

Name: _____

Matrikelnummer: _____

1. HINWEISE

- Als Hilfsmittel ist nur ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig, kein CAS) erlaubt.
- Bei der Bearbeitung einer Teilaufgabe darfst du immer die zu zeigenden Behauptungen aller *vorherigen* Teilaufgaben derselben Aufgabe verwenden, auch wenn du sie nicht bearbeitet hast.
- Arbeitszeit: 90 Minuten
- Jede der 5 Aufgaben ist 5 Punkte wert (ohne ★ - Bonuspunkte).
- Die mit ★ gekennzeichneten Unterpunkte sind jeweils 2 Bonuspunkte wert.
- Die besten 4 der 5 Aufgaben werden zur Beurteilung herangezogen.

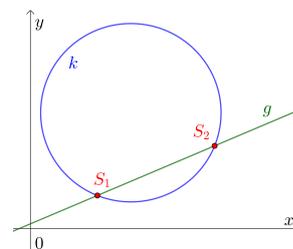
2. AUFGABEN

Aufgabe 1. Die Gerade g und der Kreis k mit

$$g: -3 \cdot x + 7 \cdot y = 2 \quad k: (x - 6)^2 + (y - 7)^2 = 29$$

schneiden einander in den Punkten S_1 und S_2 .

Berechne die Entfernung zwischen diesen beiden Schnittpunkten.

**Aufgabe 2.** Das Krümmungsverhalten der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^4 - k \cdot x^3 + 42 \cdot x - 23$$

hängt vom Wert des Parameters $k \in \mathbb{R}$ ab.Ermittle das Krümmungsverhalten von f in Abhängigkeit von k .

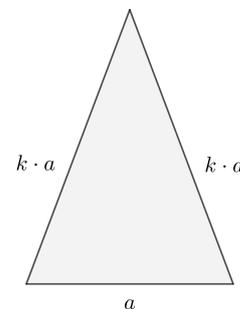
Hinweis: Es gibt 3 Fälle zu unterscheiden.

Aufgabe 3. Wir betrachten gleichschenkelige Dreiecke mit Basis a .Die Schenkel haben jeweils die Länge $k \cdot a$.**a)** Damit sich tatsächlich ein gleichschenkliges Dreieck ausgeht,muss $k > \boxed{}$ gelten.

Trage die richtige Zahl in das Kästchen ein, und begründe deine Antwort.

b) Zeige, dass für den Flächeninhalt F des Dreiecks gilt:

$$F = \frac{a^2}{2} \cdot \sqrt{k^2 - \frac{1}{4}}$$

c) Berechne k so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks 4-mal so groß ist wie der Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge a .

Aufgabe 4. Die beiden Punkte $L = (3 \mid -5 \mid 1)$ und $X = (x \mid y \mid z)$ liegen in der Ebene ε .

Der Punkt $P = (-5 \mid -9 \mid 7)$ liegt *nicht* in der Ebene ε .

Der Vektor \vec{LP} steht im rechten Winkel auf den Vektor \vec{LX} .

a) Trage die richtige Zahl in das Kästchen ein:

$$\vec{LP} \cdot \vec{LX} = \boxed{}$$

b) Ermittle eine Ebenengleichung von ε , das heißt:

Berechne Zahlen $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ so, dass

$$a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d$$

genau für jeden Punkt $X = (x \mid y \mid z)$ in der Ebene ε gilt.

Für eine andere Ebene π gilt: $3 \cdot x - 5 \cdot y + 2 \cdot z = -32$

c) Ermittle eine Parameterdarstellung jener Gerade g , die durch P verläuft und normal auf π steht.

d) Berechne den Schnittpunkt dieser Gerade g und der Ebene π .

e) Berechne den Abstand von P zu π .

Aufgabe 5. Für die Folge $(s_n)_{n \geq 1}$ gilt:

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

a) Berechne s_5 .

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2$ ist rechts dargestellt.

b) Zeichne rechts 5 Rechtecke so ein, dass sie zusammen den Flächeninhalt s_5 haben.

c) Ermittle den Grenzwert: $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$

d) ★ Sei $\varepsilon > 0$. Gib einen Index $n(\varepsilon)$ so an, dass $|s_n - s| < \varepsilon$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq n(\varepsilon)$ gilt.

