Ukrainische Reifeprüfung Mathematik (2021)

Das im Anhang beigelegte Original-Dokument dieser Reifeprüfung ist online verfügbar:
https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/05/Matematyka-ZNO_2021-osn_sesiya.pdf

Die Aufgaben dieser Prüfung wurden mithilfe von Google Translate sinngemäß in die deutsche Sprache übersetzt. Die Grafiken sind dem Original-Dokument entnommen.

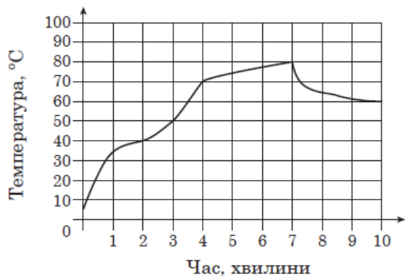
Rahmenbedingungen:

- Arbeitszeit: 210 Minuten
- Die Aufgaben sind technologiefrei zu lösen (ohne Taschenrechner).
- Die Prüfungsangabe enthält eine Formelsammlung (siehe Original-Dokument).
- Die Prüfung besteht aus 2 Teilen mit insgesamt 34 Aufgaben:
  - Teil A: Aufgaben 1 – 28
  - Teil B: Aufgaben 29 – 34
- Zur Studienberechtigung in der Ukraine kann – abhängig von der Studienrichtung – ein entsprechendes Ergebnis im Teil A und/oder Teil B eine Voraussetzung sein.

(1) Für 6 identische Umschläge wurden UAH 3 bezahlt. Wie viele solcher Umschläge kann man für UAH 12 kaufen?

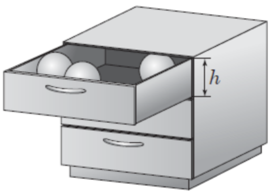
A: 6 **B:** 24 **C:** 30 **D:** 36

(2) Die Grafik zeigt die Änderung der Betriebstemperatur eines Automotors innerhalb von 10 Minuten nach dem Start. Bestimmen Sie anhand des Zeitplans die Anzahl der Minuten, in denen die Betriebstemperatur des Motors nicht mehr als 50 °C betrug.



A: 7 **B:** 4 **C:** 3 **D:** 2

(3) Kunststoffkugeln mit einem Radius von 6 cm werden in einer Schublade mit rechteckiger Quaderform aufbewahrt (siehe Abbildung). Welche der folgenden Angaben kann die Höhe h dieser Schublade sein?



A: 3 cm **B:** 6 cm **C:** 10 cm **D:** 13 cm

(4) Geben Sie die Lösung der Gleichung $1 - 5 \cdot x = 0$ an.

A: 5 **B:** $-\frac{1}{5}$ **C:** $\frac{1}{5}$ **D:** 4

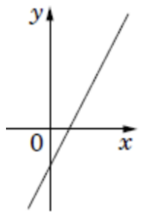
(5) Die Summe der drei Winkel eines Parallelogramms beträgt 280°. Bestimmen Sie den größten Winkel dieses Parallelogramms.

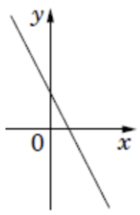
A: 100° **B:** 80° **C:** 140° **D:** 40° **E:** 120°

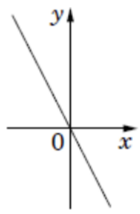
(6) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\frac{3m-2n}{8} - \frac{3m}{8}$.

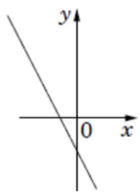
A: $-\frac{n}{4}$ **B:** $-\frac{n}{8}$ **C:** $-\frac{n}{6}$ **D:** $-\frac{m}{4}$ **E:** $\frac{3m-n}{4}$

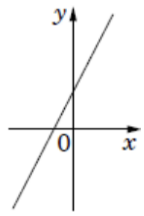
(7) Wählen Sie den Graphen der Funktion $y = -2x + 3$ aus.

A: 

B: 

C: 

D: 

E: 

(8) Für das auf Meereshöhe liegende Gebiet beträgt der normale atmosphärische Druck 760 mmHg. Pro 100 Meter über der dem Meeresspiegel nimmt der atmosphärische Druck um 10 mmHg ab. Wählen Sie die Formel aus, mit der der atmosphärische Druck (in mmHg) in der Höhe h Meter über dem Meeresspiegel bestimmt werden kann.

A: $p = \frac{760 \cdot 100}{10h}$ **B:** $p = 760 - \frac{100h}{10}$ **C:** $p = 760 + \frac{10h}{100}$ **D:** $p = 760 + \frac{100h}{10}$ **E:** $p = 760 - \frac{10h}{100}$

(9) Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?
I. Um jede Raute kann ein Kreis geschrieben werden.
II. Die Diagonalen jeder Raute stehen senkrecht aufeinander.
III. Bei jeder Raute sind alle Seiten gleich.

A: nur I und II **B:** nur I und III **C:** nur II **D:** nur II und III **E:** I, II und III

(10) Wählen Sie das Intervall aus, in dem die Lösung der Gleichung $\sqrt{x+12} = 3$ liegt.

A: $[-12; -6)$ **B:** $[-6; 0)$ **C:** $[0; 6)$ **D:** $[6; 12)$ **E:** $[12; \infty)$

(11) Welche der folgenden Funktionen ist eine Stammfunktion der Funktion $f(x) = x^{-4}$?

A: $F(x) = -\frac{1}{5x^5}$ **B:** $F(x) = -\frac{3}{x^5}$ **C:** $F(x) = -\frac{4}{x^5}$ **D:** $F(x) = -\frac{5}{x^5}$ **E:** $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$

(12) Berechne $\frac{5^4 \cdot 2^4}{20^3}$.

A: $\frac{5}{4}$ **B:** $\frac{1}{10}$ **C:** $\frac{1}{2}$ **D:** $\frac{1}{20}$ **E:** 10

(13) Gib die Lösungsmenge der Ungleichung $\log_{0{,}9}(3x) > 2$ an.

A: $(-\infty; 0{,}27)$ **B:** $(-\infty; 0{,}6)$ **C:** $(0{,}27; \infty)$ **D:** $(0{,}6; \infty)$ **E:** $(0; 0{,}27)$

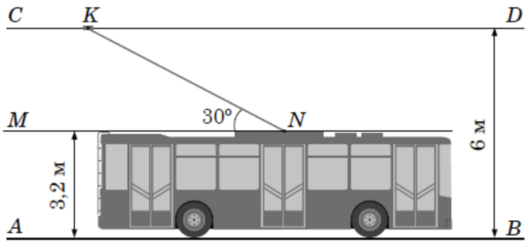
(14) $\sin^2(2x) =$

A: $2\sin^2(x)$ **B:** $4\sin^2(x)$ **C:** $4\sin^2(x)\cos^2(x)$ **D:** $2\sin^2(x)\cos^2(x)$ **E:** $\sin(4x^2)$

(15) Die Seite der Basis einer quadratischen Pyramide beträgt 6 cm, das Apophem 7 cm. Bestimmen Sie die Oberfläche dieser Pyramide.

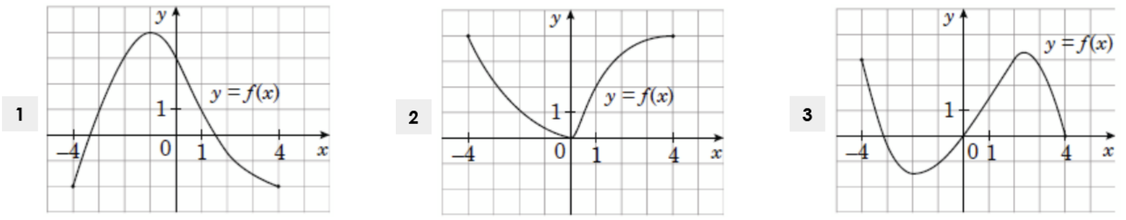
A: $84\,\text{cm}^2$ **B:** $204\,\text{cm}^2$ **C:** $156\,\text{cm}^2$ **D:** $162\,\text{cm}^2$ **E:** $120\,\text{cm}^2$

(16) Ein Oberleitungsbus fährt in einer geraden Linie AB (siehe Abbildung). Die elektrische Leitung CD und das Dach MN sind dazu dazu parallele Linien. Geben Sie das Intervall an, zu dem die Länge (in m) der Stange KN gehört. Nehmen Sie an, dass alle diese Linien in derselben Ebene liegen.



A: $[1; 3)$ **B:** $[3; 5)$ **C:** $[5; 5{,}5)$ **D:** $[5{,}5; 6)$ **E:** $[6; 8)$

(17) Ordnen Sie den Funktionsgraphen (**1 - 3**) auf dem Intervall $[-4; 4]$ ihre Eigenschaft (**A - E**) zu.



A: Die Funktion ist ungerade.

B: Der kleinste Wert der Funktion im Intervall $[1; 3]$ ist gleich 2.

C: Die Funktion ist gerade.

D: Der Graph der Funktion hat keine Punkte gemeinsam mit dem Graphen der Gleichung $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$.

E: Der Graph der Funktion schneidet die Gerade $y = 1$ dreimal.

(18) Ordnen Sie dem Ausdruck **1) - 3)** eine Aussage über seinen Wert (**A - E**) zu, die richtig ist, wenn $a = -2\,\frac{1}{3}$.

1) a^2

2) $a + |a|$

3) $\log_5(5^a)$

A: größer als 5

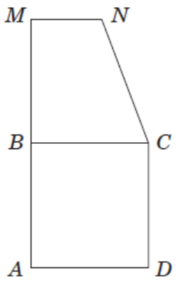
B: gehört zum Intervall $(0; 1)$

C: ist eine negative Zahl

D: gehört zum Intervall $[1; 5)$

E: ist gleich 0

(19) Das Quadrat $ABCD$ und ein rechteckiges Trapez $BMNC$ liegen in einer Ebene (siehe Abbildung). Die Fläche jeder dieser Figuren ist gleich $36\,\text{cm}^2$. Es gilt $AM = 15\,\text{cm}$.
Ordnen Sie den Seiten **1) - 3)** ihre Länge (**A - D**) zu.



1) Seite des Quadrats $ABCD$

2) Höhe des Trapezes $BMNC$

3) kürzere Basis des Trapezes $BMNC$

A: $2\,\text{cm}$

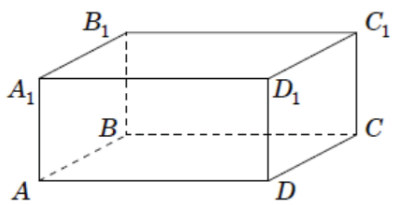
B: $3\,\text{cm}$

C: $4\,\text{cm}$

D: $6\,\text{cm}$

E: $9\,\text{cm}$

(20) Die Abbildung zeigt einen rechteckigen Quader $ABCDA_1B_1C_1D_1$, in welchem $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 2$ gilt. Ordnen Sie den Satzanfang **1) - 3)** dem Satzende (**A - D**) zu, sodass eine richtige Aussage entsteht.



1) Die Entfernung vom Punkt C zur Ebene (AA_1B_1) ist gleich

2) Die Entfernung vom Punkt A zur Gerade (CC_1) ist gleich

3) Der Abstand zwischen den Ebenen (ABC) und $(A_1B_1C_1)$ ist gleich

A: 2.

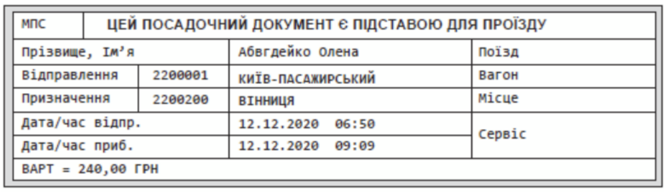
B: 3.

C: 4.

D: 5.

E: 7.

(21) Olena kaufte über die Website (siehe einen Ausschnitt des Dokuments) eine Bordkarte für einen Zug, der 240 UAH kostete. Die Kosten setzen sich folgendermaßen zusammen: ein Ticket um 34,50 UAH, Sitzplätze um 147 UAH und andere Kosten 58,50 UAH. 10 Stunden vor Abfahrt des Zuges beschloss Olena, diese Bordkarte zurückzugeben. Gemäß den Regeln wird ihr unter solchen Bedingungen nur der Ticketpreis und die Hälfte der Kosten für die Sitzplatzkarte erstattet. Darüber hinaus wird für die Rückgabe des Landedokuments von Elena eine zusätzliche Gebühr von 18 UAH erhoben.

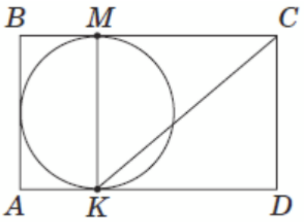


МПС	ЦЕЙ ПОСАДОЧНИЙ ДОКУМЕНТ Є ПІДСТАВОЮ ДЛЯ ПРОЇЗДУ		
Прізвище, Ім'я		Абвгдейко Олена	Поїзд
Відправлення	2200001	КИЇВ-ПАСАЖИРСЬКИЙ	Вагон
Призначення	2200200	ВІННИЦЯ	Місце
Дата/час відпр.		12.12.2020 06:50	Сервіс
Дата/час приб.		12.12.2020 09:09	
ВАРТ = 240,00 ГРН			

1) Wie viel Geld P (in UAH) wird Olena erhalten, wenn sie diese Bordkarte zurückgibt?

2) Wie viel Prozent des Wertes der Bordkarte ist der Geldbetrag P?

(22) Die Abbildung zeigt ein Rechteck $ABCD$ und einen Kreis, der die Seiten AB, BC und AD berührt. Der Umfang des Vierecks $ABMK$ beträgt 24 cm und die Länge der Strecke KC beträgt 17 cm.



1) Bestimmen Sie den Radius des angegebenen Kreises (in cm).

2) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ (in cm^2)

(23) In einem rechtwinkeligen Koordinatensystem im Raum mit Koordinatenursprung O sind der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ und der Punkt $B = (7 \mid -2 \mid 0)$ gegeben.

1) Berechnen Sie die y-Koordinate des Punkts $A = (x \mid y \mid z)$.

2) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}$.

(24) Die arithmetische Folge (a_n) ist durch $a_n = 2{,}6 \cdot n - 7$ gegeben.

1) Berechnen Sie a_7.

2) Berechnen Sie die Differenz $a_4 - a_1$.

(25) In der ersten Klasse sind 15 Mädchen, von denen nur eine Darina heißt, und 11 Jungen. In der ersten Unterrichtsstunde bildet der Lehrer nach dem Zufallsprinzip Kinderpaare, die an einem Tisch sitzen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Darina mit einem Mädchen am selben Schreibtisch sitzt?

26 Zur Herstellung einer Desinfektionslösung wird das Konzentrat mit Wasser in einem Massenverhältnis von 2 : 7 verdünnt. Danach wird 1 g aromatische Flüssigkeit pro 10 g Wasser hinzugefügt. Wie viel Gramm Konzentrat werden benötigt, um 485 g Lösung herzustellen?

27 Berechnen Sie den Wert des Ausdrucks $\sqrt{9a^2 - 24a + 16} - \sqrt[3]{27a^3}$ für $a = 0{,}7$.

28 Löse die Gleichung $x^4 - x^2 - 20 = 0$. Berechne das Produkt aller ihrer reellen Lösungen.

29 Der Newsfeed-Editor entscheidet, in welcher Reihenfolge 6 verschiedene Nachrichten platziert werden: 2 politische, 3 öffentliche und 1 Sport. Wie viele verschiedene Abfolgen dieser 6 Nachrichten sind im Feed möglich, vorausgesetzt, dass die politischen Nachrichten den anderen vorausgehen und die Sportnachrichten die letzten sein sollen? Beachten Sie, dass keine dieser 6 Nachrichten im Feed wiederholt werden.

30 Gegeben ist die Funktion $y = x^3 - 3x$.

1) Fülle die Wertetabelle aus.

x	y
0	
–1	
2	

2) Berechne die Schnittpunkte des Graphen der Funktion $y = x^3 - 3x$ mit der x-Achse.

3) Berechne die Ableitungsfunktion f' der Funktion $f(x) = x^3 - 3x$.

4) Berechne die Nullstellen der Funktion f'.

5) Ermitteln Sie das Monotonieverhalten und die Extrempunkte der Funktion f.

6) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.

31 Der axiale Querschnitt eines Zylinders ist ein Quadrat $ABCD$. Die Seite AD liegt am Boden des Zylinders. Die Diagonale AC hat die Länge d und schließt mit der unteren Basis des Zylinders den Winkel β ein.

1) Skizzieren Sie den gegebenen Zylinder und seinen axialen Querschnitt.

2) Berechnen Sie den Winkel β.

3) Stellen Sie mithilfe von d eine Formel für das Volumen des Zylinders auf.

(32) Der axiale Querschnitt eines Zylinders ist ein Quadrat $ABCD$. Die Seite AD liegt am Boden des Zylinders. Die Diagonale AC hat die Länge d und schließt mit der unteren Basis des Zylinders den Winkel β ein. Der Punkt K wird auf dem Kreis der unteren Basis so gewählt, dass das Gradmaß des Sektors AK gleich $90°$ ist.

1) Skizzieren Sie den gegebenen Zylinder und den Winkel γ den die Ebene KBD mit der Grundfläche des Zylinders einschließt.

2) Stellen Sie mithilfe von d eine Formel zur Berechnung des Winkels γ auf.

(33) Beweisen Sie die Identität:

$$\frac{2a^2 + 5a - 3}{a + 3} = \frac{1 - 2a}{2\cos(240°)}$$

(34) Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{cases} ax^2 + 3ax + 4^{1+\sqrt{y}} = 8, \\ x + 2 \cdot 4^{\sqrt{y}} = 1, \end{cases}$$

in den Variablen x und y mit dem Parameter a.

1) Lösen Sie das Gleichungssystem für $a = 0$.

2) Lösen Sie das Gleichungssystem für beliebiges $a \in \mathbb{R}$.

УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021

Зошит 1

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку ***А***. Розв’язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках ***Б*** та ***В***.

Результат виконання **всіх** завдань буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.
Результат виконання завдань **1–26**, **30** і **31** буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.
Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **профільному рівні**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначено перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали й зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей *А*, *Б* та *В*

1. У бланк ***А*** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку ***А*** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 у бланку ***А*** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку й поставивши нову, як показано на зразках:

4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка ***А***.
5. Виконавши завдання 30, 31 і 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв’язання в бланках ***Б*** та ***В***.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку ***А***, і правильного розв’язання завдань 30–34 в бланках ***Б*** та ***В***.

Ознайомившись із інструкціями, перевірте якість друку зошита й кількість сторінок. Їх має бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка ***А*** так:

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ якщо } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$ – дискримінант

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, якщо $D > 0$

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$, якщо $D = 0$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Степені

$a^1 = a, \ a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R, n \in N, n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0, \ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \ a > 0, \ m \in Z, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

Логарифми

$a > 0, \ a \neq 1, \ b > 0, \ c > 0, \ k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b$ $\quad \log_a a = 1$ $\quad \log_a 1 = 0$

$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \cdot \log_a b$

Арифметична прогресія

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ $\quad S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Геометрична прогресія

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $\quad S_n = \dfrac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$

Теорія ймовірностей

$P(A) = \dfrac{k}{n}$

Комбінаторика

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$ $\quad C_n^k = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ $\quad A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п’ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в *бланку А* згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у *бланку А*, тому що комп’ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

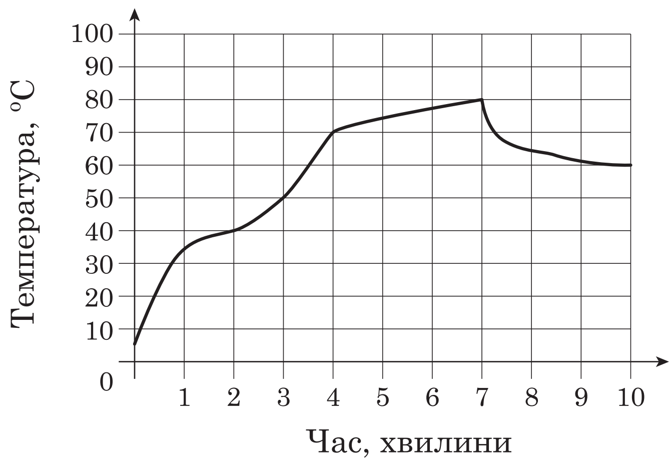
Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. За 6 однакових конвертів заплатили 3 грн. Скільки всього таких конвертів можна купити за 12 грн?

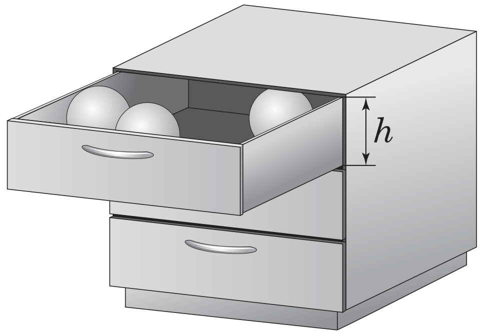
А	Б	В	Г
6	24	30	36

2. На графіку відображено зміну робочої температури двигуна легкового автомобіля протягом 10 хвилин з моменту його запуску. Визначте за графіком кількість хвилин, протягом яких робоча температура двигуна була *не більшою* за 50 °С.

А	Б	В	Г
7	4	3	2



3. Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухлядці, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рисунок). Якою з наведених може бути висота h цієї шухлядки?



А	Б	В	Г
3 см	6 см	10 см	13 см

4. Укажіть корінь рівняння $1 - 5x = 0$.

А	Б	В	Г
5	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	4

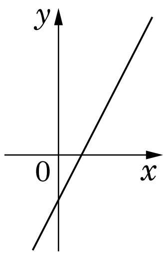
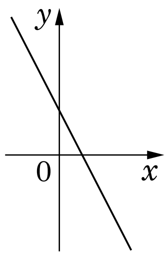
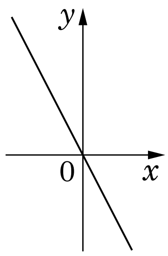
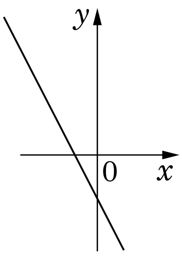
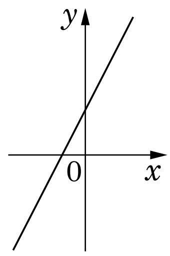
5. Сума трьох кутів паралелограма дорівнює 280°. Визначте градусну міру більшого кута цього паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
100°	80°	140°	40°	120°

6. Спростіть вираз $\dfrac{3m-2n}{8}-\dfrac{3m}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\dfrac{n}{4}$	$-\dfrac{n}{8}$	$-\dfrac{n}{6}$	$-\dfrac{m}{4}$	$\dfrac{3m-n}{4}$

7. Укажіть з-поміж наведених ескіз графіка функції $y=-2x+3$.

А	Б	В	Г	Д
				

8. Для місцевості, що лежить на рівні моря, нормальний атмосферний тиск становить 760 мм рт. ст. Із підняттям на кожні 100 метрів угору атмосферний тиск знижується на 10 мм рт. ст. Укажіть з-поміж наведених формулу, за якою визначають атмосферний тиск p (у мм рт. ст.) на висоті h метрів над рівнем моря.

А	Б	В	Г	Д
$p=\dfrac{760\cdot 100}{10h}$	$p=760-\dfrac{100h}{10}$	$p=760+\dfrac{10h}{100}$	$p=760+\dfrac{100h}{10}$	$p=760-\dfrac{10h}{100}$

9. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Навколо будь-якого ромба можна описати коло.
II. Діагоналі будь-якого ромба взаємно перпендикулярні.
III. У будь-якому ромбі всі сторони рівні.

А	Б	В	Г	Д
лише I та II	лише I та III	лише II	лише II та III	I, II та III

10. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{x + 12} = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$[-12; -6)$	$[-6; 0)$	$[0; 6)$	$[6; 12)$	$[12; +\infty)$

11. Яка з наведених функцій є первісною для функції $f(x) = x^{-4}$?

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = -\dfrac{1}{5x^5}$	$F(x) = -\dfrac{3}{x^5}$	$F(x) = -\dfrac{4}{x^5}$	$F(x) = -\dfrac{5}{x^5}$	$F(x) = -\dfrac{1}{3x^3}$

12. Обчисліть $\dfrac{5^4 \cdot 2^4}{20^3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\dfrac{5}{4}$	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{20}$	10

13. Розв’яжіть нерівність $\log_{0,9}(3x) > 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0{,}27)$	$(-\infty; 0{,}6)$	$(0{,}27; +\infty)$	$(0{,}6; +\infty)$	$(0; 0{,}27)$

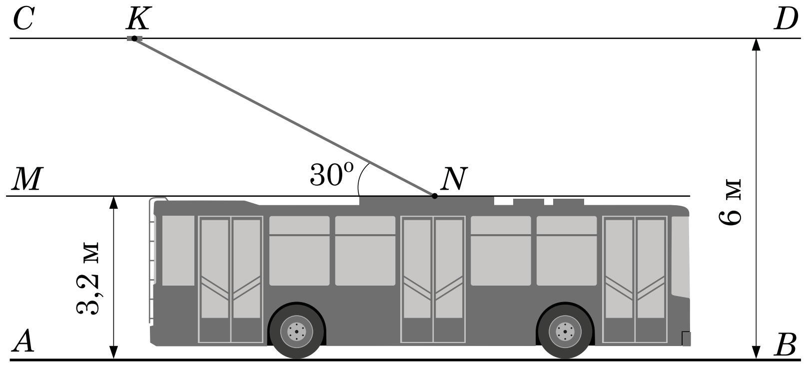
14. $\sin^2 2x =$

А	Б	В	Г	Д
$2\sin^2 x$	$4\sin^2 x$	$4\sin^2 x\cos^2 x$	$2\sin^2 x\cos^2 x$	$\sin 4x^2$

15. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, апофема – 7 см. Визначте площу *повної* поверхні цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
84 $см^2$	204 $см^2$	156 $см^2$	162 $см^2$	120 $см^2$

16. Прямолінійною дорогою AB рухається тролейбус (див. рисунок). Лінія CD електричного дроту паралельна AB й даху MN тролейбуса. Штанга KN, що на рисунку є відрізком, утворює з MN кут 30°. Відстані між прямими CD й AB, MN й AB дорівнюють 6 м і 3,2 м відповідно. Укажіть проміжок, якому належить довжина (у м) штанги KN. Уважайте, що всі зазначені прямі лежать в одній площині.



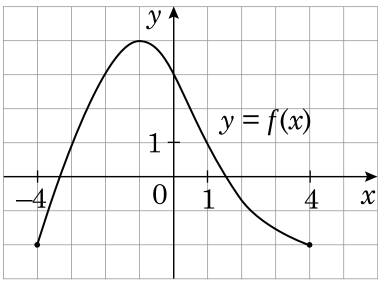
А	Б	В	Г	Д
[1; 3)	[3; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 8)

У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп’ютерна програма реєструватиме як помилки!

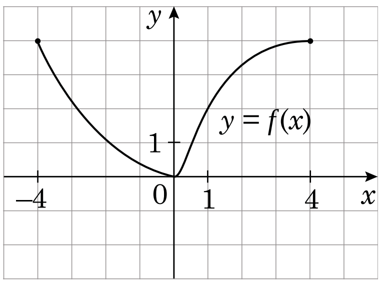
Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*! Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції, визначеної на проміжку [– 4; 4], та її властивістю (А – Д).

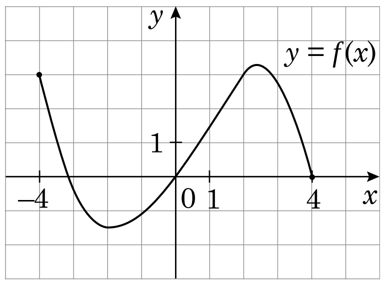
Графік функції



1



2



3

Властивість функції

А функція є непарною

Б найменше значення функції на проміжку [1; 3] дорівнює 2

В функція є парною

Г графік функції не має спільних точок із графіком рівняння $(x-3)^2+(y-4)^2=4$

Д графік функції тричі перетинає пряму $y = 1$

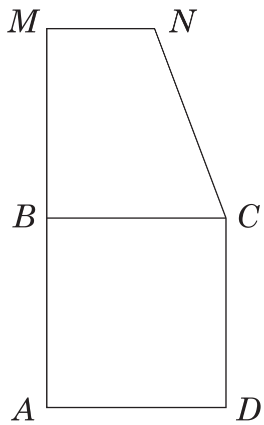
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між виразом (1–3) і твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо $a = -2\frac{1}{3}$.

Вираз		*Твердження про значення виразу*	
1	a^2	**А**	більше від 5
2	$a + \lvert a \rvert$	**Б**	належить проміжку (0; 1)
3	$\log_5 5^a$	**В**	є від’ємним числом
		Г	належить проміжку [1; 5)
		Д	дорівнює 0

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

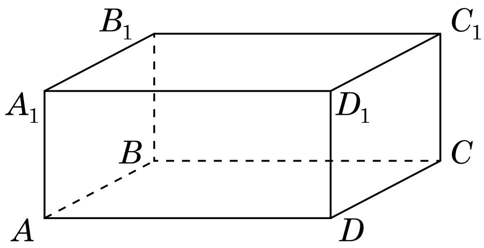
19. Квадрат *ABCD* й прямокутна трапеція *BMNC* лежать в одній площині (див. рисунок). Площа кожної із цих фігур дорівнює 36 см^2, $AM = 15$ см.
Установіть відповідність між відрізком (1–3) і його довжиною (А – Д).



Відрізок		*Довжина відрізка*	
1	сторона квадрата *ABCD*	**А**	2 см
2	висота трапеції *BMNC*	**Б**	3 см
3	менша основа трапеції *BMNC*	**В**	4 см
		Г	6 см
		Д	9 см

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

20. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у якому $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 2$. Увідповідніть початок речення (1–3) із його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1 Відстань від точки C до площини (AA_1B_1) дорівнює

2 Відстань від точки A до прямої CC_1 дорівнює

3 Відстань між площинами (ABC) і $(A_1B_1C_1)$ дорівнює

Закінчення речення

А 2.

Б 3.

В 4.

Г 5.

Д 7.

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 21–29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та *бланку А*. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у *бланку А*.

21. Олена купила через веб-сайт посадочний документ (див. фрагмент документа) на потяг, що коштує 240 грн. У його вартість входять вартості: квитка – 34,50 грн, плацкарти – 147 грн й інших витрат – 58,50 грн. За 10 годин до відправлення потяга Олена вирішила повернути цей посадочний документ. Відповідно до правил за таких умов їй повертають лише вартість квитка й *половину* вартості плацкарти. Крім того, за повернення посадочного документа з Олени *додатково* стягнуть збір 18 грн.

МПС	**ЦЕЙ ПОСАДОЧНИЙ ДОКУМЕНТ Є ПІДСТАВОЮ ДЛЯ ПРОЇЗДУ**		
Прізвище, Ім'я		Абвгдейко Олена	Поїзд
Відправлення	2200001	**КИЇВ-ПАСАЖИРСЬКИЙ**	Вагон
Призначення	2200200	**ВІННИЦЯ**	Місце
Дата/час відпр.		**12.12.2020 06:50**	Сервіс
Дата/час приб.		**12.12.2020 09:09**	
ВАРТ = **240,00 ГРН**			

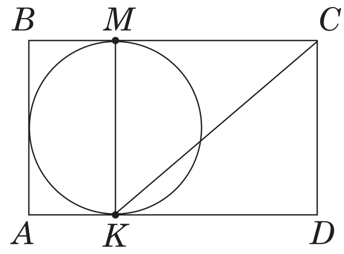
1. Яку суму грошей P (у грн) отримає Олена, повернувши цей документ?

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐

2. Скільки *відсотків* від вартості документа становить сума грошей P?

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐

22. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ й коло, яке дотикається до сторони AB й сторін BC й AD в точках M і K відповідно. Периметр чотирикутника $ABMK$ дорівнює 24 см, а довжина відрізка KC – 17 см.



1. Визначте радіус (у см) заданого кола.

Відповідь:

2. Обчисліть площу (у см^2) прямокутника $ABCD$.

Відповідь:

23. У прямокутній системі координат у просторі задано вектор $\overrightarrow{AB}(-3;\ 8;\ 1)$ і точку $B(7; -2; 0)$, точка O – початок координат.

1. Визначте ординату y точки $A(x; y; z)$.

Відповідь: □□□□,□□

2. Обчисліть скалярний добуток $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Відповідь: □□□□,□□

24. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n-го члена: $a_n = 2{,}6n - 7$.

1. Визначте сьомий член цієї прогресії.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square$

2. Визначте різницю $a_4 - a_1$.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square$

25. У першому класі 15 дівчаток, з яких лише одна на ім’я Дарина, і 11 хлопчиків. На першому уроці вчителька навмання формує пари дітей, які сидітимуть за однією партою. Першою вона вибирає пару для Дарини. Яка ймовірність того, що Дарина сидітиме за однією партою з дівчинкою?

Відповідь: □□□□,□□

26. Для приготування дезінфікувального розчину концентрат розводять водою в масовому відношенні 2 : 7 відповідно, після чого на кожні 10 г води добавляють 1 г ароматичної рідини. Скільки *грамів* концентрату потрібно для приготування 485 г розчину?

Відповідь: □□□□,□□

27. Обчисліть значення виразу $\sqrt{9a^2 - 24a + 16} - \sqrt[3]{27a^3}$ за $a = 0{,}7$.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square$

28. Розв'яжіть рівняння $x^4 - x^2 - 20 = 0$. У відповіді запишіть *добуток* усіх його дійсних коренів.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square$

29. Редактор стрічки новин вирішує, у якій послідовності розмістити 6 різних новин: 2 політичні, 3 суспільні й 1 спортивну. Скільки всього є різних послідовностей розміщення цих 6 новин у стрічці за умови, що політичні новини мають передувати іншим, а спортивна новина – бути останньою? Уважайте, що кожну із цих 6 новин у стрічці не повторюють.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square$

Розв’яжіть завдання 30, 31. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв’язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв’язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $y = x^3 - 3x$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y.

x	y
0	
–1	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = x^3 - 3x$ із віссю x.
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^3 - 3x$.
4. Визначте нулі функції f'.
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f.
6. Побудуйте ескіз графіка функції f.

Відповідь:

31. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить в нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$.
2. Укажіть кут β, що утворює пряма AC із площиною нижньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.

Відповідь:

Розв'яжіть завдання 32–34. Запишіть у *бланку В* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

Увага! Умови завдань 31 і 32 мають спільну частину. Розв'язання завдань 32–34 запишіть лише в бланку *В*.

32. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β. На колі нижньої основи вибрано точку K так, що градусна міра дуги AK дорівнює 90°.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут γ між площиною (KBD) і площиною нижньої основи циліндра. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ.

Відповідь:

33. Доведіть тотожність $\dfrac{2a^2+5a-3}{a+3}=\dfrac{1-2a}{2\cos 240^\circ}$.

34. Задано систему рівнянь $\begin{cases} ax^2 + 3ax + 4^{1+\sqrt{y}} = 8, \\ x + 2 \cdot 4^{\sqrt{y}} = 1, \end{cases}$ де x, y – змінні, a – довільна стала.

1. Розв'яжіть систему, якщо $a = 0$.

2. Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень a.

Відповідь:

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$ $\qquad$ $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\qquad$ $(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $\qquad$ $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad$ $(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(u + v)' = u' + v'$ $\qquad$ $(u - v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad$ $(Cu)' = Cu'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
x^{α}, $\alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\mathrm{tg}\, x + C$

$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ – формула Ньютона–Лейбніца

Тригонометрія

$\sin\alpha = y_{\alpha}$ $\qquad$ $\cos\alpha = x_{\alpha}$ $\qquad$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

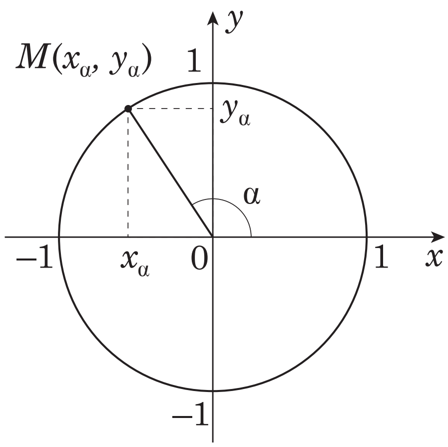
$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad$ $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin(90^{\circ} + \alpha) = \cos\alpha$ $\qquad$ $\sin(180^{\circ} - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(90^{\circ} + \alpha) = -\sin\alpha$ $\qquad$ $\cos(180^{\circ} - \alpha) = -\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(90^{\circ} + \alpha) = -\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}(180^{\circ} - \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$



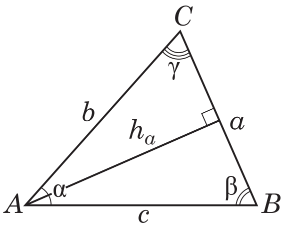
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α									
α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$p = \frac{a+b+c}{2}$ $\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

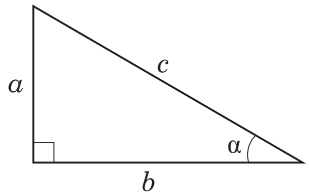
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$ $S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Прямокутний трикутник

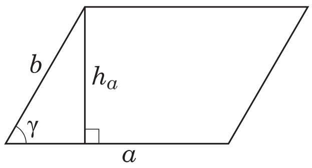
$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\frac{a}{b} = \mathrm{tg}\,\alpha$



Чотирикутники

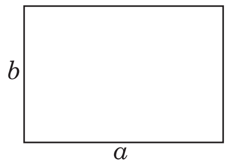
Паралелограм



$S = ab\sin\gamma$

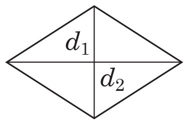
$S = ah_a$

Прямокутник



$S = ab$

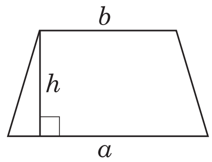
Ромб



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$,

d_1, d_2 – діагоналі ромба

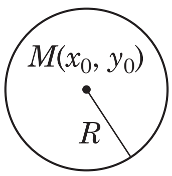
Трапеція



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$,

a і b – основи трапеції

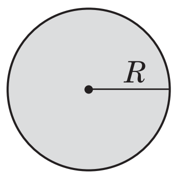
Коло



$L = 2\pi R$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

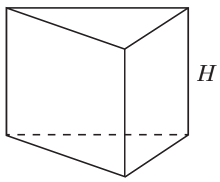
Круг



$S = \pi R^2$

Об'ємні фігури й тіла

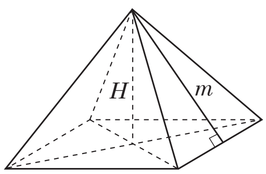
Пряма призма



$V = S_{осн} \cdot H$

$S_б = P_{осн} \cdot H$

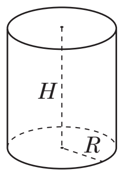
Правильна піраміда



$V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$

$S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot m$

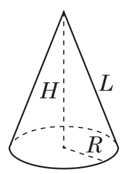
Циліндр



$V = \pi R^2 H$

$S_б = 2\pi RH$

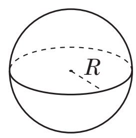
Конус



$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$S_б = \pi RL$

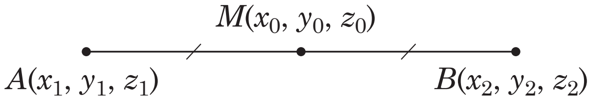
Куля, сфера



$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

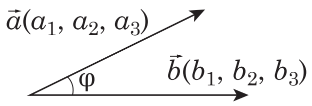
$S = 4\pi R^2$

Координати та вектори



$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$ $z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\varphi$

Кінець зошита