

Name: _____

Matrikelnummer: _____

1. HINWEISE

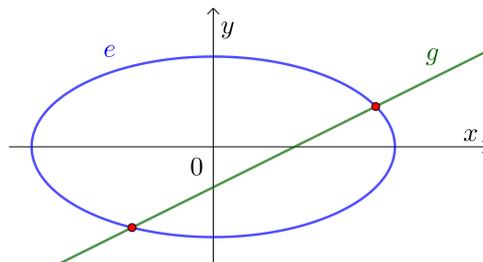
- Als Hilfsmittel ist nur ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig, kein CAS) erlaubt.
- Bei der Bearbeitung einer Teilaufgabe darfst du immer die zu zeigenden Behauptungen aller vorhergegangenen Teilaufgaben derselben Aufgabe verwenden, auch wenn du sie nicht bearbeitet hast.
- Arbeitszeit: 90 Minuten
- Jede der 5 Aufgaben ist 5 Punkte wert (ohne ★ - Bonuspunkte).
- Die mit ★ gekennzeichneten Unterpunkte sind jeweils 2 Bonuspunkte wert.
- Die besten 4 der 5 Aufgaben werden zur Beurteilung herangezogen.

2. AUFGABEN

Aufgabe 1. Die Gerade g und die Ellipse e mit

$$g: -x + 2 \cdot y = -2 \qquad e: x^2 + 4 \cdot y^2 = 20$$

schneiden einander in 2 Punkten:

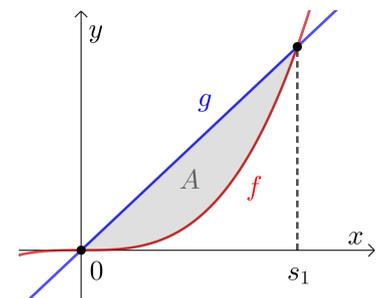


Berechne die Entfernung zwischen diesen beiden Schnittpunkten.

Aufgabe 2. Für die Funktionen f bzw. g gilt:

$$f(x) = x^3 \quad \text{bzw.} \quad g(x) = k \cdot x \quad \text{mit} \quad k > 0$$

Die Graphen der beiden Funktionen sind rechts dargestellt.

1) Stelle mithilfe von k eine Formel für die Schnittstelle s_1 auf.Für den markierten Flächeninhalt gilt: $A = 36$ 2) Ermittle k .

Aufgabe 3. Für die Funktion f gilt: $f(x) = a \cdot e^{2x} - b \cdot e^x + c$

1) Ermittle die Ableitungsfunktionen f' und f'' .

Die Koeffizienten a und b haben das gleiche Vorzeichen.

2) Stelle mithilfe von a und b eine Formel für die Nullstelle x_1 von f' auf.

3) Stelle mithilfe von a und b eine Formel für die Nullstelle x_2 von f'' auf.

4) Begründe, warum die Differenz $x_1 - x_2$ von *keinem* der Koeffizienten a , b bzw. c abhängt.

Aufgabe 4. Felix schneidet Geraden im \mathbb{R}^3 in Parameterdarstellung mit einer Ebene.

Dabei tritt das folgende Gleichungssystem auf:

$$\text{I: } x = -4 - 2 \cdot t$$

$$\text{II: } y = 6 + t$$

$$\text{III: } z = a + b \cdot t$$

$$\text{IV: } 4 \cdot x - 5 \cdot y - 3 \cdot z = -1$$

- a) Wenn $a = 4$ und $b = 2$ gilt, dann schneidet die Gerade die Ebene in einem Punkt $S = (x \mid y \mid z)$.
Löse das Gleichungssystem, um diesen Schnittpunkt zu ermitteln.
- b) Wenn das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat, ist die Gerade in der Ebene enthalten.
Berechne a und b so, dass die Gerade in der Ebene enthalten ist.

Aufgabe 5. Ein D6 ist ein fairer Spielwürfel mit den Augenzahlen von 1 bis 6.



- a) Du würfelst mit einem D6 so oft, bis du eine *beliebige* Augenzahl zum 5. Mal gewürfelt hast.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du dafür insgesamt nur 5 Würfe benötigst.
Gib die Wahrscheinlichkeit auch als Verhältnis „1 zu ...“ an.
- b) Du würfelst mit einem D6 so oft, bis du eine *beliebige* Augenzahl zum n . Mal gewürfelt hast.
Die Wahrscheinlichkeit, dass du dafür insgesamt nur n Würfe benötigst, ist p_n .
Berechne die kleinste natürliche Zahl $n \geq 1$, für die $p_n < \frac{1}{10^9}$ gilt.
- c) ☆ Du würfelst mit einem D6 so oft, bis du eine *beliebige* Augenzahl zum 5. Mal gewürfelt hast.
Wie oft musst du dafür höchstens würfeln?
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Fall eintritt.
Gib die Wahrscheinlichkeit auch als Verhältnis „1 zu ...“ an.