

Der Wert eines Smartphones nimmt **linear** ab.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der Wert des Smartphones €900.

Nach 20 Monaten beträgt der Wert nur mehr €650.

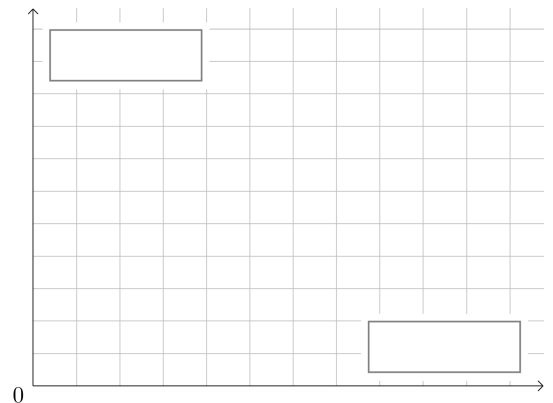
Die **Funktion** S ordnet jedem Zeitpunkt den aktuellen Wert des Smartphones zu.

$t \dots$ Zeit in Monaten

$S(t) \dots$ Wert des Smartphones in €

- 1) Skizziere rechts den **Funktionsgraphen** von S .
Beschrifte die Achsen und skaliere sie geeignet.
- 2) Ermittle eine **Funktionsgleichung** von S .
- 3) In der folgenden **Wertetabelle** fehlen zwei Werte.
Berechne sie und trage sie in die Wertetabelle ein.

t in Monaten	42	
$S(t)$ in €		500



- 4) Berechne die **Nullstelle** von S , und interpretiere ihren Wert im Sachzusammenhang.

Anmerkung: Das lineare Modell vereinfacht die Realität hier stark.

Du wirst andere **Funktionstypen** kennenlernen, die hier vielleicht realistischer wären.

Die Funktion S ist genau für jene Zeitpunkte $t \geq 0$ definiert, an denen $S(t) \geq 0$ gilt.

- 5) Ermittle die **Definitionsmenge** D und die (kleinstmögliche) **Wertemenge** W der Funktion.



Rechts ist der Graph einer Funktion f im Intervall $[0; 11]$ dargestellt.

f ist **konstant** in den Intervallen $[2; 4]$ und $[7; 10]$.

Das heißt, für alle $x_1, x_2 \in [2; 4]$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) = f(x_2)$

f ist **streng monoton steigend** im Intervall $[0; 2]$.

Das heißt, für alle $x_1, x_2 \in [0; 2]$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) < f(x_2)$

f ist **monoton steigend** im Intervall $[0; 4]$.

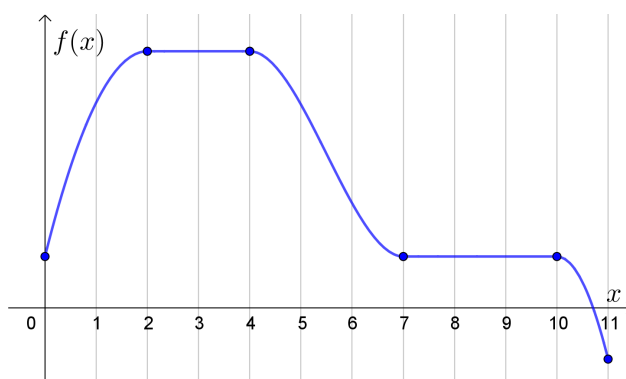
Das heißt, für alle $x_1, x_2 \in [0; 4]$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) \leq f(x_2)$

f ist **streng monoton fallend** im Intervall $[4; 7]$.

Das heißt, für alle $x_1, x_2 \in [4; 7]$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) > f(x_2)$

f ist **monoton fallend** im Intervall $[2; 11]$.

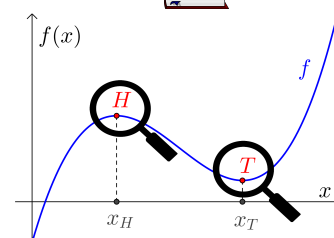
Das heißt, für alle $x_1, x_2 \in [2; 11]$ mit $x_1 < x_2$ gilt: $f(x_1) \geq f(x_2)$



Am Graphen der rechts dargestellten Funktion f sind ein **Hochpunkt H** und ein **Tiefpunkt T** eingezeichnet.

Solche Punkte werden auch **Extrempunkte** genannt.

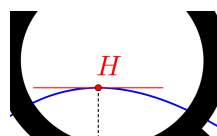
Die zugehörigen Stellen x_H und x_T sind **Extremstellen**.



In einem Hochpunkt ist der Funktionswert *lokal* am größten. Es gilt also

$$f(x_H) \geq f(x)$$

für alle x im Definitionsbereich nahe um x_H .
Blicken wir nahe genug auf den Hochpunkt,
dann sehen wir *keine* größeren Funktionswerte:

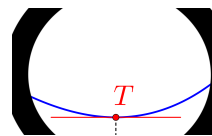


H heißt deshalb auch **lokales Maximum**.

In einem Tiefpunkt ist der Funktionswert *lokal* am kleinsten. Es gilt also

$$f(x_T) \leq f(x)$$

für alle x im Definitionsbereich nahe um x_T .
Blicken wir nahe genug auf den Tiefpunkt,
dann sehen wir *keine* kleineren Funktionswerte:



T heißt deshalb auch **lokales Minimum**.

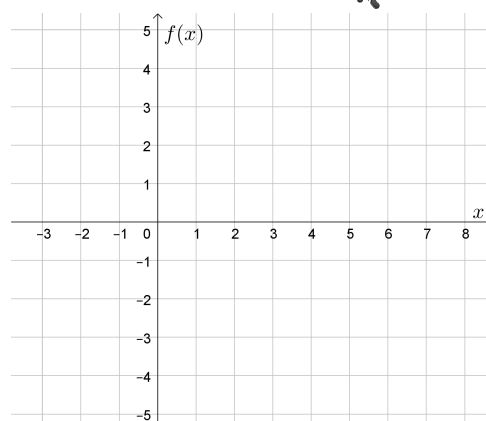
Mithilfe der [Differentialrechnung](#) werden wir Extrempunkte berechnen. Die Funktion ändert dort ihr Monotonieverhalten.



Eine Funktion f ist auf dem Intervall $[-3; 8]$ definiert.
Sie hat die folgenden Eigenschaften:

- Hochpunkt $H = (-1 \mid -3)$
- Tiefpunkt $T = (5 \mid 2)$
- $f(8) = 4$

Skizziere rechts einen möglichen Funktionsgraphen von f .



Schnittstelle / Schnittpunkt



Rechts sind die Graphen zweier Funktionen f und g dargestellt.

Es gibt drei **Stellen**, an denen die beiden Funktionen jeweils den gleichen **Funktionswert** haben.

Diese drei Stellen sind die **Schnittstellen** von f und g .

Sie sind die Lösungen der Gleichung $f(x) = g(x)$.

Die drei **Schnittpunkte** S_1 , S_2 und S_3 sind rechts eingezeichnet.

Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein:

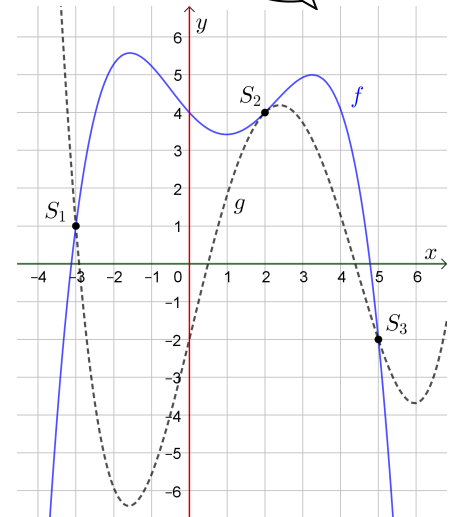
i) $f(\boxed{}) = g(\boxed{}) = \boxed{} \Rightarrow S_1 = (\boxed{} | \boxed{})$

ii) $f(\boxed{}) = g(\boxed{}) = \boxed{} \Rightarrow S_2 = (\boxed{} | \boxed{})$

iii) $f(\boxed{}) = g(\boxed{}) = \boxed{} \Rightarrow S_3 = (\boxed{} | \boxed{})$

Im Schnittpunkt S_2 haben die beiden Funktionen nicht nur den gleichen Funktionswert, sondern auch die gleiche **Steigung**.

In diesem Fall nennen wir den Schnittpunkt auch **Berührungspunkt**.



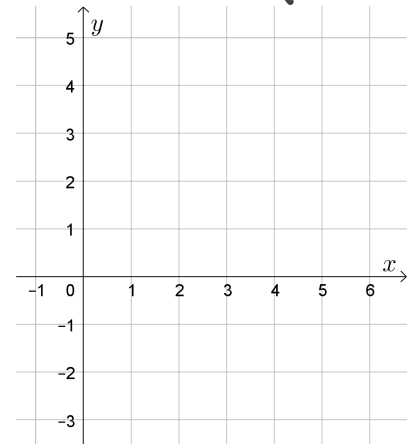
Schnittstelle / Schnittpunkt



Für die lineare Funktion f gilt: $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x + 4$

Für die lineare Funktion g gilt: $g(x) = \frac{5}{4} \cdot x - 3$

- 1) Berechne den Schnittpunkt von f und g .
- 2) Zeichne rechts die Graphen von f und g ein.



Verschiebung und Skalierung



Für die lineare Funktion f gilt: $f(x) = 3 \cdot x - 6$

Mithilfe von f wird eine lineare Funktion g gebildet:

- | | | |
|--------------------------|-------------------|----------------------|
| a) $g(x) = 2 \cdot f(x)$ | c) $g(x) = -f(x)$ | e) $g(x) = f(x) - 2$ |
| b) $g(x) = f(2 \cdot x)$ | d) $g(x) = f(-x)$ | f) $g(x) = f(x - 2)$ |

Ermittle eine Gleichung der linearen Funktion g in der Form $g(x) = k \cdot x + d$.

Allgemein sind die Graphen der Funktionen f und g mit $g(x) = a \cdot f(b \cdot x + c) + d$ eng miteinander verknüpft. Mehr zur grafischen Interpretation der Parameter a , b , c und d findest du am [Arbeitsblatt – Verschiebung und Skalierung von Funktionsgraphen](#).



Die rechts unten dargestellte Funktion f ist **periodisch** mit **Periode** $p = 4$.

Es gilt nämlich an jeder Stelle x :

$$f(x) = f(x + p)$$

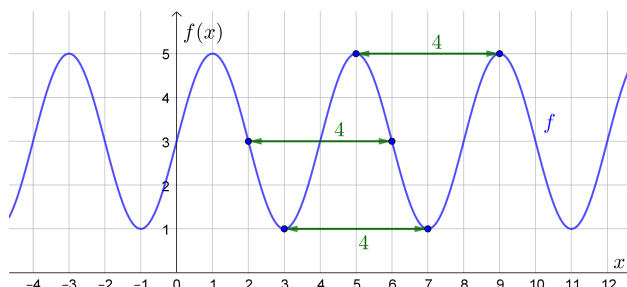
Zum Beispiel:

$$\dots = \underbrace{f(-4)}_{=3} = \underbrace{f(0)}_{=3} = \underbrace{f(4)}_{=3} = \underbrace{f(8)}_{=3} = \dots$$

$$\dots = \underbrace{f(-3)}_{=5} = \underbrace{f(1)}_{=5} = \underbrace{f(5)}_{=5} = \underbrace{f(9)}_{=5} = \dots$$

Die Zahl 4 ist die kürzeste Periode dieser Funktion.

Jedes **Vielfache** von 4 ist auch eine Periode der Funktion.



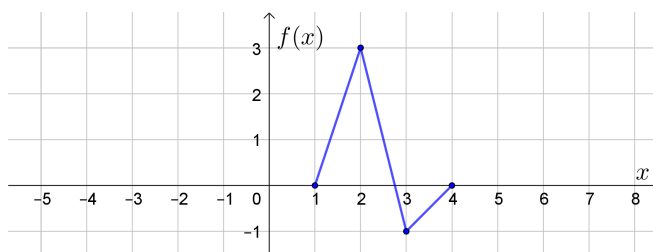
Jede **allgemeine Sinusfunktion** f mit

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + c$$

ist periodisch. Die Periode hängt von ω ab.



Setze den Funktionsgraphen von f im dargestellten Bereich so fort, dass f periodisch mit Periode 3 ist.

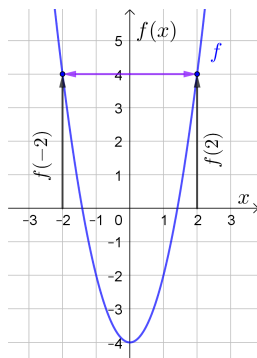


Der Graph der Funktion f ist symmetrisch zur senkrechten Achse.

An jeder Stelle x gilt:

$$f(-x) = f(x)$$

In diesem Fall nennt man f auch eine **gerade Funktion**.

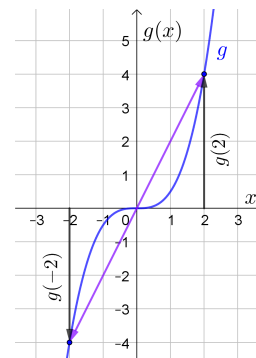


Der Graph der Funktion g ist symmetrisch zum Punkt $(0 | 0)$.

An jeder Stelle x gilt:

$$g(-x) = -g(x)$$

In diesem Fall nennt man g auch eine **ungerade Funktion**.

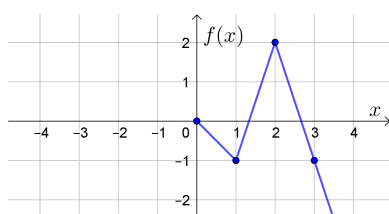


Jede **Potenzfunktion** p mit $p(x) = a \cdot x^m$ ist – je nach Wert von $m \in \mathbb{Z}^*$ – entweder gerade oder ungerade.

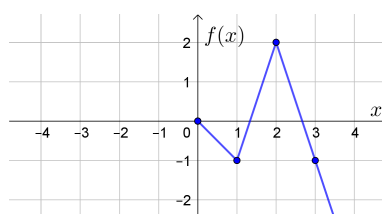


Setze den Funktionsgraphen von f für $x < 0$ so fort, dass f eine ...

... gerade Funktion ist.



... ungerade Funktion ist.





Die Division $\frac{3}{0}$ ist *nicht* definiert.

Es gibt *keine* Zahl, die mit 0 multipliziert, die Zahl 3 ergibt.

Streiche jeweils die falsche Antwort durch:

i) Wenn ☺ „ein bisschen“ größer als 0 ist,

$$\frac{3}{0,000\ 01}$$

dann ist $\frac{3}{\ominus}$ eine betragsmäßig „sehr große“ positive / negative Zahl.

ii) Wenn ☺ „ein bisschen“ kleiner als 0 ist,

$$\frac{3}{-0,000\ 01}$$

dann ist $\frac{3}{\ominus}$ eine betragsmäßig „sehr große“ positive / negative Zahl.



Die Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{x-4}$ ist für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert außer für $x = \square$.

Streiche jeweils die falsche Antwort durch:

i) Wenn x „ein bisschen“ größer als 4 ist,

$$\frac{3}{0,000\ 01}$$

dann ist $f(x)$ eine betragsmäßig „sehr große“ positive / negative Zahl.

ii) Wenn x „ein bisschen“ kleiner als 4 ist,

$$\frac{3}{-0,000\ 01}$$

dann ist $f(x)$ eine betragsmäßig „sehr große“ positive / negative Zahl.

iii) Wenn x eine betragsmäßig „sehr große“ positive Zahl ist,

$$\frac{3}{100\ 000}$$

dann ist $f(x)$ eine betragsmäßig „sehr kleine“ positive / negative Zahl.

iv) Wenn x eine betragsmäßig „sehr große“ negative Zahl ist,

$$\frac{3}{-100\ 000}$$

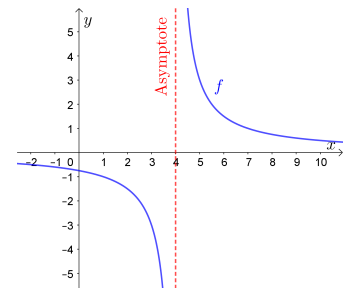
dann ist $f(x)$ eine betragsmäßig „sehr kleine“ positive / negative Zahl.

Der Graph der Funktion f ist rechts dargestellt.

Die Stelle $x = 4$ nennt man in diesem Fall auch **Polstelle**.

Die senkrechte Gerade durch die Polstelle nennt man **Asymptote**.

Die Funktionswerte werden in jeder Umgebung der Polstelle betragsmäßig beliebig groß.

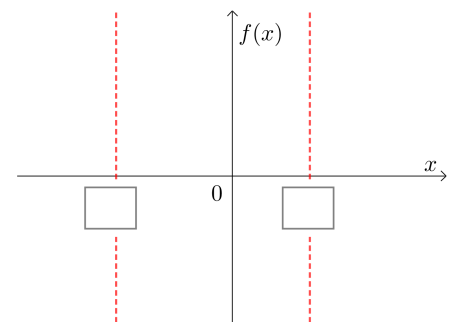


Die Funktion f mit $f(x) = \frac{-42}{(x+3) \cdot (x-2)}$ hat die Polstellen $x = \square$ und $x = \square$.

1) Der Graph schneidet die senkrechte Achse in $(\square, \square)$.

2) Trage jeweils das Vorzeichen (+ / -) von $f(x)$ unten ein.

	$x < -3$	$-3 < x < 2$	$x > 2$
$f(x)$			



3) Wie viele Nullstellen hat f ?

4) Skizziere rechts den Funktionsgraphen von f .

