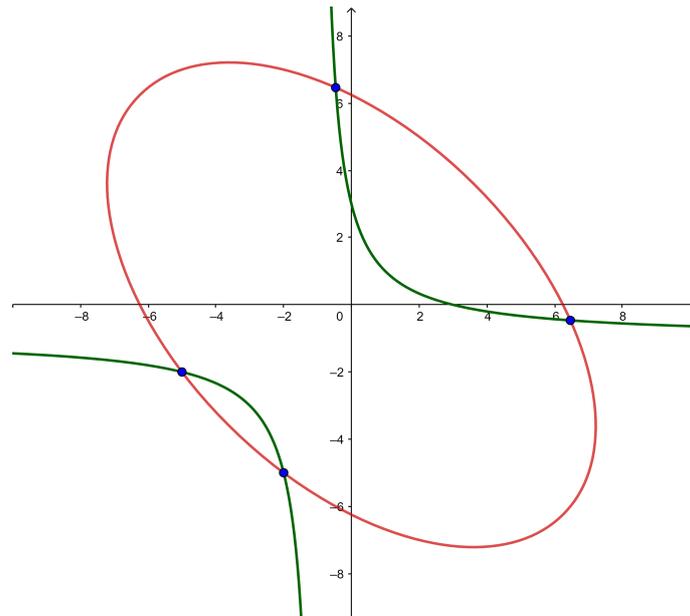


# Ein Haufen Aufgaben rund um Gleichungssysteme



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>2</b>
1.1	Lineare Gleichungssysteme in zwei Unbekannten . . . . .	2
1.2	Lineare Gleichungssysteme in drei Unbekannten . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Über- und unterbestimmte lineare Gleichungssysteme</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Gleichungssysteme in Zusammenhang mit Kegelschnitten</b>	<b>4</b>

# 1 Lineare Gleichungssysteme

## 1.1 Lineare Gleichungssysteme in zwei Unbekannten

a) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} 3 \cdot x - 5 \cdot y & = 2 \\ -4 \cdot x + 3 \cdot y & = -10 \end{cases}$$

Aufgabe 9.2.a) (AS SvRms 9)

b) Für welche reellen Werte von  $a$  und  $b$  hat das gegebene Gleichungssystem

- i) keine Lösung?
- ii) genau eine Lösung?
- iii) unendlich viele Lösungen?

$$\begin{cases} a \cdot x + 2 \cdot y & = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y & = b \end{cases}$$

Aufgabe 9.3.-9.5.a) (AS SvRms 9)

c) Für welche reellen Werte von  $a$  und  $b$  hat das gegebene Gleichungssystem

- i) keine Lösung?
- ii) genau eine Lösung?
- iii) unendlich viele Lösungen?

$$\begin{cases} 10 \cdot x + a \cdot y & = 18 \\ b \cdot x + 4 \cdot y & = 12 \end{cases}$$

Aufgabe 8.3.c) (KH Termrechnung)

## 1.2 Lineare Gleichungssysteme in drei Unbekannten

a) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y + 5 \cdot z & = 8 \\ x + y - 2 \cdot z & = 7 \\ 3 \cdot x - y + z & = 2 \end{cases}$$

b) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} & = 21 \\ x + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} & = 15 \\ x + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} & = 12 \end{cases}$$

Aufgabe 8.4.c) (KH Termrechnung)

- c) Erkläre mit Argumenten aus der analytischen Geometrie, warum das gegebene Gleichungssystem keine Lösung besitzt.

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y + z & = 5 \\ 6 \cdot x + 9 \cdot y + 3 \cdot z & = 7 \\ 3 \cdot x - y + z & = 2 \end{cases}$$

## 2 Über- und unterbestimmte lineare Gleichungssysteme

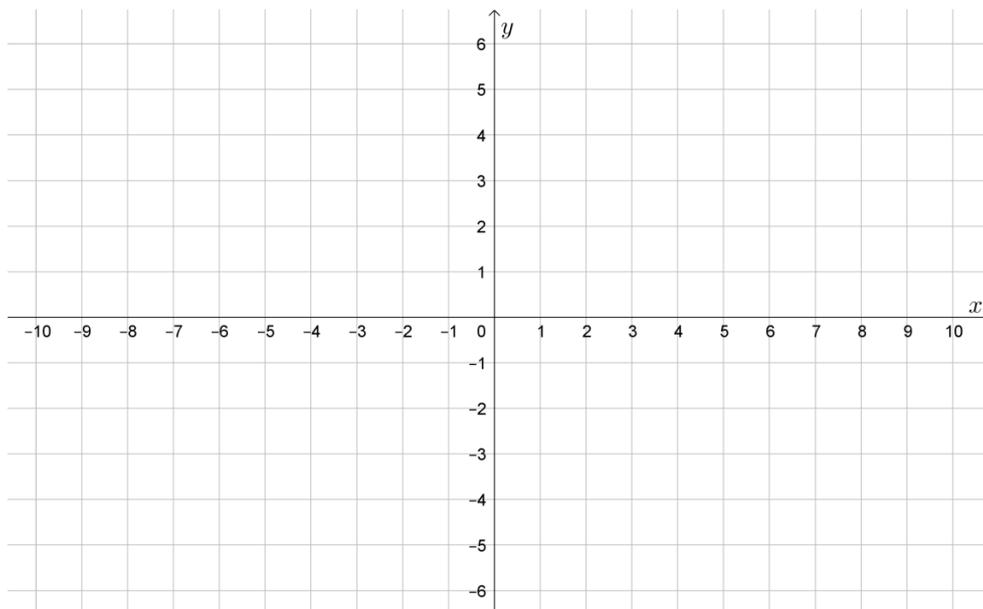
- a) Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem in den Variablen  $x$  und  $y$ :

$$\begin{array}{l} \text{I:} \quad x - 2 \cdot y = 0 \\ \text{II:} \quad x + 3 \cdot y = 10 \\ \text{III:} \quad 2 \cdot x + a \cdot y = 6 \end{array}$$

- i) Veranschauliche im Koordinatensystem unten jeweils die Lösungen der Gleichungen I und II.

Es gibt *genau eine* Zahl  $a \in \mathbb{R}$ , für die das lineare Gleichungssystem *genau eine* Lösung  $(x \mid y) \in \mathbb{R}^2$  hat.

- ii) Berechne diese eindeutige Lösung sowie diese Zahl  $a$ .  
 iii) Veranschauliche im Koordinatensystem unten die Lösungen der Gleichung III für diese Zahl  $a$  und markiere die eindeutige Lösung des Gleichungssystems.



Aufgabe 2. (Test am 14.05.2021)

b) Weise rechnerisch nach, ob die Geraden  $g$  und  $h$  identisch, parallel, schneidend oder windschief sind und ermittle gegebenenfalls den Schnittpunkt.

i)  $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}, h: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

ii)  $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, h: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$

iii)  $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

iv)  $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Aufgabe 10.10. (AS SvRms 10)

c) Löse das gegebene unterbestimmte Gleichungssystem.

$$\begin{cases} 3 \cdot x - y - 5 \cdot z = 0 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$$

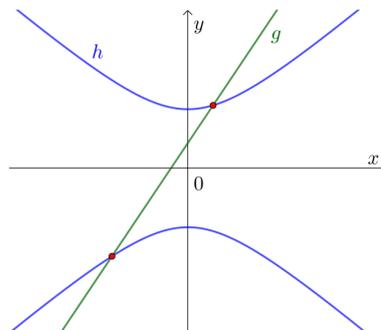
d) Sei  $t \in \mathbb{R}$ . Finde alle quadratischen Funktionen  $f_t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , deren Graphen durch die Punkte  $A = (2 \mid 1)$  und  $B = (-1 \mid 4)$  verlaufen.

### 3 Gleichungssysteme in Zusammenhang mit Kegelschnitten

a) Die Gerade  $g$  und die Hyperbel  $h$  mit

$$g: -3 \cdot x + 2 \cdot y = 4 \qquad h: -3 \cdot x^2 + 4 \cdot y^2 = 88$$

schneiden einander in 2 Punkten:



Berechne die Entfernung zwischen diesen beiden Schnittpunkten.

Aufgabe 2. (Test am 28.07.2021)

b) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} 2 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 308 \\ x - 3 \cdot y^2 = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 9.11.e) (KH Termrechnung)

c) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} 3 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 192 \\ 9 \cdot x^2 - 4 \cdot y^2 = 405 \end{cases}$$

Aufgabe 9.11.d) (KH Termrechnung)

d) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2 \cdot x + 4 \cdot y - 80 = 0 \\ x^2 + y^2 - 12 \cdot x - 24 \cdot y + 130 = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 9.11.c) (KH Termrechnung)

e) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 128 \\ x^2 + y^2 - 16 \cdot x + 32 = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 9.11.f) (KH Termrechnung)

f) Löse das gegebene Gleichungssystem.

$$\begin{cases} x + y + x \cdot y = 3 \\ x^2 + y^2 + x \cdot y = 39 \end{cases}$$

Aufgabe 9.11.j) (KH Termrechnung)