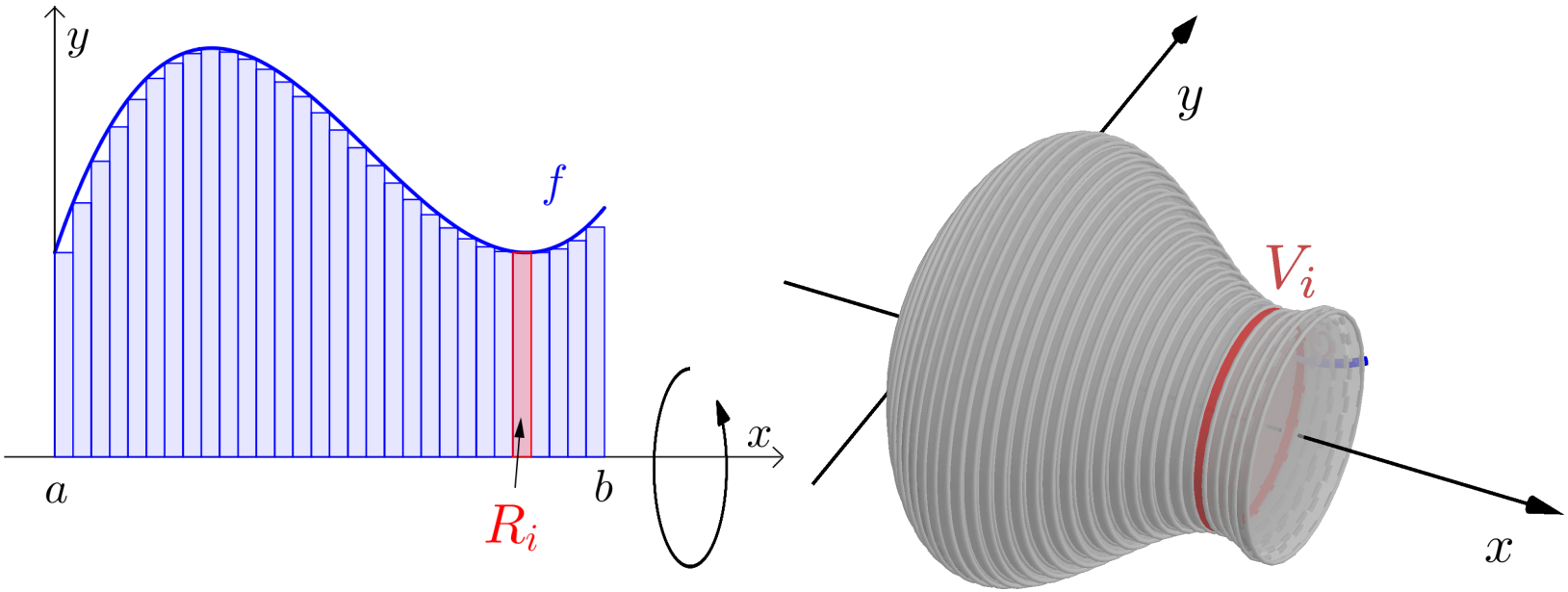
Mittelwertsatz der Integralrechnung

Was ist der Mittelwertsatz der Integralrechnung?
Wie berechnet man den „durchschnittlichen Funktionswert“ einer Funktion f im Intervall $[a, b]$?



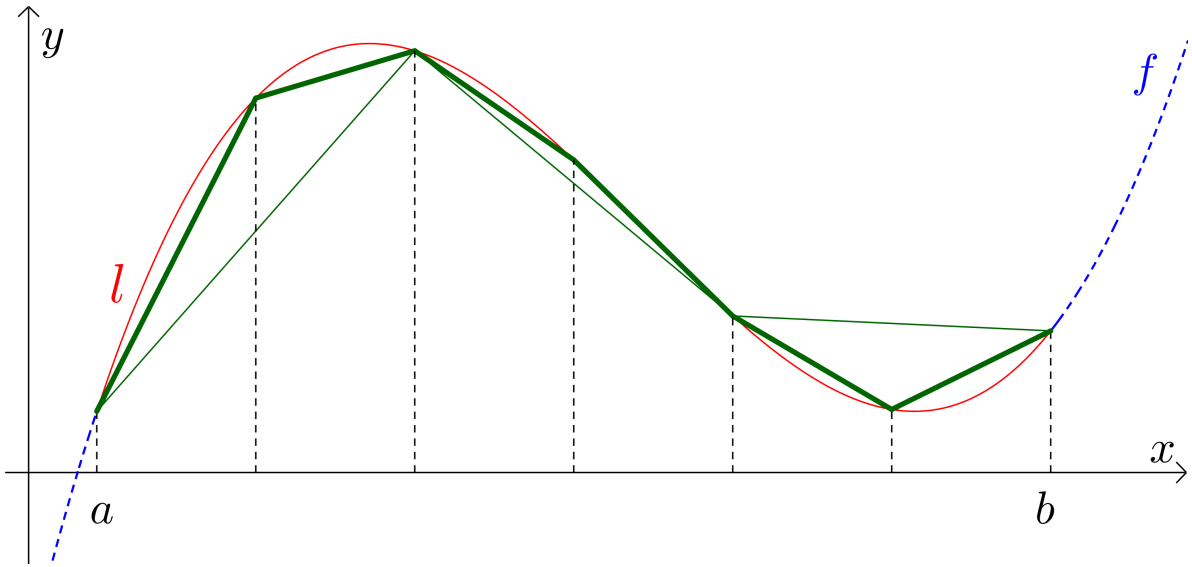
AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung

Wie berechnet man das Volumen von Rotationskörpern?



AB – Rotationsvolumen

Wie berechnet man die Bogenlänge eines Funktionsgraphen?

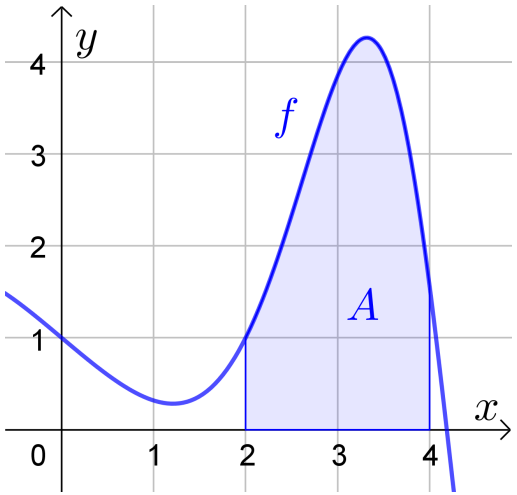


AB – Bogenlänge

Integration durch Substitution

Wie kann man eine Stammfunktion von $h(x) = \sin(3 \cdot x + 1)$ durch Umkehrung der Kettenregel ermitteln?

Wie können Substitutionen beim Ermitteln von Stammfunktionen helfen?



AB – Integration durch Substitution

Partielle Integration

Wie hängt partielle Integration mit der Produktregel zusammen?

Wie hilft partielle Integration beim Ermitteln einer Stammfunktion von $p(x) = x \cdot \cos(x)$?

$$f \cdot g' = (f \cdot g)' - f' \cdot g$$

Integrieren Ableiten

AB – Partielle Integration