

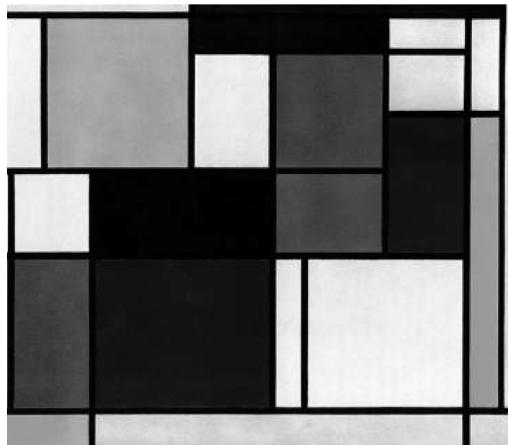
Zentral gestellte niederländische Reifeprüfung Mathematik; <https://wiskunde-examens.nl>

Wir stellen hier eine Übersetzung der Aufgabenstellungen der niederländischen Reifeprüfung Mathematik (vwo wiskunde C) zur Verfügung. Die Übersetzung wurde vom *Mathematik macht Freu(n)de*-Team mit Unterstützung von *Google Translate* angefertigt. Die Originaldatei ist jeweils nach dem entsprechenden übersetzten Aufgabenblock eingebunden. Bilder und Grafiken wurden aus der Originaldatei in die Übersetzung direkt übernommen. Irrtümer vorbehalten.

VWO WISKUNDE C – 1. TERMIN 2019

Mondriaan

Piet Mondriaan (1872-1944) war ein niederländischer Maler, der allgemein als einer der Begründer der abstrakten Kunst gilt. Seine spätere Arbeiten – Gemälde bestehend aus schwarzen Linien und roten, gelben, blauen und weißen Feldern – sind weltberühmt.



Ein Künstler möchte ein Gemälde machen, das einem Gemälde von Piet Mondriaan ähnelt. Er möchte die drei Farben Rot, Blau und Weiß für die Felder verwenden. Dem Künstler macht es nichts aus, wenn zwei benachbarte Felder dieselbe Farbe haben.

Die Anzahl der Möglichkeiten, wie er sein Gemälde einfärben kann, also die Anzahl der möglichen Färbungen, hängt von der Anzahl der Felder ab, aus denen das Gemälde besteht. Die Beziehung zwischen der Anzahl möglicher Färbungen M und der Anzahl der Felder V ist: $M = 3^V$.

Der Künstler möchte mindestens fünf Millionen Möglichkeiten zum Ausmalen des Gemäldes haben.

1. (3 Punkte) Berechnen Sie, wie viele Felder das Gemälde mindestens haben muss.

Ein Freund des Künstlers behauptet, dass man nur die Anzahl der Felder verdoppeln muss, um im Allgemeinen die Anzahl möglicher Färbungen zu verdoppeln.

2. (3 Punkte) Finden Sie heraus, ob dies der Fall ist.

Letztendlich entscheidet sich der Künstler für ein Gemälde mit 17 Felder wie in der Abbildung unten. Die Abbildung ist in der [Beilage zur Ausarbeitung](#) vergrößert.

Der Künstler möchte das Gemälde in der Abbildung rechts mit folgenden drei Farben ausmalen: rot, blau und weiß. Er entscheidet außerdem, dass zwei benachbarte Felder nicht dieselbe Farbe haben sollen.

1	4	7	11	15
		8		
2	3	5	9	16
			10	17
		6		

Wir können die Färbung der verschiedenen Felder mit der folgenden **Notation** darstellen: W_5 bedeutet „Feld 5 ist weiß gefärbt“ und B_{12} bedeutet „Feld 12 ist blau gefärbt“.

Der Künstler beginnt, Feld 1 rot zu malen. Er sagt zu seinem Freund: „Feld 1 ist rot, Feld 4 ist blau oder weiß.“

3. (2 Punkte) Formulieren Sie die Worte des Künstlers mit der obigen Notation in logischen Symbolen.

Der Künstler wählt für Feld 4 weiß als Farbe. Mit folgenden logischen Ausdrücken kann dargestellt werden, was diese Wahl der Farbe für weitere Felder des Gemäldes bedeutet:

- $(R_1 \wedge W_4) \Rightarrow B_3$
- $B_3 \Rightarrow (\neg B_5 \wedge \neg B_2)$
- $(R_1 \wedge \neg B_2) \Rightarrow W_2$
- $(W_2 \wedge B_3) \Rightarrow R_6$

4. (4 Punkte) Formulieren Sie diese vier Schritte in Worten.

Für den Rest der Aufgabe gehen wir davon aus, dass der Künstler bei der obigen Auswahl bleibt.

5. (3 Punkte) Geben Sie für Feld 5 einen Ausdruck an, der durch die oben beschriebene Notation und logische Symbole, die aus mehreren Argumentationsschritten bestehen, dargestellt wird, und erklären Sie, warum es dem Künstler nicht gelingt, Feld 5 zu färben.

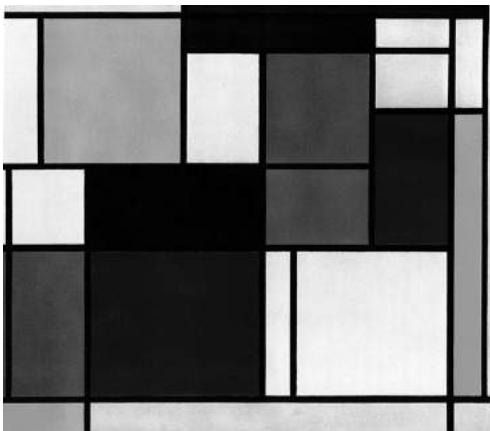
Der Künstler braucht also eine vierte Farbe und malt Feld 5 gelb. Es ist möglich, den Rest des Bildmaterials zu färben, ohne die Farbe Gelb ein zweites Mal verwenden zu müssen. Die Abbildung ist auch in der [Beilage zur Ausarbeitung](#) vergrößert.

6. (4 Punkte) Geben Sie auf der Beilage zur Ausarbeitung an, wie das Kunstwerk ausgehend vom Obenstehenden bemalt werden muss.

Mondriaan

Piet Mondriaan (1872-1944) was een Nederlandse kunstschilder die algemeen wordt gezien als één van de grondleggers van de abstracte kunst.

Vooral zijn latere werk, schilderijen bestaand uit zwarte lijnen en rode, gele, blauwe en witte vlakken, is wereldberoemd.



Een kunstenaar wil een schilderij maken dat lijkt op een schilderij van Piet Mondriaan. Hij wil daarbij voor de vlakken de drie kleuren rood, blauw en wit gebruiken. De kunstenaar vindt het niet erg als twee naast elkaar liggende vlakken dezelfde kleur hebben.

Het aantal manieren waarop hij zijn schilderij in kan kleuren, het aantal mogelijke **kleuringen** dus, hangt af van het aantal vlakken waaruit het schilderij bestaat. Het verband tussen het aantal mogelijke kleuringen M en het aantal vlakken V is: $M = 3^V$.

De kunstenaar wil minimaal vijf miljoen mogelijkheden hebben om het schilderij in te kleuren.

- 3p 1 Bereken hoeveel vlakken het schilderij dan minstens moet hebben.

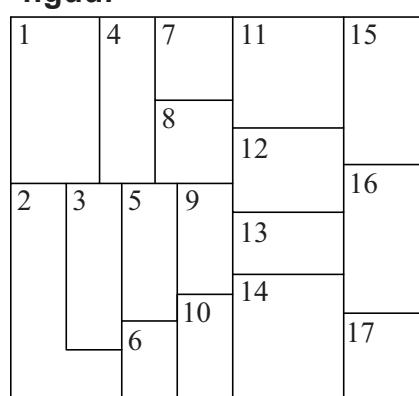
Een vriend van de kunstenaar beweert dat, als je in het algemeen het aantal mogelijke kleuringen wilt verdubbelen, je gewoon het aantal vlakken moet verdubbelen.

- 3p 2 Onderzoek of dat het geval is.

Uiteindelijk kiest de kunstenaar voor een schilderij met 17 vlakken, zoals weergegeven in de figuur. De figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

De kunstenaar wil het schilderij van de figuur inkleuren met de drie eerder genoemde kleuren: rood, blauw en wit. Daarnaast besluit hij, bij nader inzien, toch dat twee aan elkaar grenzende vlakken niet dezelfde kleur mogen hebben.

figuur



lees verder ►►►

We kunnen de kleuring van de verschillende vlakken weergeven met de volgende **notatie**: W_5 betekent “vlak nummer 5 is wit gekleurd” en B_{12} betekent “vlak nummer 12 is blauw gekleurd”.

De kunstenaar begint met vlak nummer 1 rood te kleuren. Tegen zijn vriend zegt hij “Vlak nummer 1 is rood, dus vlak nummer 4 is blauw of wit”.

- 2p 3 Vertaal de uitspraak van de kunstenaar in logische symbolen, gebruik makend van bovenstaande notatie.

De kunstenaar kiest ervoor om vlak nummer 4 wit te kleuren. Het gevolg daarvan voor een deel van de rest van het schilderij kan worden weergegeven met de volgende logische redenering, bestaande uit vier redeneerstappen:

- $(R_1 \wedge W_4) \Rightarrow B_3$
- $B_3 \Rightarrow (\neg B_5 \wedge \neg B_2)$
- $(R_1 \wedge \neg B_2) \Rightarrow W_2$
- $(W_2 \wedge B_3) \Rightarrow R_6$

- 4p 4 Geef de vier stappen van deze redenering in gewone zinnen.

Voor de rest van de opgave gaan we ervan uit dat kunstenaar blijft bij bovenstaande keuze.

- 3p 5 Geef een redenering, weergegeven met de hierboven beschreven notatie en logische symbolen, bestaande uit een aantal redeneerstappen, voor vlak nummer 5 **en leg daarmee uit waarom** de kunstenaar er niet in zal slagen vlak nummer 5 een kleur te geven.

De kunstenaar heeft dus een vierde kleur nodig en kiest ervoor om vlak nummer 5 geel te kleuren. Het is mogelijk om de rest van het kunstwerk in te kleuren zonder een tweede keer de kleur geel in te hoeven zetten. De figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

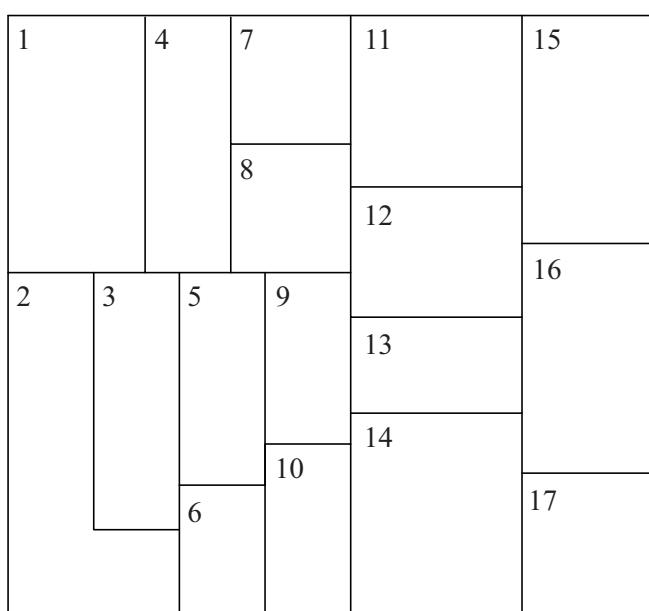
- 4p 6 Geef op de uitwerkbijlage aan hoe het kunstwerk ingekleurd moet worden, uitgaande van het bovenstaande.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____

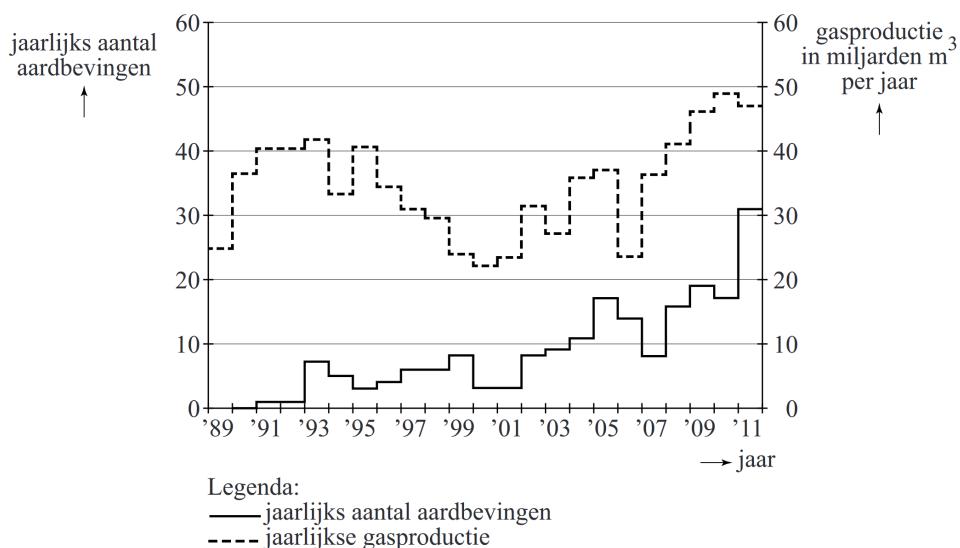
Kandidaatnummer _____

6



Erdbeben in Groningen

In der Provinz Groningen kommt es regelmäßig zu Erdbeben infolge der Gasförderung. Dies wurde 2013 in großem Umfang untersucht. So wurde etwa der Zusammenhang zwischen Gasproduktion und Erdbeben untersucht. Einige Ergebnisse hierzu sind in der Abbildung unten dargestellt. Diese Abbildung ist vergrößert auch in der Beilage zur Ausarbeitung zu finden. Hier sieht man beispielsweise, dass es 1993 sieben Erdbeben gab und im selben Jahr 42 Milliarden Kubikmeter Gas produziert wurden.



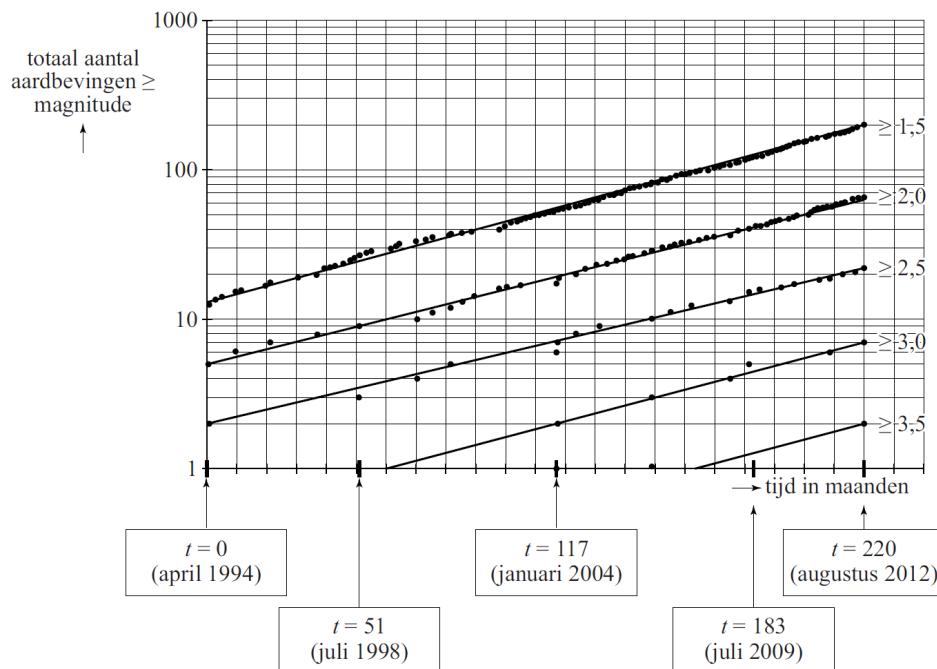
Wir betrachten die folgenden drei Aussagen:

- Die Gasproduktion und die Anzahl der Erdbeben nahmen im gesamten Zeitraum von 2000 bis 2011 um denselben Prozentsatz zu.
- Wenn die Gasproduktion in einem Jahr nach 2000 sank, führte dies ein Jahr später immer zu einem Rückgang der Erdbeben.
- Im Zeitraum 2005-2011 war die mittlere jährliche Zunahme der Anzahl der Erdbeben größer als im Zeitraum 1998-2004.

7. (5 Punkte) Geben Sie für jede Aussage an, ob sie wahr ist oder nicht. Verwenden Sie in Ihrer Erklärung die Daten aus der Abbildung oben und gegebenenfalls auch die Abbildung in der **Beilage**.

Die **Magnitude**, die Stärke eines Erdbebens, wird mit einer Zahl auf der Richterskala ausgedrückt. Die Abbildung unten zeigt die Erdbeben in Groningen ab 1994 klassifiziert nach Stärke. Dies ergibt ein auffälliges Muster entlang der logarithmisch skalierten vertikalen Achse: Alle eingezeichneten Graphen sind annähernd parallele Geraden.

Jeder Punkt in dieser Abbildung repräsentiert ein Erdbeben einer bestimmten Stärke: Man sieht, dass es kurz vor Juli 2009 ein Erdbeben mit Magnitude $\geq 3,0$ gab. Dieses Erdbeben sieht man auch in den Erdbeben der Klassen $\geq 2,5$, $\geq 2,0$ und $\geq 1,5$.



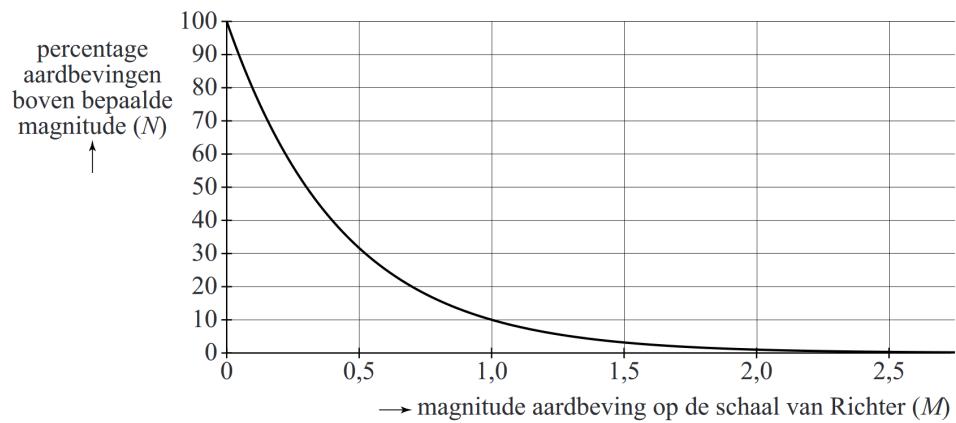
Die Studie befasste sich nur mit Erdbeben, die Schäden verursachen können. Da Erdbeben mit einer Stärke von weniger als 1,5 keinen Schaden anrichten, sind sie in der Abbildung nicht enthalten.

- 8. (3 Punkte) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Erdbeben im August 2012 mit Magnitude $\geq 2,0$ eine Magnitude von 2,5 oder größer haben. Geben Sie Ihre Antwort in ganzen Prozenten an.**

Die Tatsache, dass die Graphen in der Abbildung annähernd parallele Geraden sind, bedeutet, dass die Anzahl der Erdbeben jeder Klasse mit ungefähr demselben Wachstumsfaktor exponentiell zunimmt. Die Gesamtzahl der Erdbeben A_n für Magnituden $\geq 1,5$ kann daher als geometrische Reihe geschrieben werden. Aus der Abbildung oben kann man ablesen: $A_0 = 12$ und $A_{220} = 200$.

- 9. (4 Punkte) Stellen Sie eine rekursive Formel für A_n auf.**

In einem Bericht der staatlichen Bergbauaufsicht wird festgestellt, dass ein klarer Zusammenhang zwischen der Stärke und dem Prozentsatz der Erdbeben über dieser Stärke besteht. Diese Beziehung ist in Abbildung unten dargestellt.



Zum Beispiel kann gelesen werden, dass 10 % der Erdbeben eine Stärke über 1,0 haben. Dieser Graph hat die folgende Gleichung: $N = 10^{a-M}$

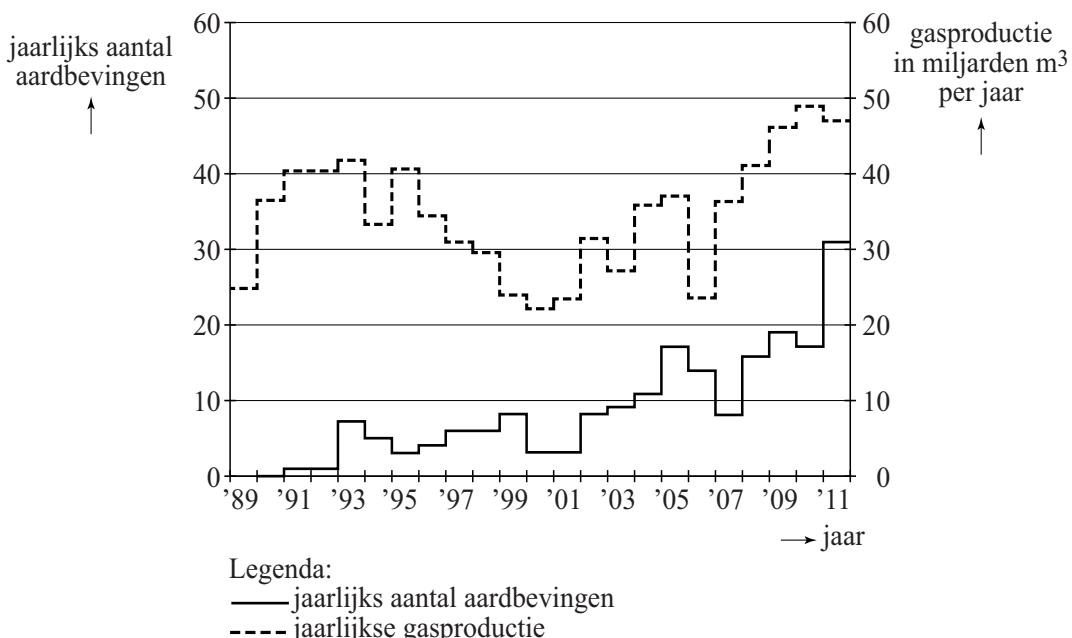
Dabei ist M die Magnitude und N der Prozentsatz der Erdbeben mit Magnitude größer als M .

18. (3 Punkte) Zeigen Sie rechnerisch, dass gilt: $a = 2$

Groningse aardbevingen

In de provincie Groningen vinden, als gevolg van gasproductie, regelmatig aardbevingen plaats. In 2013 is daar grootschalig onderzoek naar gedaan. Zo werd er gekeken naar het verband tussen de gasproductie en aardbevingen. Enkele resultaten daarvan staan in figuur 1. Deze figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage. Hier zie je bijvoorbeeld dat er in 1993 zeven aardbevingen zijn geweest en er in datzelfde jaar 42 miljard kubieke meter gas is geproduceerd.

figuur 1



We bekijken de volgende drie beweringen:

- 1 De gasproductie en het aantal aardbevingen zijn over de gehele periode 2000-2011 procentueel evenveel gestegen.
 - 2 Als na 2000 de gasproductie daalt, dan heeft dat altijd een jaar later ook een daling van het aantal aardbevingen tot gevolg.
 - 3 In de periode 2005-2011 is de gemiddelde stijging per jaar van het aantal aardbevingen groter dan in de periode 1998-2004.
- 5p 7 Geef van elke bewering aan of deze waar is of niet. Gebruik in je toelichting gegevens uit figuur 1 en gebruik daarbij eventueel de figuur op de uitwerkbijlage.

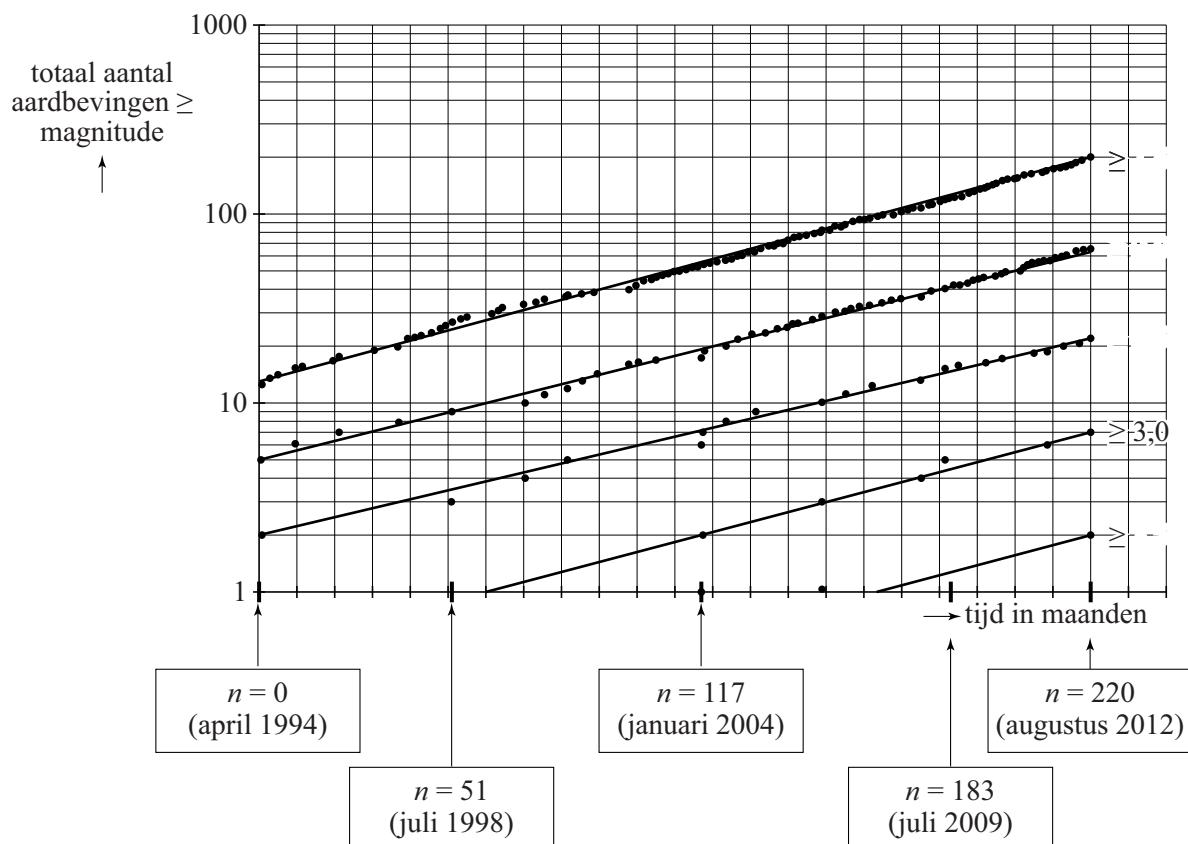
De **magnitude**, de kracht van een aardbeving, wordt uitgedrukt in een getal op de schaal van Richter.

In figuur 2 zijn de Groningse aardbevingen vanaf 1994 verzameld en ingedeeld naar sterkte. Dat geeft bij een logaritmische schaalverdeling langs de verticale as een opvallend patroon: alle grafieken zijn bij benadering evenwijdige rechte lijnen.

lees verder ►►►

Elke stip in deze figuur stelt een aardbeving van een zekere magnitude voor: zo kun je zien dat er vlak voor juli 2009 een aardbeving van magnitude $\geq 3,0$ heeft plaatsgevonden: die aardbeving zie je dus ook terug bij de aardbevingen van de klassen $\geq 2,5$; $\geq 2,0$ en $\geq 1,5$.

figuur 2



In het onderzoek werden alleen aardbevingen bekeken die schade zouden kunnen veroorzaken. Omdat aardbevingen met een magnitude van minder dan 1,5 geen schade aanrichten, zijn deze niet in figuur 2 opgenomen.

- 3p 8 Bereken voor augustus 2012 hoeveel procent van het aantal aardbevingen van magnitude $\geq 2,0$ een magnitude van 2,5 of hoger heeft. Geef je antwoord in gehele procenten.

Het feit dat de grafieken in figuur 2 evenwijdige rechte lijnen zijn, betekent dat het aantal aardbevingen van elke klasse exponentieel toeneemt met dezelfde groeifactor. Het totaal aantal aardbevingen A_n voor magnitudes $\geq 1,5$ tot en met maand n is daardoor te beschrijven als een meetkundige rij **een rij behorend bij een exponentieel verband***. Uit figuur 2 kunnen we dan aflezen: $A_0 = 12$ en $A_{220} = 200$.

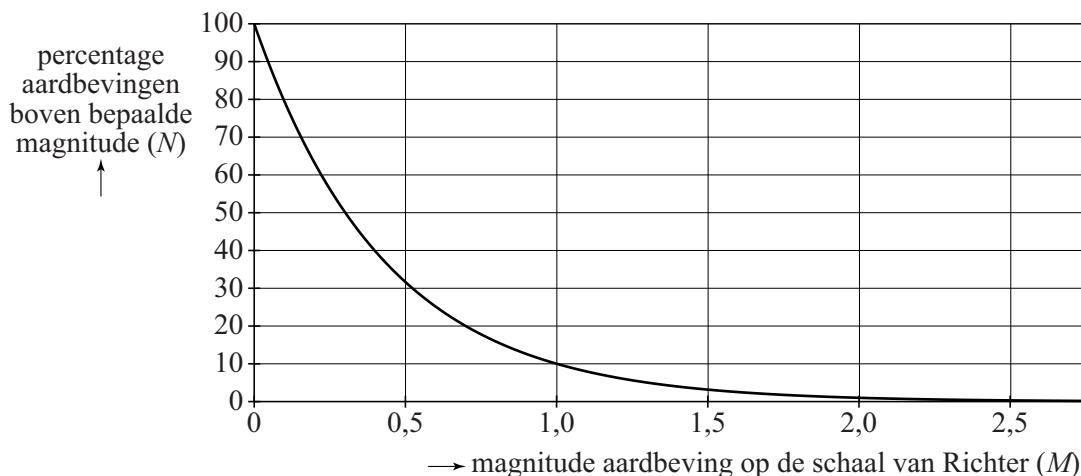
- 4p 9 Stel de recursieve formule voor A_n op.

* Door wiskunde-examens.nl aangepast conform een bij het examen verschenen erratum.

lees verder ►►►

In een rapport van het Staatstoezicht op de Mijnen wordt geconstateerd dat er een duidelijk verband is tussen de magnitude en het percentage aardbevingen boven die magnitude. In figuur 3 is dat verband weergegeven.

figuur 3



Zo is bijvoorbeeld af te lezen dat 10% van de aardbevingen een magnitude boven de 1,0 heeft.

Bij deze grafiek hoort de volgende formule:

$$N = 10^{a-M}$$

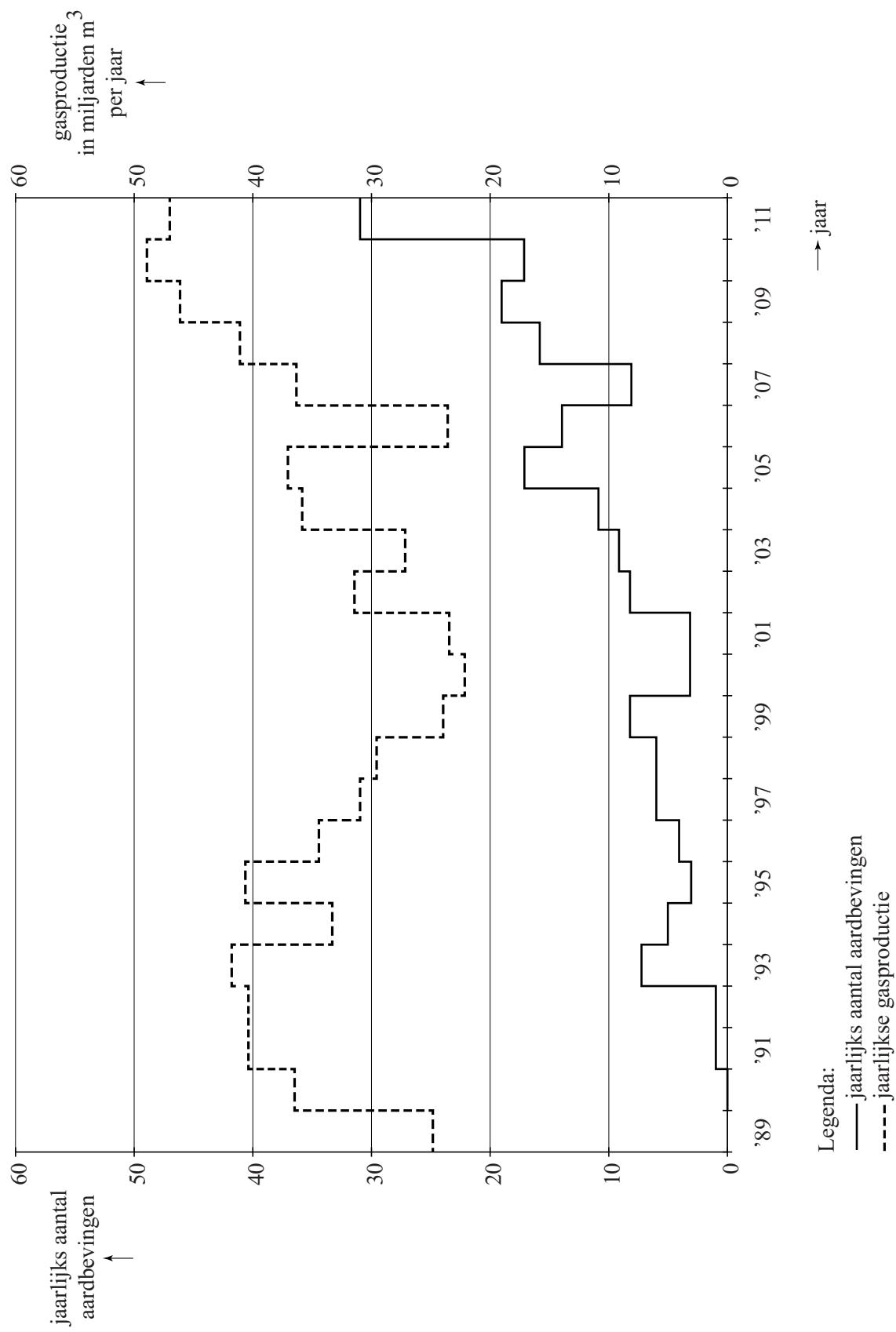
Hierbij is M de magnitude en N het percentage van de aardbevingen boven magnitude M .

- 3p 10 Laat met een berekening zien dat geldt: $a = 2$.

uitwerkbijlage

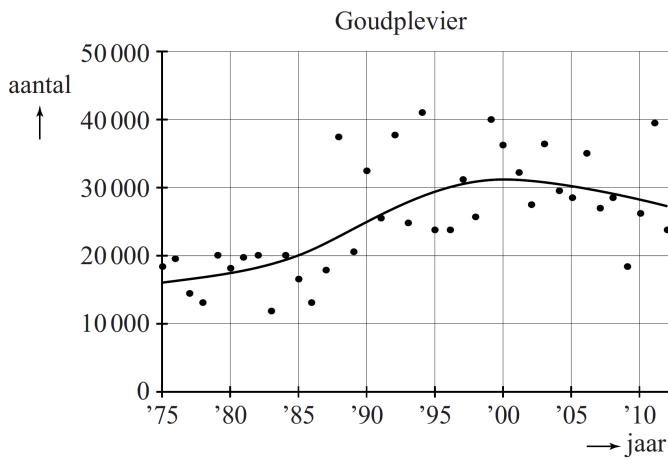
Naam kandidaat _____ Kandidaatnummer _____

7



Goldregenpfeifer

Ein Goldregenpfeifer ist ein Vogel, den es in den Niederlanden eigentlich nicht gibt, der aber während seiner Wanderungen in den Niederlanden brütet. Die Anzahl der Goldregenpfeifer ist Jahr für Jahr unterschiedlich. In der Abbildung unten ist die Anzahl der Goldregenpfeifer in den Niederlanden in den Jahren von 1975 bis 2012 als schwarze Punkte dargestellt.

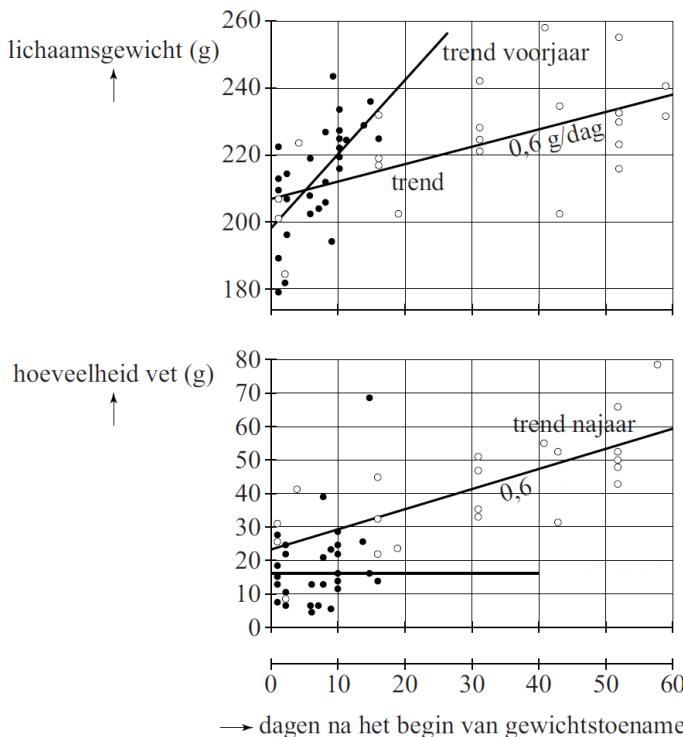


Die Abbildung zeigt auch eine Kurve, die den Verlauf näherungsweise angibt. Wir nehmen an, dass dieser Trend ab 2003 geradlinig verläuft und dass dies auch nach 2012 der Fall ist.

- 11. (4 Punkte) Berechnen Sie, wie viele Goldregenpfeifer es gemäß der Trendlinie im Jahr 2020 gibt. Geben Sie Ihre Antwort auf Tausender gerundet an.**

Die Goldregenpfeifer legen sich während ihres Aufenthalts in den Niederlanden Energiereserven für die bevorstehenden Wanderungen an. Dadurch nimmt ihr Gewicht zu.

Die Abbildung unten zeigt das Ergebnis einer Untersuchung der Gewichtszunahme: Das Gewicht und/oder die Menge an Fett wurde an einer gewissen Anzahl von zu verschiedenen Zeiten gefangenen Goldregenpfeifern bestimmt. Die weißen Punkte beziehen sich auf Beobachtungen im Herbst, die schwarzen Punkte auf Beobachtungen im Frühjahr. Die Trendlinien sind ebenfalls eingezeichnet.



Aufgrund spezifischer biologischer Eigenschaften kann in der Forschung bestimmt werden, wann die Gewichtszunahme eines Goldregenpfeifers beginnt. Anhand der Trendlinien in der Abbildung oben kann man untersuchen, ob die folgenden Aussagen wahr sind.

- I Im Frühjahr ist die mittlere tägliche Gewichtszunahme eines Goldregenpfeifers etwa doppelt so groß wie im Herbst.
- II Die Gewichtszunahme im Frühjahr ist nicht auf eine Zunahme von Fett zurückzuführen.

12. (4 Punkte) Überprüfen Sie für jede Aussage, ob sie wahr ist.

Der **Körperfettanteil** eines Vogels ist der Anteil des Körperfetts des Vogels an seinem Gesamtgewicht in Prozent. Es gilt:

$$\text{Körperfettanteil} = \frac{\text{Fettmenge (in Gramm)}}{\text{Gesamtgewicht (in Gramm)}} \times 100$$

Mithilfe der Trendlinien (in der Abbildung oben) kann eine Formel für den Körperfettanteil $P_{Frühjahr}$ im Frühjahr aufgestellt werden. Zieht man dazu die Punkte $(0, 198)$ und $(20, 244)$ auf der Trendlinie heran, ergibt dies die Formel $P_{Frühjahr} = \frac{1600}{2,3 \cdot t + 198}$, wobei t die Zeit in Tagen nach dem Beginn der Gewichtszunahme bezeichnet.

13. (5 Punkte) Zeigen Sie anhand der Punkte $(0, 198)$ und $(20, 244)$, dass diese Formel tatsächlich aus den Daten in der Abbildung abgeleitet werden kann.

14. (3 Punkte) Verwenden Sie die Formel für den Frühling ohne Zahlen einzusetzen oder Skizzen anzufertigen, um zu bestimmen, ob der Fettanteil im Frühling zunimmt oder abnimmt.

Für den Fettanteil im Herbst verwenden wir die folgende Formel:

$$P_{Herbst} = \frac{2300 + 60t}{207 + 0,6t}$$

Dabei ist P_{Herbst} der Fettanteil des Vogels im Herbst und t die Zeit in Tagen nach dem Einsetzen der Gewichtszunahme.

Wenn man den Graphen von P_{Herbst} zeichnet, sieht man, dass er monoton wachsend ist. Für den Herbst ist jedoch ziemlich schwierig zu erkennen, ob der Graph immer langsamer oder immer schneller wächst. Rechnerisch kann dies gut untersucht werden. Sie können davon ausgehen, dass der Graph entweder kontinuierlich zunimmt oder kontinuierlich abnimmt.

15. (4 Punkte) Untersuchen Sie, ob der Graph von P_{Herbst} immer schneller oder immer langsamer wächst.

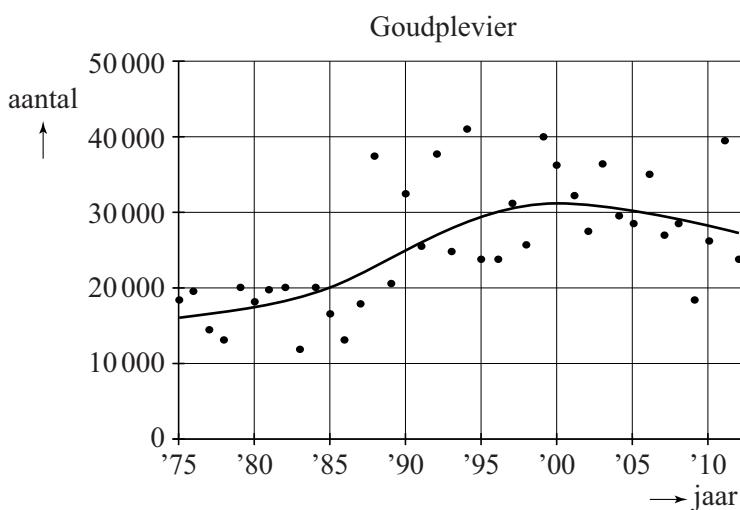
Goudplevieren

Een goudplevier (zie foto) is een vogel die niet in Nederland broedt, maar tijdens zijn trektochten wel in Nederland te vinden is. Er zijn grote verschillen in aantallen goudplevieren tussen de verschillende jaren. In figuur 1 zijn de aantallen goudplevieren in Nederland in de jaren 1975 tot en met 2012 weergegeven als zwarte stippen.

foto



figuur 1



In figuur 1 is ook een kromme getekend die de trend aangeeft. We nemen aan dat vanaf 2003 deze trend een rechte lijn is en dat dit ook na 2012 zo blijft.

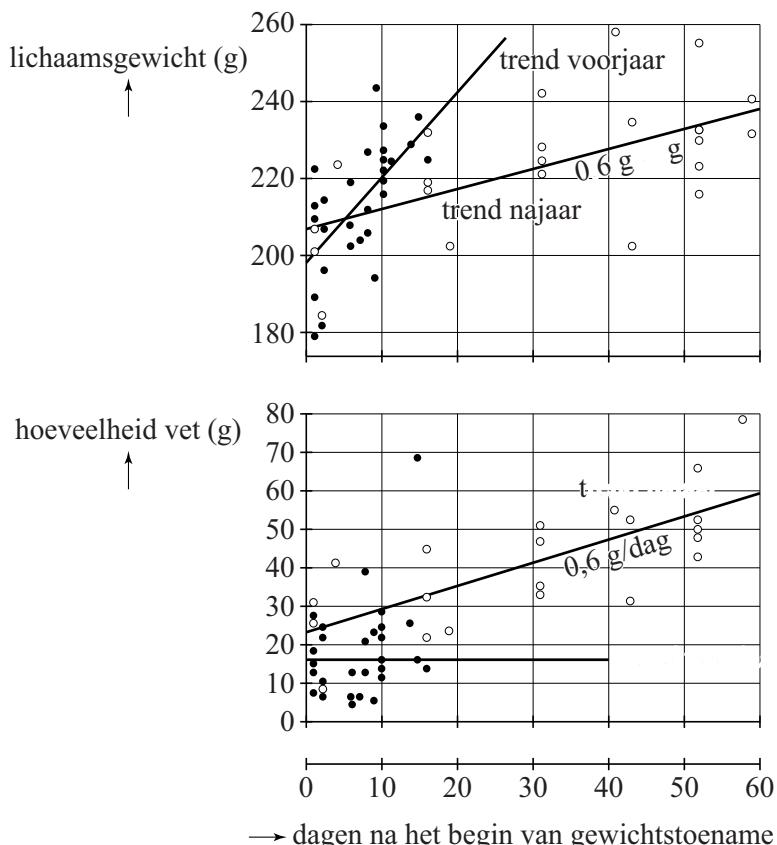
- 4p 11 Bereken hoeveel goudplevieren er volgens de trendlijn zijn in 2020. Geef je antwoord in gehele duizendtallen.

lees verder ►►►

Tijdens hun verblijf in Nederland bouwen de goudplevieren een reserve op voor de komende trektochten. Hierdoor nemen ze toe in gewicht.

In figuur 2 zie je het resultaat van een onderzoek naar deze gewichtstoename: van een aantal op verschillende tijdstippen gevangen goudplevieren is het gewicht en/of de hoeveelheid vet bepaald. De open stippen horen bij waarnemingen in het najaar en de dichte stippen bij waarnemingen in het voorjaar. Ook zijn de trendlijnen getekend.

figuur 2



Op grond van specifieke biologische kenmerken kunnen de onderzoekers bepalen wanneer de gewichtstoename van een goudplevier begint.

Aan de hand van de trendlijnen in figuur 2 kun je onderzoeken of de volgende stellingen waar zijn.

- I In het voorjaar is de gemiddelde gewichtstoename per dag van een goudplevier ongeveer 2 keer zo groot als in het najaar.
- II De gewichtstoename in het voorjaar bestaat niet uit vet.

4p 12 Onderzoek voor elk van beide stellingen of deze waar is.

lees verder ►►►

Het **vetpercentage** van een vogel is de hoeveelheid lichaamsvet als percentage van het totale gewicht van de vogel. Er geldt dus:

$$\text{vetpercentage} = \frac{\text{hoeveelheid vet (in gram)}}{\text{totale gewicht (in gram)}} \times 100$$

Met behulp van de trendlijnen (in figuur 2) is een formule op te stellen voor P_{voorjaar} , het vetpercentage in het voorjaar. Als je dat doet met de punten (0, 198) en (20, 244) uit de grafiek voor het totale lichaamsgewicht, dan ontstaat de formule $P_{\text{voorjaar}} = \frac{1600}{2,3 \cdot t + 198}$ met t de tijd in dagen na het begin van de gewichtstoename.

- 5p 13 Laat zien, gebruikmakend van de grafieken in figuur 2 en de punten (0, 198) en (20, 244), dat deze formule inderdaad uit de gegevens volgt.
- 3p 14 Berechtere uitsluitend met behulp van de formule voor P_{voorjaar} , zonder getallen in te vullen of een schets te maken, of het vetpercentage in het voorjaar toeneemt of juist afneemt.

Voor het vetpercentage in het najaar gaan we uit van de volgende formule:

$$P_{\text{najaar}} = \frac{2300 + 60t}{207 + 0,6t}$$

Hierin is P_{najaar} het vetpercentage van de vogel in het najaar en t de tijd in dagen na het begin van de gewichtstoename.

Als je de grafiek van P_{najaar} zou tekenen, zou je zien dat deze stijgt. Het is echter vrij moeilijk te zien of dit een toenemende of afnemende stijging is. Met berekeningen is dit wel te onderzoeken. Je mag er hierbij van uitgaan dat de grafiek of voortdurend toenemend stijgend is of voortdurend afnemend stijgend.

- 4p 15 Onderzoek of de grafiek van P_{najaar} toenemend stijgend of afnemend stijgend is.

Gangnam Style

Das Lied *Gangnam Style* des südkoreanischen Sängers *Psy* ist das erste YouTube-Video, das mehr als 1 Milliarde Mal angesehen wurde. Diese Zahl wurde am 21. Dezember 2012 erreicht.

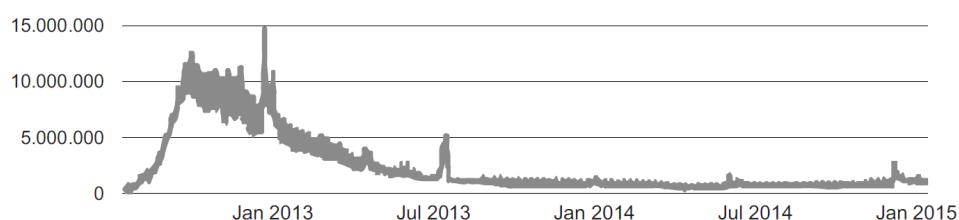
Das Foto zeigt unten rechts den Stand vom 12. Januar 2015 gegen vier Uhr nachmittags: Das Video wurde mehr als 2,2 Milliarden Mal angesehen.



Es wird viel Zeit damit verbracht, das 4 Minuten und 12 Sekunden lange Video anzusehen. Nehmen Sie für die nächste Frage an, dass alle das Video von Anfang bis Ende gesehen haben.

- 16. (3 Punkte) Berechnen Sie, wie viel Zeit in Jahren bis zum 12. Januar 2015, 16 Uhr, für das Ansehen des Videos aufgewendet wurde. Geben Sie Ihre Antwort auf Hunderter gerundet an.**

Zum Video auf YouTube können Statistiken aufgerufen werden. Siehe dazu die Abbildung unten.



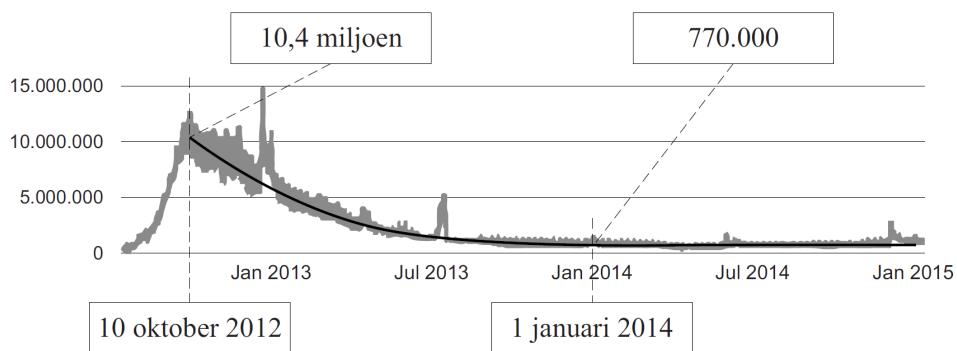
Die Grafik in Abbildung oben zeigt die Anzahl der Aufrufe pro Tag. Diese Zahl ist daher auch die tägliche Änderung der Gesamtzahl der Aufrufe des Videos.

Mit den Daten in der Abbildung kann man auch ein Gesamtdiagramm mit der Gesamtzahl der Aufrufe erstellen. Der Einfachheit halber werden wir die Spitzen nicht berücksichtigen. Über den Anstieg und Abfall des Gesamtgraphen werden die folgenden Aussagen gemacht:

- I Der Gesamtgraph nimmt zunächst zu und dann ab ab.
- II Der Gesamtgraph nimmt zunächst immer langsamer, später immer schneller zu.
- III Der Gesamtgraph nimmt zunächst immer schneller, später immer langsamer zu.

17. (3 Punkte) Erklären Sie, welche der drei Aussagen richtig ist.

Die Abbildung unten zeigt erneut die graphische Darstellung der täglichen Anzahl der Aufrufe. Nun wurde auch eine Trendkurve eingezeichnet.



Die Trendkurve in der Abbildung oben zeigt, dass am 10. Oktober 2012 ein rückläufiger Trend einsetzte. Zu diesem Zeitpunkt war die Anzahl der Aufrufe mit 10,4 Millionen Aufrufe pro Tag noch groß. Am 1. Januar 2014, 64 Wochen später, waren die täglichen Aufrufe nur mehr bei etwa 770.000. Wenn wir annehmen, dass diese Abnahme exponentiell ist, dann gilt:

$$V = 10,4 \cdot 0,96^t$$

In dieser Formel ist V die tägliche Anzahl von Aufrufen in Millionen und t die Anzahl der Wochen seit dem 10. Oktober 2012. Der Wachstumsfaktor wurde auf zwei Dezimalstellen gerundet.

18. (3 Punkte) Berechnen Sie den Wachstumsfaktor pro Woche auf drei Dezimalstellen genau.

19. (4 Punkte) Verwenden Sie die Formel, um zu berechnen, in welchem Monat und in welchem Jahr die Anzahl der Aufrufe pro Tag unter 100 000 gefallen ist.

Gangnam Style

Het nummer Gangnam Style van de Zuid-Koreaanse zanger Psy is de eerste YouTube-video die vaker dan 1 miljard keer bekeken is; die grens werd bereikt op 21 december 2012.

Op de foto staat rechts onderaan de teller van 12 januari 2015, rond vier uur 's middags: toen was de video ruim 2,2 miljard maal bekeken.

foto

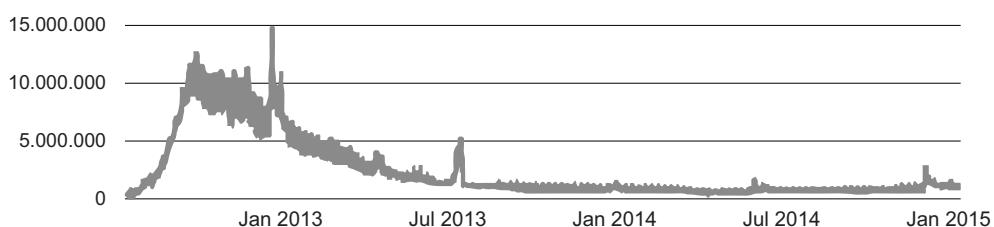


Er wordt veel tijd besteed aan het kijken naar de 4 minuten en 12 seconden durende video. Ga er bij de volgende vraag van uit dat iedereen de video van begin tot einde bekeek.

- 3p 16 Bereken hoeveel tijd in jaren er in totaal tot 12 januari 2015, vier uur 's middags, al was besteed aan het kijken naar de video. Geef je antwoord in gehele honderdtallen.

Je kunt op YouTube statistieken opvragen over de video. Zie figuur 1.

figuur 1



lees verder ►►►

De grafiek in figuur 1 geeft het aantal views per dag weer. Dat aantal is dus ook de dagelijkse verandering van het **totale** aantal views van Gangnam Style.

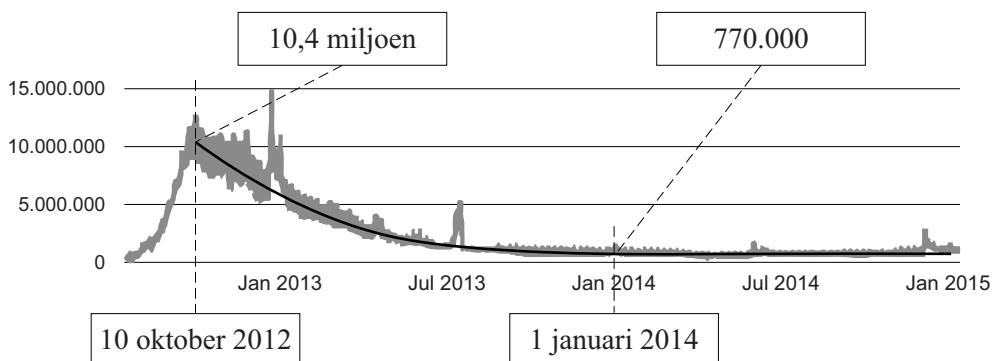
Met behulp van de gegevens uit figuur 1 zou je ook een totaalgrafiek, een grafiek van het **totale** aantal views, kunnen maken. De pieken laten we dan voor het gemak buiten beschouwing. Over het stijgen en dalen van de totaalgrafiek worden de volgende beweringen gedaan:

- I de totaalgrafiek is eerst toenemend stijgend en daarna afnemend dalend;
- II de totaalgrafiek is eerst afnemend stijgend en daarna toenemend stijgend;
- III de totaalgrafiek is eerst toenemend stijgend en daarna afnemend stijgend.

- 3p 17 Leg uit welke van de drie beweringen de juiste is.

In figuur 2 staat de grafiek van het dagelijkse aantal views opnieuw. Er is nu ook een trendkromme getekend.

figuur 2



Aan de trendkromme in figuur 2 is te zien dat op 10 oktober 2012 een dalende trend werd ingezet. Op die datum was het aantal views nog groot, met 10,4 miljoen views per dag. Op 1 januari 2014, 64 weken later, was het dagelijkse aantal views nog maar 770 000.

Als we aannemen dat deze afname exponentieel is, dan geldt:

$$V = 10,4 \cdot 0,96^t$$

In deze formule is V het dagelijkse aantal views in miljoenen en t het aantal weken sinds 10 oktober 2012. De groeifactor is hierbij afgerond op twee decimalen.

- 3p 18 Bereken de groeifactor per week in drie decimalen.

- 4p 19 Bereken met de formule in welke maand van welk jaar het aantal views per dag onder de 100 000 zakte.

Triangular Lodge

In der Nähe von Rushton in England befindet sich ein besonderes Gebäude: die Triangular Lodge. Für den Designer des Gebäudes hatte die Zahl 3 so große Bedeutung, dass alles in diesem Gebäude von 3 dominiert wird.



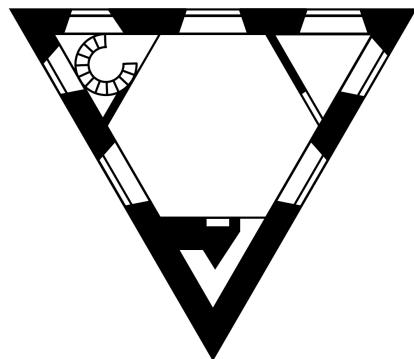
Die Grundfläche des Gebäudes ist ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten 33 Fuß lang sind. Ein Fuß entspricht 30,48 cm. Die Flächeninhalt dieser Grundfläche beträgt 471,55 Quadratfuß, das sind ungefähr 44 m^2 .

- 20. (4 Punkte) Rechnen Sie die Fläche von 471,55 Quadratfuß in m^2 um. Geben Sie Ihre Antwort auf einer Dezimalstelle genau an.**

Das obige Foto ist auch in der [Beilage zur Aufgabenstellung](#) vergrößert. Die Höhe von außen bis zur Dachtraufe beträgt 8,22 Meter.

- 21. (4 Punkte) Berechnen Sie mithilfe des Fotos in der Beilage die Höhe, in der der Fotograf das Foto aufgenommen hat. Geben Sie Ihre Antwort auf ganze cm genau an.**

Die Außenwände sind sehr dick. Der Innenraum ist ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 8,22 m. Dieser Raum ist durch drei dünnerne Wände in ein regelmäßiges Sechseck und drei gleichseitige Dreiecke unterteilt. Siehe dazu die Abbildung.



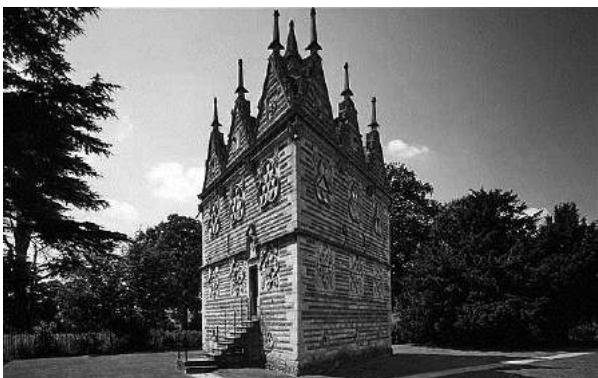
Die Grundfläche des Gebäudes, das gleichseitige Dreieck, ist in der Beilage zur Aufgabenstellung perspektivisch aufgezeichnet. Sie können auch den Horizont in der Grafik sehen. Wie man sieht ist eine der Seiten parallel zum Horizont gezeichnet. Noch nicht eingezeichnet ist das regelmäßige Sechseck (die oben erwähnte sechseckige Kammer).

- 22. (5 Punkte) Zeichnen Sie das regelmäßige Sechseck in das Dreieck ein. Sie können die Dicke der Wände vernachlässigen. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.**

Triangular Lodge

Nabij Rushton in Engeland staat een bijzonder gebouw: Triangular Lodge. Voor de ontwerper van het gebouw had het getal 3 zoveel betekenis dat alles van dit gebouw in het teken staat van 3.

foto



Het grondvlak van het gebouw is een gelijkzijdige driehoek waarvan de zijden 33 feet lang zijn. Eén foot is gelijk aan 30,48 cm.
De oppervlakte van dat grondvlak is 471,55 square feet. Dat is ongeveer 44 m^2 .

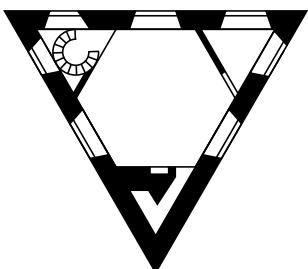
- 4p **20** Bereken, uitgaande van een oppervlakte van 471,55 square feet, de oppervlakte in m^2 . Geef je antwoord in één decimaal.

Bovenstaande foto staat ook vergroot op de uitwerkbijlage. De hoogte aan de buitenkant tot aan de dakrand is 8,22 meter.

- 4p **21** Bereken met behulp van de foto op de uitwerkbijlage op welke hoogte de fotograaf de foto heeft genomen. Geef je antwoord in gehele cm.

De buitenmuren zijn erg dik. Daardoor is de binnenruimte een gelijkzijdige driehoek met zijden van 8,22 m. Deze ruimte wordt door drie dundere muren verdeeld in een regelmatige zeshoek en drie gelijkzijdige driehoeken. Zie de figuur.

figuur



lees verder ►►►

Op de uitwerkbijlage is het grondvlak van het gebouw, de gelijkzijdige driehoek dus, in perspectief getekend. Je ziet ook de horizon in de tekening.

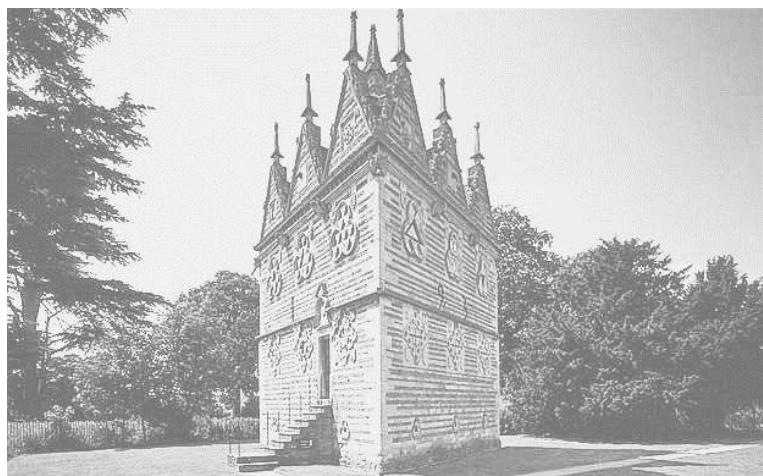
Een van de zijden is, zoals je ziet, evenwijdig met de horizon getekend. Wat nog niet getekend is, is de regelmatige zeshoek (de zeshoekige kamer waarvan hierboven sprake was).

- 5p **22** Teken de regelmatige zeshoek in de driehoek. Je mag daarbij de dikte van de muren verwaarlozen. Licht je werkwijze toe.

uitwerkbijlage

Naam kandidaat _____ Kandidaatnummer _____

21



lees verder ►►►

