Ukrainische Reifeprüfung Mathematik (2021)

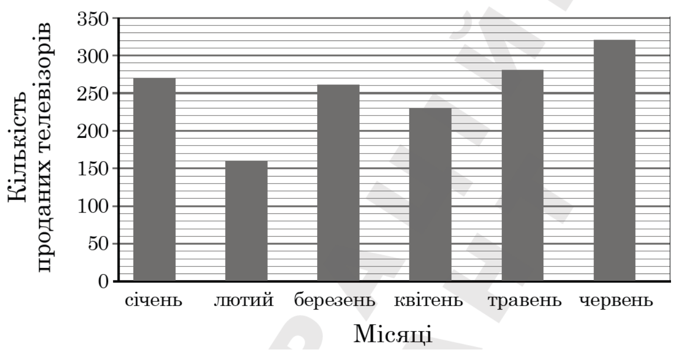
Das im Anhang beigelegte Original-Dokument dieser Reifeprüfung ist online verfügbar:
https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/Matematyka_2021_demoversiya_profilnyj.pdf

Die Aufgaben dieser Prüfung wurden mithilfe von Google Translate sinngemäß in die deutsche Sprache übersetzt. Die Grafiken sind dem Original-Dokument entnommen.

Rahmenbedingungen:

- Arbeitszeit: 210 Minuten
- Die Aufgaben sind technologiefrei zu lösen (ohne Taschenrechner).
- Die Prüfungsangabe enthält eine Formelsammlung (siehe Original-Dokument).
- Die Prüfung besteht aus 2 Teilen mit insgesamt 34 Aufgaben:
  - Teil A: Aufgaben 1 – 28
  - Teil B: Aufgaben 29 – 34
- Zur Studienberechtigung in der Ukraine kann – abhängig von der Studienrichtung – ein entsprechendes Ergebnis im Teil A und/oder Teil B eine Voraussetzung sein.

(1) Das Diagramm zeigt Informationen über die Anzahl der verkauften Fernseher in einem Haushaltsgeräte-Markt in den ersten sechs Monaten des Jahres.



Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

A: Die kleinste Anzahl Fernseher wurde im April verkauft.

B: Im Jänner wurden 240 Fernseher verkauft.

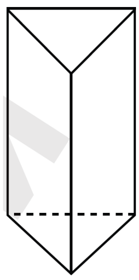
C: Im März wurden mehr Fernseher als im Februar verkauft.

D: Im Juni wurden weniger als 300 Fernseher verkauft.

(2) Jedem von 40 Seminarteilnehmern sollen zwei Wasserflaschen zur Verfügung gestellt werden. Es gibt Pakete mit jeweils 12 Wasserflaschen. Geben Sie die Mindestanzahl von Paketen an, die dafür ausreichend sind.

A: 8 **B:** 7 **C:** 6 **D:** 3

(3) Die Abbildung zeigt ein gerades dreieckiges Prisma. Sein Mantel besteht aus



A: Dreiecken.

B: Parallelogrammen, die keine Rechtecke sind.

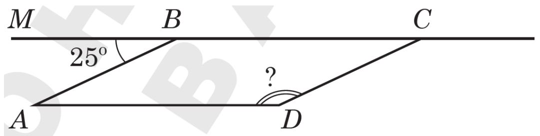
C: Strecken.

D: Rechtecken.

(4) Lösen Sie die Gleichung $x^2 - 8x + 15 = 0$.

A: $3;\ 5$ **B:** $-3;\ -5$ **C:** $-3;\ 5$ **D:** $3;\ -5$

⑤ Die Abbildung zeigt ein Parallelogramm $ABCD$. Der Punkt B liegt auf dem Strahl MC. Bestimmen Sie das Gradmaß des Winkels $\angle CDA$, wenn $\angle MBA = 25°$ gilt.



A: 115° **B:** 65° **C:** 175° **D:** 165° **E:** 155°

⑥ Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion $y = f(x)$, die im Intervall $[-1; 4]$ definiert ist. Geben Sie an, welcher der folgenden Punkte zum Graphen gehört.

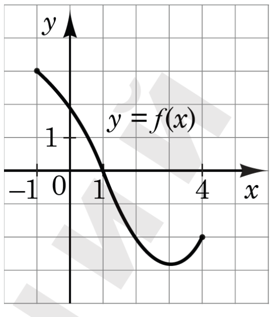
A: $(2 \mid 0)$

B: $(0 \mid 1)$

C: $(-2 \mid 2)$

D: $(4 \mid -2)$

E: $(-2 \mid 4)$



⑦ $(\sqrt{2} - a) \cdot (\sqrt{2} + a) =$

A: $2 - a$ **B:** $2 - a^2$ **C:** $\sqrt{2} - a^2$ **D:** $2 - \sqrt{a}$ **E:** $\sqrt[4]{2} - a^2$

⑧ Der Wert der Temperatur F auf der Fahrenheit-Skala hängt mit dem Wert der Temperatur C auf der Celsius-Skala zusammen, nämlich: $F = 1{,}8 \cdot C + 32$
Wie viel Grad zeigt ein Thermometer mit einer Fahrenheit-Skala an, wenn unter gleichen Bedingungen ein Thermometer mit einer Celsius-Skala 50 °C anzeigt?

A: −10 °F **B:** 122 °F **C:** 10 °F **D:** 41 °F **E:** 932 °F

⑨ Vereinfachen Sie den Ausdruck $\dfrac{(2x^2)^3}{4x^9}$.

A: $\dfrac{2}{x^3}$ **B:** $\dfrac{2}{x^4}$ **C:** $\dfrac{4}{x^3}$ **D:** $\dfrac{3}{2x^4}$ **E:** $\dfrac{1}{2x}$

(10) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

I: Gegenüberliegende Seiten eines Parallelogramms sind gleich lang.

II: Jede Seitenlänge eines beliebigen Dreiecks ist kleiner als die Summe der Längen der beiden anderen Seiten.

III: Die Seitenlänge jedes Quadrats ist halb so groß wie sein Umfang.

A: nur I **B:** nur I und III **C:** nur I und II **D:** nur II und III **E:** I, II und III

(11) Lösen Sie das Gleichungssystem: $\begin{cases} 10x - 4y = 26 \\ 6x + 4y = 6 \end{cases}$

Geben Sie für die Lösung $(x_0 \mid y_0)$ das Produkt $x_0 \cdot y_0$ an.

A: -3 **B:** -6 **C:** 4 **D:** 6 **E:** 3

(12) Geben Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = 4x^3 + \tan(x)$ an.

A: $f'(x) = 12x^2 + \dfrac{1}{\tan(x)}$

B: $f'(x) = 12x - \dfrac{1}{\tan(x)}$

C: $f'(x) = x^4 + \dfrac{1}{\cos^2(x)}$

D: $f'(x) = 12x^2 + \dfrac{1}{\cos^2(x)}$

E: $f'(x) = x^4 - \dfrac{1}{\tan(x)}$

(13) Lösen Sie die Ungleichung $10^{x+1} > 0{,}01$.

A: $(-\infty; -3)$ **B:** $(-\infty; -2)$ **C:** $(-3; \infty)$ **D:** $(-2; \infty)$ **E:** $(1; \infty)$

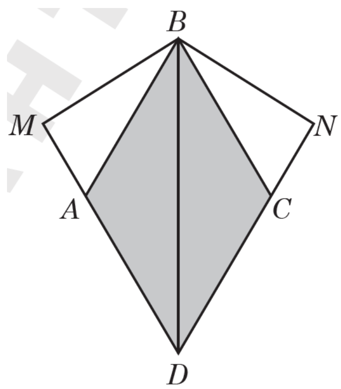
(14) Berechnen Sie $\cos(210°)$.

A: $\dfrac{1}{2}$ **B:** $-\dfrac{1}{2}$ **C:** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **D:** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **E:** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(15) Der Flächeninhalt des Mantels eines Zylinders beträgt $24 \cdot \pi$ und der Kreis seiner Basis hat den Umfang $4 \cdot \pi$. Bestimmen Sie die Höhe dieses Zylinders.

A: 2 **B:** 3 **C:** 4 **D:** 6 **E:** 8

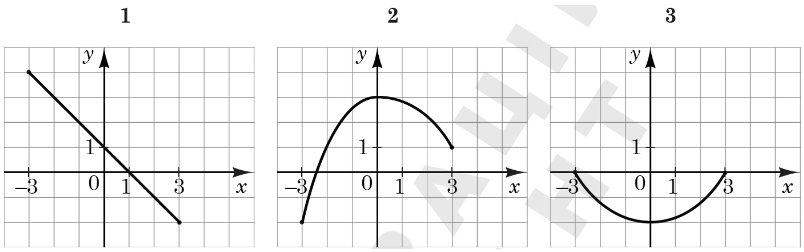
(16) In der Abbildung ist ein Deltoid $MBND$ dargestellt.



Die beiden rechtwinkeligen Dreiecke AMB und CNB sind kongruent. Die Punkte A bzw. C liegen auf den Strecken DM bzw. DN.
Der spitze Winkel der Raute $ABCD$ beträgt 60°. Es gilt $BD = 2\,\text{m}$.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Deltoids $MBND$. Wählen Sie die Antwort aus, die dem richtigen Ergebnis am nächsten kommt.

A: $1{,}5\,\text{m}^2$ **B:** $1{,}7\,\text{m}^2$ **C:** $2{,}6\,\text{m}^2$ **D:** $3{,}4\,\text{m}^2$ **E:** $3{,}9\,\text{m}^2$

(17) Die Abbildungen (**1 - 3**) zeigen Graphen von Funktionen, die jeweils im Intervall $[-3; 3]$ definiert sind. Ordnen Sie den Funktionsgraphen (**1 - 3**) die richtige Eigenschaft (**A - E**) dieser Funktion zu.



A Der Funktionsgraph schneidet den Graphen der Funktion $y = 2^x$ zweimal.

B Der Funktionsgraph ist ein Teil des Graphen der Funktion $y = 1 - x$.

C Der Funktionsgraph ist ein Teil des Graphen der Funktion $y = 1 + x$.

D Die Funktion ist ungerade.

E Die Funktion ist im Intervall $[0; 3]$ streng monoton wachsend.

(18) Ordnen Sie dem Ausdruck (**1 - 3**) seine Eigenschaft (**A - E**) zu, die er für $a = -0{,}6$ hat.

1 a^2

2 $|a|$

3 $\log_2(4 + a)$

A ist gleich der Bruchzahl $\frac{3}{5}$

B ist eine negative nicht-ganzzahlige Zahl

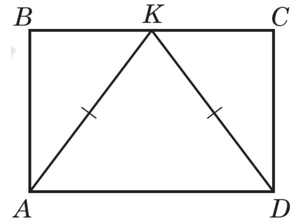
C gehört zum Intervall $[0; 0{,}5]$

D ist eine ganze Zahl

E ist größer als 1

(19) Dem dargestellten Rechteck $ABCD$ ist ein gleichschenkeliges Dreieck AKD eingeschrieben.

Es gilt $AD = 12\,\text{cm}$ und $AK = 10\,\text{cm}$.



Ordnen Sie jedem Satzanfang (**1 - 3**) so ein Satzende (**A - E**) zu, dass eine richtige Aussage entsteht.

1 Die Länge der Seite AB ist gleich

2 Der Umkreis des Rechtecks hat den Radius

3 Die Mittellinie des Trapezes $ABKD$ hat die Länge

A $2 \cdot \sqrt{13}\,\text{cm}$.

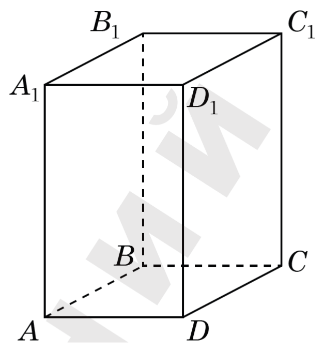
B $8\,\text{cm}$.

C $9\,\text{cm}$.

D $4 \cdot \sqrt{13}\,\text{cm}$.

E $4\,\text{cm}$.

(20) Die Abbildung zeigt einen Quader $ABCDA_1B_1C_1D_1$.



Ordnen Sie jedem Satzanfang (**1 - 3**) so ein Satzende (**A - E**) zu, dass eine richtige Aussage entsteht.

1 Die Strecke BD

2 Die Strecke A_1C_1

3 Die Ebene ABC_1

A ist echt parallel zur ABC-Ebene.

B liegt in der ABC-Ebene.

C steht im rechten Winkel auf die ABC-Ebene.

D ist parallel zur Strecke CD.

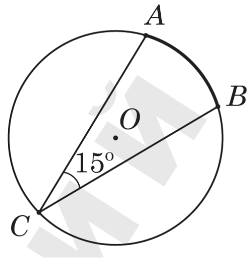
E steht im rechten Winkel auf die Strecke CD.

(21) Pro 800 g Mehl aus der Kolos-Fabrik bezahlt man 16,56 UAH.
Pro 1 kg Mehl aus der Khlibna-Fabrik bezahlt man 18 UAH.

1) Wie viel bezahlt man für 1 kg Mehl aus der Kolos-Fabrik?

2) Um wie viel Prozent ist 1 kg Mehl aus der Kolos-Fabrik teurer als 1 kg Mehl aus der Khlibna-Fabrik?

(22) Auf einem Kreis mit Mittelpunkt O werden die Punkte A, B und C so gewählt, dass $\angle ACB = 15°$ gilt (siehe Abbildung).
Die Länge des kürzeren Kreisbogens AB beträgt 8π cm.



1) Bestimmen Sie die Größe des Zentriwinkels $\angle AOB$.

2) Bestimmen Sie den Radius dieses Kreises (in cm).

(23) In einem rechtwinkeligen Koordinatensystem im Raum sind die Punkte $A = (-7 \mid 4 \mid -3)$ und $B = (17 \mid -4 \mid 3)$ gegeben. Der Punkt C ist der Mittelpunkt der Strecke AB.

1) Bestimmen Sie die x-Koordinate vom Punkt C.

2) Berechnen Sie die Länge des Vektors $\overrightarrow{AC}$.

(24) Von der arithmetischen Folge (a_n) ist bekannt, dass $a_2 = 1$ und $a_4 = 9$ gilt.

1) Berechnen Sie die Differenz d dieser Folge.

2) Berechnen Sie die Summe S_{20} der ersten 20 Folgenglieder.

(25) In einer Schublade sind nur nur Bleistifte und Kugelschreiber.

Es ist bekannt, dass um 12 Bleistifte weniger als Kugelschreiber in der Schublade sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein nach dem Zufallsprinzip gezogener Stift ein Kugelschreiber ist, beträgt $\frac{5}{8}$.
Wie viele Stifte sind in der Schublade?

(26) Ein Radfahrer braucht auf einer Straße insgesamt 2 Stunden von Stadt A nach Stadt B. Ein Motorradfahrer verlässt die Stadt A eineinhalb Stunden später als der Radfahrer und kommt gleichzeitig in der Stadt B an. Nehmen Sie an, dass beide mit konstanter Geschwindigkeit und ohne Stopps die gleiche Strecke von A nach B fahren. Bestimmen Sie die Entfernung (in km) zwischen den Städten A und B, wenn die Geschwindigkeit des Motorradfahrers um 48 km/h größer als die Geschwindigkeit des Radfahrers ist.

(27) Berechnen Sie den Wert des Ausdrucks: $\dfrac{\log_5(27)}{\log_5(2) - \log_5(162)}$

(28) Lösen Sie die Gleichung $|5 - 4x| = 3$.

(29) Das Fremdenverkehrsamt lud Anna ein, über das Wochenende drei Städte zu besuchen. Anna hat aus dem Internet erfahren, dass es in jeder von ihnen 10 Sehenswürdigkeiten gibt. Das Mädchen plant, nur eine Stadt für die Reise auszuwählen und dort vier Sehenswürdigkeiten zu besuchen. Wie viele Möglichkeiten hat Anna dafür, wenn die Reihenfolge, in der sie die Sehenswürdigkeiten besucht, unwichtig ist?

(30) Gegeben sei die Funktion $y = \sqrt{x} - 2$.

1) Tragen Sie die richtigen Werte in die Wertetabelle ein.

x	y
0	
	0
9	

2) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $y = \sqrt{x} - 2$.

3) Markieren Sie die Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit den Koordinatenachsen und geben Sie die Koordinaten dieser Punkte an.

4) Ermitteln Sie eine Stammfunktion $F(x)$ der Funktion $f(x) = \sqrt{x} - 2$.

5) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts S jener Fläche auf, die durch den Graphen von f und die Koordinatenachsen begrenzt wird.

6) Berechnen Sie den Flächeninhalt S dieser Figur.

(31) Gegeben ist eine gerade Pyramide $SABCD$ mit quadratischer Grundfläche $ABCD$.
Die Grundfläche und die Seitenkante SA schließen den Winkel β ein.
Die Seitenkante SA hat die Länge 12.

1) Fertigen Sie eine Skizze dieser Pyramide an, und zeichnen Sie den Winkel β ein.

2) Stellen Sie mithilfe von β eine Formel für die Höhe dieser Pyramide auf.

3) Stellen Sie mithilfe von β eine Formel für das Volumen dieser Pyramide auf.

(32) Gemäß den Bedingungen von Aufgabe 31:

1) Fertigen Sie eine Skizze der Pyramide $SABCD$ an, und zeichnen Sie den Diederwinkel γ an der Kante der Basis dieser Pyramide ein.

2) Stellen Sie mithilfe von β eine Formel für den Winkel γ auf.

(33) Beweisen Sie, dass $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$ für alle reellen Zahlen x und y gilt.

34 Gegeben sei die Gleichung $(25^x + 2a \cdot 5^x + a^2) \cdot \sqrt{\frac{x+8}{x+3} - 2} = 0$,
wobei x eine Variable und a eine Konstante ist.

1) Lösen Sie die Gleichung $\sqrt{\frac{x+8}{x+3} - 2} = 0$.

2) Lösen Sie die gegebene Gleichung in Abhängigkeit von den Werten von a.

УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ 2021

Зошит 1

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА
З МАТЕМАТИКИ

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку ***А***. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках ***Б*** та ***В***.

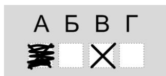
Результат виконання **всіх** завдань буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.
Результат виконання завдань **1–26**, **30** і **31** буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.
Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **профільному рівні**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей *А*, *Б* та *В*

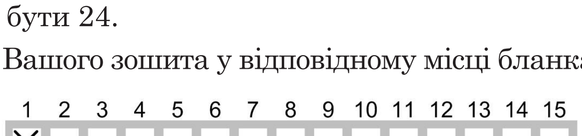
1. У бланк ***А*** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку ***А*** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку ***А*** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:



4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка ***А***.
5. Виконавши завдання 30, 31 та 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланках ***Б*** та ***В***.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку ***А***, та правильного розв'язання завдань 30–34 в бланках ***Б*** та ***В***.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка ***А*** так:



Зичимо Вам успіху!

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

© Український центр оцінювання якості освіти, 2021

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ якщо } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$ax^2 + bx + c = 0, \; a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$ – дискримінант

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \; x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, якщо $D > 0$

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$, якщо $D = 0$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Степені

$a^1 = a, \; a^n = \underbrace{a \cdot a \; ... \; \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R, \; n \in N, \; n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0 \qquad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0, \; n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \; a > 0, \; m \in Z, \; n \in N, \; n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x \qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

Логарифми

$a > 0, \; a \neq 1, \; b > 0, \; c > 0, \; k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$

$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \cdot \log_a b$

Арифметична прогресія

$a_n = a_1 + d(n - 1) \qquad S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Геометрична прогресія

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \qquad S_n = \dfrac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \qquad (q \neq 1)$

Теорія ймовірностей

$P(A) = \dfrac{k}{n}$

Комбінаторика

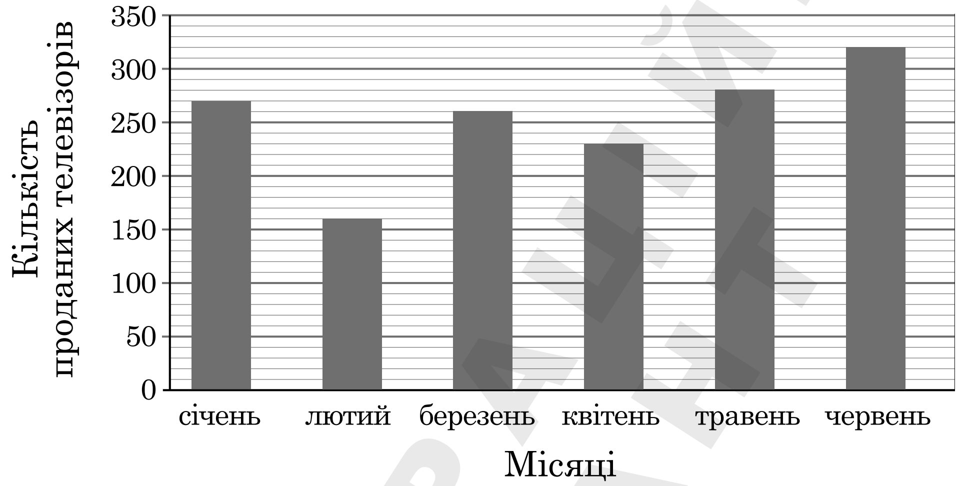
$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n = n! \qquad C_n^k = \dfrac{n!}{k! \cdot (n - k)!} \qquad A_n^k = \dfrac{n!}{(n - k)!}$

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п’ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в *бланку А* згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у *бланку А*, тому що комп’ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*!
Не погіршуйте власноруч свого результату неправильною формою запису відповідей

1. На діаграмі відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є правильним?



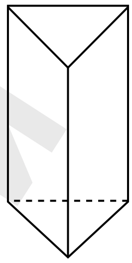
А	Б	В	Г
найменшу кількість телевізорів продано у квітні	у січні продано 240 телевізорів	у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому	у червні продано менше трьохсот телевізорів

2. Кожен із 40 учасників семінару має бути забезпечений двома однаковими пляшками води. Укажіть *найменшу* кількість упаковок, кожна з яких містить 12 пляшок води, яких вистачить для всіх учасників семінару.

А	Б	В	Г
8	7	6	3

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

3. На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

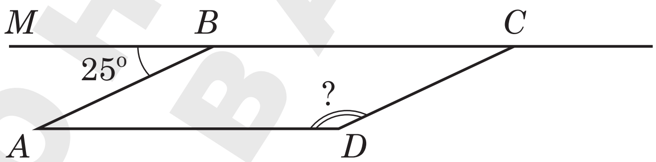


А трикутник
Б паралелограм, що не є прямокутником
В відрізок
Г прямокутник

4. Розв’яжіть рівняння $x^2 - 8x + 15 = 0$.

А	Б	В	Г
3; 5	–3; –5	–3; 5	3; –5

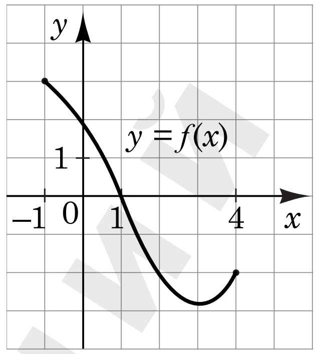
5. На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, точка B лежить на прямій MC. Визначте градусну міру кута CDA, якщо $\angle MBA = 25^\circ$.



А	Б	В	Г	Д
115°	65°	175°	165°	155°

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-1; 4]$. Укажіть поміж наведених координати точки, що належить цьому графіку.



А	Б	В	Г	Д
(2; 0)	(0; 1)	(–2; 2)	(4; –2)	(–2; 4)

7. $(\sqrt{2} - a)(\sqrt{2} + a) =$

А	Б	В	Г	Д
$2 - a$	$2 - a^2$	$\sqrt{2} - a^2$	$2 - \sqrt{a}$	$\sqrt[4]{2} - a^2$

8. Значення температури F за шкалою Фаренгейта пов'язане зі значенням температури C за шкалою Цельсія співвідношенням $F = 1{,}8 \cdot C + 32$. Скільки градусів показуватиме термометр зі шкалою Фаренгейта, якщо за таких самих умов термометр зі шкалою Цельсія показуватиме 50 °C?

А	Б	В	Г	Д
– 10 °F	122 °F	10 °F	41 °F	932 °F

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

9. Спростіть вираз $\frac{(2x^2)^3}{4x^9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{x^3}$	$\frac{2}{x^4}$	$\frac{4}{x^3}$	$\frac{3}{2x^4}$	$\frac{1}{2x}$

10. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Протилежні сторони будь-якого паралелограма рівні.
II. Довжина сторони будь-якого трикутника менша за суму довжин двох інших його сторін.
III. Довжина сторони будь-якого квадрата вдвічі менша за його периметр.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I та III	лише I та II	лише II та III	I, II та III

11. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 10x - 4y = 26, \\ 6x + 4y = 6. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0;\ y_0)$ обчисліть добуток $x_0 \cdot y_0$.

А	Б	В	Г	Д
–3	–6	4	6	3

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

12. Укажіть похідну функції $f(x) = 4x^3 + \mathrm{tg}\,x$.

А $f'(x) = 12x^2 + \dfrac{1}{\mathrm{tg}\,x}$

Б $f'(x) = 12x - \dfrac{1}{\mathrm{tg}\,x}$

В $f'(x) = x^4 + \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Г $f'(x) = 12x^2 + \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Д $f'(x) = x^4 - \dfrac{1}{\mathrm{tg}\,x}$

13. Розв'яжіть нерівність $10^{x+1} > 0{,}01$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -2)$	$(-3; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

14. Обчисліть $\cos 210^\circ$.

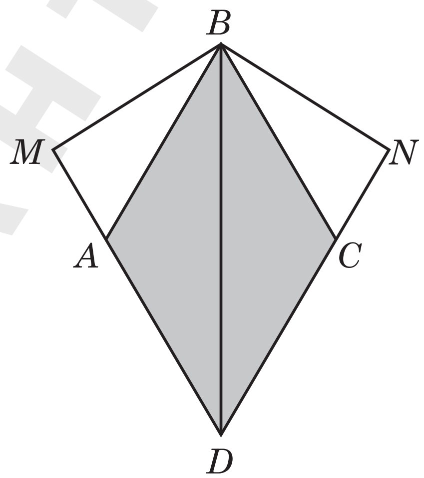
А	Б	В	Г	Д
$\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

15. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 24π, а довжина кола його основи – 4π. Визначте висоту цього циліндра.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	6	8

16. На рисунку зображено поверхню повітряного змія, що складається з двох рівних прямокутних трикутників *AMB* й *CNB* та ромба *ABCD*. Точки *A* і *C* належать відрізкам *DM* і *DN* відповідно. Гострий кут ромба дорівнює 60°, $BD = 2$ м. Визначте площу поверхні (чотирикутника *MBND*) цього змія, якщо всі його елементи лежать в одній площині. Виберіть відповідь, найближчу до точної.



А	Б	В	Г	Д
1,5 м^2	1,7 м^2	2,6 м^2	3,4 м^2	3,9 м^2

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

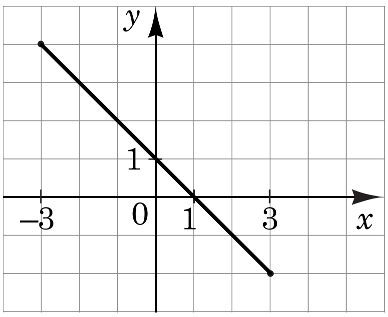
У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*! **Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей**

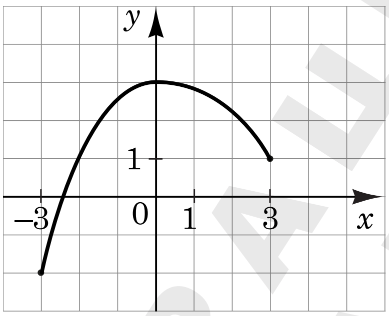
17. На рисунках (1–3) зображено графіки функцій, кожна з яких визначена на проміжку [–3; 3]. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції та властивістю (А – Д) цієї функції.

Графік функції

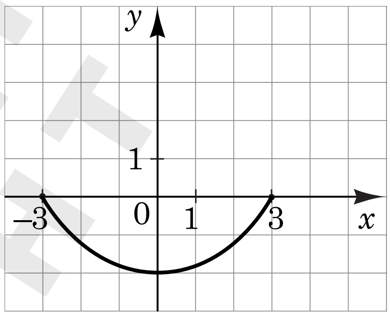
1



2



3



Властивість функції

А графік функції двічі перетинає графік функції $y = 2^x$

Б графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 - x$

В графік функції є фрагментом графіка функції $y = 1 + x$

Г функція є непарною

Д функція зростає на проміжку [0; 3]

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

18. Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо $a = -0{,}6$.

Вираз

1 a^2

2 $|a|$

3 $\log_2 (4 + a)$

Твердження про значення виразу

А дорівнює дробу $\frac{3}{5}$

Б є від’ємним не цілим числом

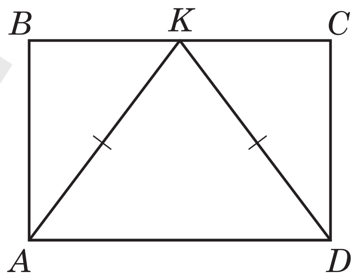
В належить проміжку [0; 0,5]

Г є цілим числом

Д більше за 1

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

19. У прямокутник $ABCD$ вписано рівнобедрений трикутник AKD так, як показано на рисунку. AD = 12 см, AK = 10 см. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1 Довжина сторони AB дорівнює

2 Радіус кола, описаного навколо прямокутника $ABCD$, дорівнює

3 Довжина середньої лінії трапеції $ABKD$ дорівнює

Закінчення речення

А $2\sqrt{13}$ см.

Б 8 см.

В 9 см.

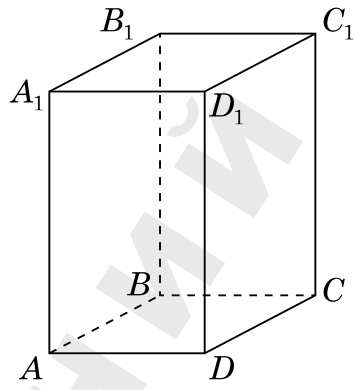
Г $4\sqrt{13}$ см.

Д 4 см.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

20. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1 Пряма BD
2 Пряма A_1C_1
3 Площина ABC_1

Закінчення речення

А паралельна площині ABC.
Б належить площині ABC.
В перпендикулярна до площини ABC.
Г паралельна прямій CD.
Д перпендикулярна до прямої CD.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Розв'яжіть завдання 21–29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та *бланку А*. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у *бланку А*.

21. За 800 г борошна фабрики «Колос» заплатили 16 грн 56 коп., а за 1 кг борошна фабрики «Хлібна» – 18 грн.

1. Скільки гривень коштує 1 кг борошна фабрики «Колос»?

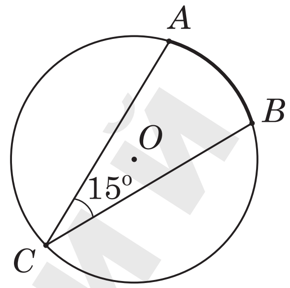
Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

2. На скільки відсотків 1 кг борошна фабрики «Колос» дорожчий за 1 кг борошна фабрики «Хлібна»?

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

22. На колі із центром у точці O вибрано точки A, B й C так, що $\angle ACB = 15^\circ$ (див. рисунок). Довжина меншої дуги AB кола дорівнює 8π см.



1. Визначте градусну міру центрального кута AOB, що спирається на меншу дугу AB.

Відповідь: □□□□,□□□

2. Визначте радіус цього кола (у см).

Відповідь: □□□□,□□□

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

23. У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(-7;\ 4;\ -3)$ і $B(17;\ -4;\ 3)$. Точка C є серединою відрізка AB.

1. Визначте абсцису точки C.

Відповідь: □□□□,□□□

2. Обчисліть довжину (модуль) вектора $\overrightarrow{AC}$.

Відповідь: □□□□,□□□

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

24. В арифметичній прогресії (a_n) відомо, що $a_2 = 1$, $a_4 = 9$.

1. Визначте різницю цієї прогресії.

Відповідь: □□□□,□□□

2. Обчисліть суму S_{20} двадцяти перших членів цієї прогресії.

Відповідь: □□□□,□□□

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

25. У шухляді лежать лише олівці та ручки. Відомо, що олівців на 12 менше, ніж ручок. Скільки олівців лежить у шухляді, якщо ймовірність вибрати навмання із шухляди одну ручку дорівнює $\frac{5}{8}$?

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square\square$

26. Велосипедист витратив 2 години на дорогу з міста A до міста B. Мотоцикліст виїхав з міста A на півтори години пізніше за велосипедиста, але прибув у місто B одночасно з велосипедистом. Визначте відстань (у км) між містами A та B, якщо швидкість мотоцикліста на 48 км/год більша за швидкість велосипедиста. Уважайте, що велосипедист та мотоцикліст рухалися з міста A до міста B тією самою дорогою зі сталими швидкостями та без зупинок.

Відповідь: $\square\square\square\square,\square\square\square$

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

27. Обчисліть значення виразу $\dfrac{\log_5 27}{\log_5 2 - \log_5 162}$.

Відповідь:

28. Розв'яжіть рівняння $|5 - 4x| = 3$. Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню суму.

Відповідь:

29. Туристичне бюро запропонувало Ганні відвідати на вихідний три міста. Ганна дізналася з Інтернету, що в кожному з них є 10 цікавих туристичних об'єктів. Дівчина планує вибрати для поїздки лише одне місто і відвідати в ньому чотири цікавих об'єкти. Скільки всього в Ганни є варіантів вибору міста й чотирьох таких об'єктів у ньому? Уважайте, що порядок відвідування об'єктів неважливий.

Відповідь:

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Розв'яжіть завдання 30, 31. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $y = \sqrt{x} - 2$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x. Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
9	

2. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x} - 2$.
3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.
4. Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x) = \sqrt{x} - 2$.
5. Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.
6. Обчисліть площу S цієї фігури.

Відповідь:

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

31. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* з основою *ABCD* бічне ребро утворює з площиною основи кут β. Довжина бічного ребра дорівнює 12.

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду *SABCD* та позначте кут β між бічним ребром *SA* та площиною основи піраміди.
2. Визначте довжину висоти піраміди.
3. Знайдіть об'єм піраміди *SABCD*.

Відповідь:

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Розв'яжіть завдання 32–34. Запишіть у *бланку В* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

32. Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну чотирикутну піраміду $SABCD$ та укажіть лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ.

Відповідь:

33. Доведіть, що $x^4 + y^4 \geqslant x^3y + xy^3$ для всіх дійсних чисел x та y.

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

34. Задано рівняння $(25^x + 2a \cdot 5^x + a^2) \cdot \sqrt{\frac{x+8}{x+3} - 2} = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\frac{x+8}{x+3} - 2} = 0$.

2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a.

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Відповідь:

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$ $\quad$ $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad$ $(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $\quad$ $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$ $\quad$ $(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(u + v)' = u' + v'$ $\quad$ $(u - v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\quad$ $(Cu)' = Cu'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
x^{α}, $\alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln \lvert x \rvert + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\mathrm{tg}\, x + C$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$ – формула Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$\sin\alpha = y_{\alpha}$ $\quad$ $\cos\alpha = x_{\alpha}$ $\quad$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

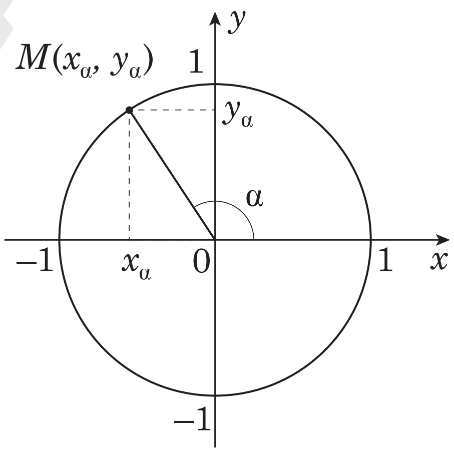
$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad$ $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\quad$ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\quad$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$

$\mathrm{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$ $\quad$ $\mathrm{tg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$



Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

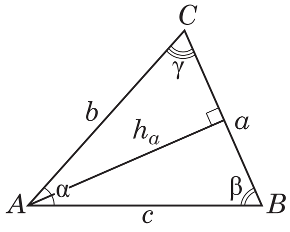
α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$p = \frac{a + b + c}{2}$ $\qquad \alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

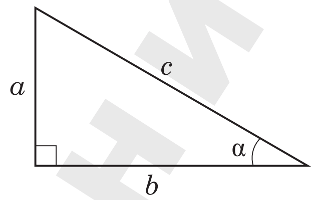
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \qquad S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha \qquad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Прямокутний трикутник

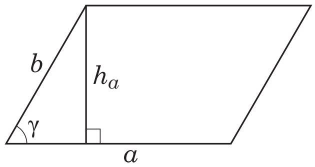
$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha \qquad \frac{a}{c} = \sin\alpha \qquad \frac{a}{b} = \mathrm{tg}\,\alpha$



Чотирикутники

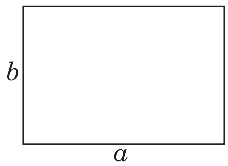
Паралелограм



$S = ab\sin\gamma$,

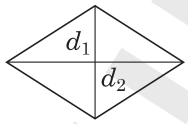
$S = ah_a$

Прямокутник



$S = ab$

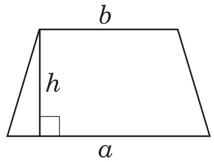
Ромб



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$,

d_1, d_2 – діагоналі ромба

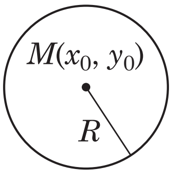
Трапеція



$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$,

a і b – основи трапеції

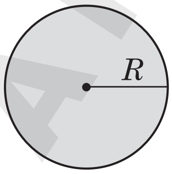
Коло



$L = 2\pi R$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

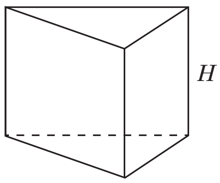
Круг



$S = \pi R^2$

Об'ємні фігури та тіла

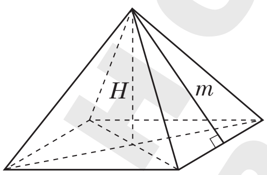
Пряма призма



$V = S_{осн} \cdot H$

$S_б = P_{осн} \cdot H$

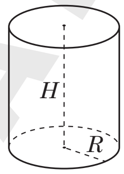
Правильна піраміда



$V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$

$S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot m$

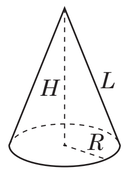
Циліндр



$V = \pi R^2 H$

$S_б = 2\pi RH$

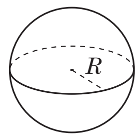
Конус



$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$S_б = \pi RL$

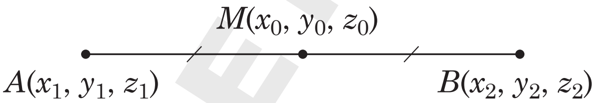
Куля, сфера



$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

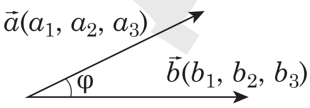
$S = 4\pi R^2$

Координати та вектори



$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \qquad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \qquad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|\cos\varphi$

Кінець зошита

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ