Änderungsmaße von Funktionen

Die Höhe h einer Sonnenblume wird täglich gemessen und aufgezeichnet.

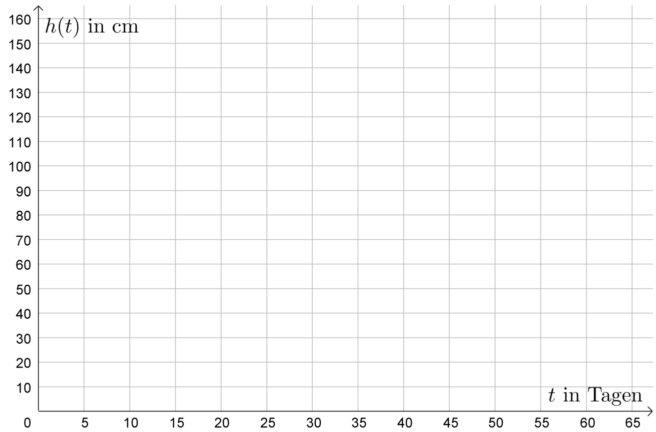
t … Zeit in Tagen
$h(t)$ … Höhe der Sonnenblume am Tag t in cm

Es gilt $h(30) = 70\,\text{cm}$ und $h(50) = 150\,\text{cm}$.

a) Um wie viel cm ist die Sonnenblume am Tag 50 höher als am Tag 30?
Veranschauliche das Ergebnis im unten dargestellten Koordinatensystem.

b) Um wie viel Prozent ist die Sonnenblume am Tag 50 höher als am Tag 30?

c) Um wie viel cm ist die Sonnenblume von Tag 30 bis Tag 50 pro Tag *durchschnittlich* gewachsen?
Veranschauliche das Ergebnis im Koordinatensystem.



Du hast drei verschiedene Änderungsmaße der Funktion h berechnet. Für die Ergebnisse gibt es jeweils einen Fachbegriff.

Änderungsmaße von Funktionen

Eine Funktion f ist auf dem Intervall $[a; b]$ mit $a < b$ definiert.
Wir unterscheiden zwischen den folgenden **Änderungsmaßen von f in $[a; b]$**:

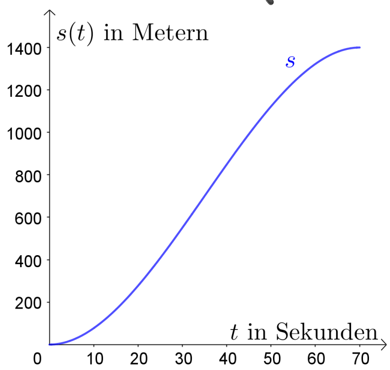
Änderungsmaß	Formel	Einheit
Absolute Änderung von f in $[a; b]$	$f(b) - f(a)$	Einheit von $f(a)$
Relative/Prozentuelle Änderung von f in $[a; b]$	$\dfrac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ mit $f(a) \neq 0$	1
Mittlere Änderungsrate von f in $[a; b]$	$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ (**Differenzenquotient**)	$\dfrac{\text{Einheit von } f(a)}{\text{Einheit von } a}$

Mittlere Geschwindigkeit & Mittlere Beschleunigung

Die Fahrt einer U-Bahn zwischen zwei Stationen dauert 70 Sekunden und wird durch die folgende Weg-Zeit-Funktion s modelliert:

$$s(t) = -\frac{2}{245} \cdot t^3 + \frac{6}{7} \cdot t^2$$

$t \ldots$ Zeit in Sekunden $(0 \leq t \leq 70)$
$s(t) \ldots$ zurückgelegter Weg im Zeitintervall $[0; t]$ in Metern



Der Funktionsgraph von s ist rechts dargestellt.

a) Berechne die absolute Änderung von s in $[0; 70]$.
Interpretiere sie im Sachzusammenhang.

b) Berechne die mittlere Änderungsrate von s in $[20; 50]$. Interpretiere sie im Sachzusammenhang.

Die zugehörige Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v hat die folgende Gleichung:

$$v(t) = -\frac{6}{245} \cdot t^2 + \frac{12}{7} \cdot t$$

$t \ldots$ Zeit in Sekunden $(0 \leq t \leq 70)$
$v(t) \ldots$ Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in m/s

Zwischen den Funktionen s und v besteht ein Zusammenhang.
Woran erkennst du am Funktionsgraphen von s, ob die U-Bahn zum Zeitpunkt $t = 10\,\text{s}$ oder zum Zeitpunkt $t = 30\,\text{s}$ schneller ist?

c) Berechne die Geschwindigkeit der U-Bahn nach 20 Sekunden.

d) Berechne die mittlere Geschwindigkeit der U-Bahn im Zeitintervall $[20; 20{,}1]$.
Vergleiche die Ergebnisse von **c)** und **d)**. Was fällt dir auf? Mehr dazu findest du auf dem Arbeitsblatt – Differentialquotient.

e) Berechne die mittlere Änderungsrate von v in $[10; 30]$. Interpretiere sie im Sachzusammenhang.