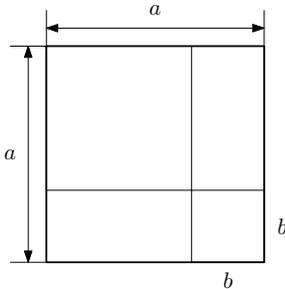
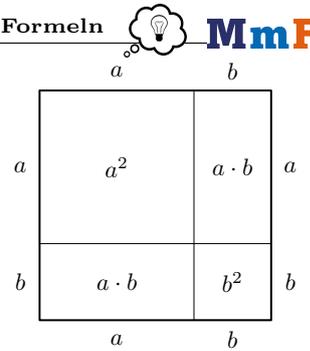


Rechts ist die **Binomische Formel**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

veranschaulicht. Rechne die Formel nach, indem du ausmultiplizierst:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = \boxed{\phantom{a^2 + 2ab + b^2}}$$



Rechne auch die **Binomische Formel**

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

nach, und erkläre den Zusammenhang mit dem Bild links.

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = \boxed{\phantom{a^2 - 2ab + b^2}}$$

Rechne auch die **Binomische Formel**  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$  nach, indem du ausmultiplizierst:

$$(a + b) \cdot (a - b) = \boxed{\phantom{a^2 - b^2}}$$

Multipliziere aus, und vereinfache so weit wie möglich.

a)  $3 \cdot (x + y)^2 - 4 \cdot (x - y)^2 =$

b)  $(x + 2 \cdot y)^2 + 3 \cdot (x + y) \cdot (x - y) =$

c)  $(2 \cdot x)^2 - (2 + x)^2 =$

d)  $2 \cdot x \cdot (x^2 + 3)^2 =$

Suche dir deine Lieblingszahl ( $\neq 0$ ) aus und führe die folgenden Rechenschritte durch. Trage die Zwischenergebnisse in die Kästchen unten ein.

- i) Subtrahiere 2 von deiner Lieblingszahl.
- ii) Multipliziere das Ergebnis mit sich selbst.
- iii) Subtrahiere 4 vom Ergebnis.
- iv) Dividiere das Ergebnis durch deine Lieblingszahl.
- v) Addiere 46 zum Ergebnis.
- vi) Subtrahiere deine Lieblingszahl vom Ergebnis.



Meine Lieblingszahl bei solchen Rätseln ist  $x$ . Führe die gleichen Rechenschritte wie vorher mit  $x$  durch. Vereinfache nach jedem Schritt so weit wie möglich. Zeige, dass das Ergebnis hier immer 42 ist.

Vereinfache den Bruchterm mit den Binomischen Formeln so weit wie möglich.

a)  $\frac{x^2 - 6 \cdot x + 9}{(x - 3) \cdot (x + 3)} =$

b)  $\frac{x^2 - 2 \cdot x}{x^2 - 4} =$

c)  $\frac{(3 + h)^2 - 9}{h} =$

In der Mathematik gibt es eine **Vielzahl ungelöster Probleme**, an denen täglich geforscht wird.

Wesentlich dabei ist das Erkennen von Zusammenhängen und Mustern, das Aufstellen von Vermutungen und das Beweisen dieser Vermutungen.

- 1) Kontrolliere, dass die Rechnungen rechts stimmen.
- 2) Setze das Muster rechts in den folgenden 3 Zeilen fort.

$$2^2 = 3 \cdot 1 + 1$$

$$5^2 = 6 \cdot 4 + 1$$

$$8^2 = 9 \cdot 7 + 1$$

$$11^2 = 12 \cdot 10 + 1$$

$$14^2 = 15 \cdot 13 + 1$$

	=	
	=	
	=	

Der Term  $3 \cdot n$  legt die **Zahlenfolge** (3; 6; 9; 12; 15; ...) für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 1$  eindeutig fest:

- Die 1. Zahl der Folge ist  $3 \cdot 1 = 3$ .
- Die 2. Zahl der Folge ist  $3 \cdot 2 = 6$ .
- Die 3. Zahl der Folge ist  $3 \cdot 3 = 9$ .
- ⋮
- ⋮

- 3) Stelle mithilfe von  $n$  eine Vermutung für den Zusammenhang rechts oben auf.

$$\left( \boxed{\phantom{000}} \right)^2 = (3 \cdot n) \cdot \left( \boxed{\phantom{000}} \right) + 1$$

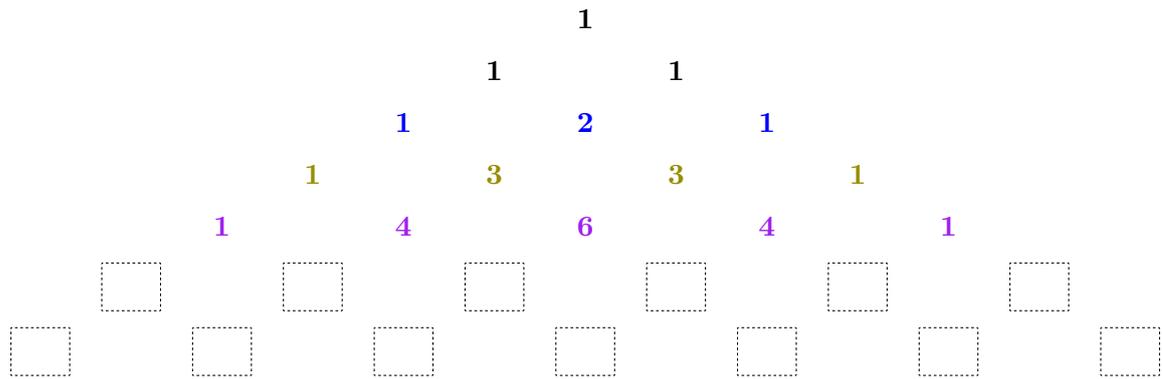
- 4) Beweise deine Vermutung. Zeige also, dass auf beiden Seiten für jede natürliche Zahl  $n \geq 1$  das gleiche Ergebnis herauskommt.

Multipliziere den Term  $(a + b)^3$  aus, und vereinfache so weit wie möglich.

$$(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b)^2 =$$

Den Term  $(a + b)^6$  auf diese Weise auszumultiplizieren, wäre mühsam. Das Pascalsche Dreieck liefert eine Abkürzung.

Unten sind die ersten Zeilen des **Pascalschen Dreiecks** dargestellt. Erkennst du ein Muster? Welche Zahlen stehen vermutlich in den nächsten beiden Zeilen?



Wir haben zuvor ausmultipliziert:

$$(a + b)^2 = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a^1 \cdot b^1 + 1 \cdot b^2$$

$$(a + b)^3 = 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b^1 + 3 \cdot a^1 \cdot b^2 + 1 \cdot b^3$$

Siehst du den Zusammenhang mit dem Pascalschen Dreieck oben? Setze das Muster fort:

$$(a + b)^4 = \square \cdot a^4 + \square \cdot a^3 \cdot b^1 + \square \cdot a^2 \cdot b^2 + \square \cdot a^1 \cdot b^3 + \square \cdot b^4$$

$$(a + b)^5 =$$

$$(a + b)^6 =$$

Multipliziere aus, und vereinfache so weit wie möglich.

a)  $2 \cdot (x + 2)^4 =$

b)  $4 \cdot (x - 2)^3 =$

Für  $(a + b)^2$  und  $(a + b)^3$  haben wir schon nachgerechnet, dass diese Methode funktioniert. Wenn die Rechnung für eine Zeile stimmt, dann stimmt sie auch für die nächste Zeile:

$$\begin{aligned} (a + b)^4 &= (a + b) \cdot (a + b)^3 = \\ &= (a + b) \cdot (1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b^1 + 3 \cdot a^1 \cdot b^2 + 1 \cdot b^3) = \\ &= 1 \cdot a^4 + 3 \cdot a^3 \cdot b^1 + 3 \cdot a^2 \cdot b^2 + 1 \cdot a^1 \cdot b^3 + \\ &\quad + 1 \cdot a^3 \cdot b^1 + 3 \cdot a^2 \cdot b^2 + 3 \cdot a^1 \cdot b^3 + 1 \cdot b^4 = \\ &= 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3 \cdot b^1 + 6 \cdot a^2 \cdot b^2 + 4 \cdot a^1 \cdot b^3 + 1 \cdot b^4 \end{aligned}$$

