

Die Höhe h einer Sonnenblume wird täglich gemessen und aufgezeichnet.

$t \dots$ Zeit in Tagen

$h(t) \dots$ Höhe der Sonnenblume am Tag t in cm

Es gilt $h(30) = 70$ cm und $h(50) = 150$ cm.



- a) Um wie viel cm ist die Sonnenblume am Tag 50 höher als am Tag 30?
Veranschauliche das Ergebnis im unten dargestellten Koordinatensystem.
- b) Um wie viel Prozent ist die Sonnenblume am Tag 50 höher als am Tag 30?
- c) Um wie viel cm ist die Sonnenblume von Tag 30 bis Tag 50 pro Tag *durchschnittlich* gewachsen?
Veranschauliche das Ergebnis im Koordinatensystem.

a) $\Delta h = h(50) - h(30) = 80$ cm

b) Lösungsweg 1:

$$\frac{h(50)}{h(30)} = \frac{150}{70} = 2,142\dots = 214,2\dots \%$$

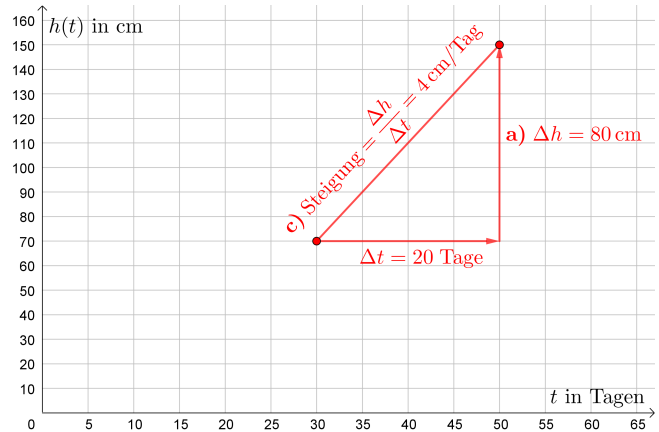
Lösungsweg 2:

$$\frac{h(50) - h(30)}{h(30)} = \frac{80}{70} = 1,142\dots = 114,2\dots \%$$

Am Tag 50 ist die Sonnenblume um 114,2... % höher als am Tag 30.

c) $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(50) - h(30)}{50 - 30} = \frac{80 \text{ cm}}{20 \text{ Tage}} = 4 \text{ cm/Tag}$

Von Tag 30 bis Tag 50 ist die Sonnenblume pro Tag *durchschnittlich* um 4 cm gewachsen.



Du hast drei verschiedene Änderungsmaße der Funktion h berechnet. Für die Ergebnisse gibt es jeweils einen Fachbegriff.

Eine Funktion f ist auf dem Intervall $[a; b]$ mit $a < b$ definiert.

Wir unterscheiden zwischen den folgenden **Änderungsmaßen von f in $[a; b]$** :

Änderungsmaß	Formel	Einheit
Absolute Änderung von f in $[a; b]$	$f(b) - f(a)$	Einheit von $f(a)$
Relative/Prozentuelle Änderung von f in $[a; b]$	$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ mit $f(a) \neq 0$	1
Mittlere Änderungsrate von f in $[a; b]$	$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ (Differenzenquotient)	$\frac{\text{Einheit von } f(a)}{\text{Einheit von } a}$



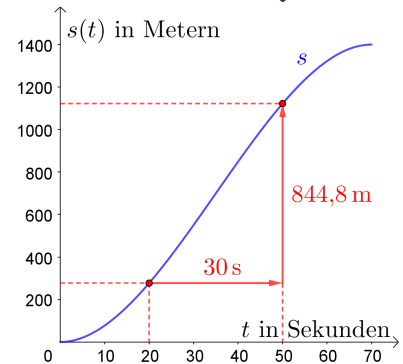
Die Fahrt einer U-Bahn zwischen zwei Stationen dauert 70 Sekunden und wird durch die folgende Weg-Zeit-Funktion s modelliert:

$$s(t) = -\frac{2}{245} \cdot t^3 + \frac{6}{7} \cdot t^2$$

t ... Zeit in Sekunden ($0 \leq t \leq 70$)

$s(t)$... zurückgelegter Weg im Zeitintervall $[0; t]$ in Metern

Der Funktionsgraph von s ist rechts dargestellt.



- a) Berechne die absolute Änderung von s in $[0; 70]$.
Interpretiere sie im Sachzusammenhang.

- b) Berechne die mittlere Änderungsrate von s in $[20; 50]$. Interpretiere sie im Sachzusammenhang.

a) $s(70) - s(0) = 1400 \text{ m} - 0 \text{ m} = 1400 \text{ m}$

Die U-Bahn legt zwischen den beiden Stationen 1400 m zurück.

b) $\frac{s(50) - s(20)}{50 - 20} = \frac{1122,4... - 277,5...}{50 - 20} = \frac{844,8... \text{ m}}{30 \text{ s}} = 28,16... \text{ m/s}$

Im Zeitintervall $[20; 50]$ legt die U-Bahn pro Sekunde *durchschnittlich* 28,16... m zurück.
Oder: Die *mittlere* Geschwindigkeit der U-Bahn im Zeitintervall $[20; 50]$ ist 28,16... m/s.

Die zugehörige Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v hat die folgende Gleichung:

$$v(t) = -\frac{6}{245} \cdot t^2 + \frac{12}{7} \cdot t$$

Zwischen den Funktionen s und v besteht ein **Zusammenhang**.
Woran erkennst du am Funktionsgraphen von s , ob die U-Bahn zum Zeitpunkt $t = 10 \text{ s}$ oder zum Zeitpunkt $t = 30 \text{ s}$ schneller ist?

t ... Zeit in Sekunden ($0 \leq t \leq 70$)

$v(t)$... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in m/s

- c) Berechne die Geschwindigkeit der U-Bahn nach 20 Sekunden.

- d) Berechne die mittlere Geschwindigkeit der U-Bahn im Zeitintervall $[20; 20,1]$.

Vergleiche die Ergebnisse von c) und d). Was fällt dir auf? Mehr dazu findest du auf dem [Arbeitsblatt – Differentialquotient](#).

- e) Berechne die mittlere Änderungsrate von v in $[10; 30]$. Interpretiere sie im Sachzusammenhang.

c) $v(20) = 24,48... \text{ m/s}$

d) $\frac{\text{Zurückgelegter Weg}}{\text{Benötigte Zeit}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(20,1) - s(20)}{20,1 - 20} = 24,52... \text{ m/s}$

e) $\frac{v(30) - v(10)}{30 - 10} = \frac{14,69... \text{ m/s}}{20 \text{ s}} = 0,734... \text{ m/s}^2$

Im Zeitintervall $[10; 30]$ steigt die Geschwindigkeit der U-Bahn pro Sekunde *durchschnittlich* um 0,734... m/s.

Oder: Die *mittlere* Beschleunigung der U-Bahn im Zeitintervall $[10; 30]$ ist 0,734... m/s².

