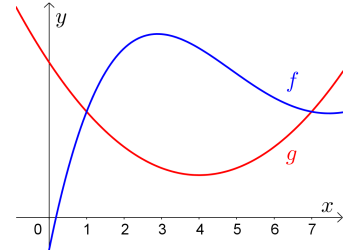
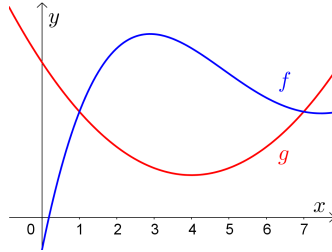
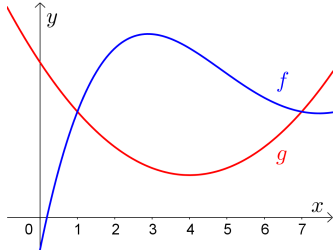



- 1) Zeichne links unten eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 f(x) dx$ ein.
- 2) Zeichne im mittleren Bild eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 g(x) dx$ ein.
- 3) Zeichne rechts unten eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 f(x) dx - \int_2^6 g(x) dx = \int_2^6 (f(x) - g(x)) dx$ ein.




Flächeninhalt zwischen Funktionsgraphen 

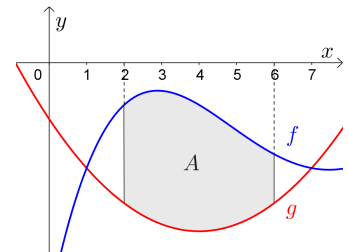
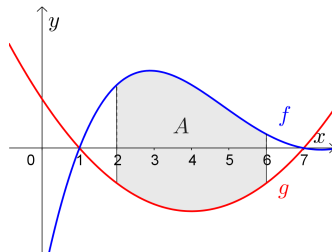
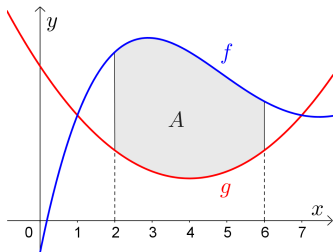
Sind f und g **stetige** Funktionen mit $f(x) \geq g(x)$ für alle x im Intervall $[a; b]$, dann ist

$$\int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

der Flächeninhalt zwischen den Graphen von f und g im Intervall $[a; b]$.

Vertikale Verschiebung 

Wir verschieben beide Funktionsgraphen um dieselbe Konstante nach unten:



Der eingezeichnete Flächeninhalt A zwischen den Graphen verändert sich dabei *nicht*.

In allen drei Bildern gilt somit: $A = \int_2^6 (f(x) - g(x)) dx$

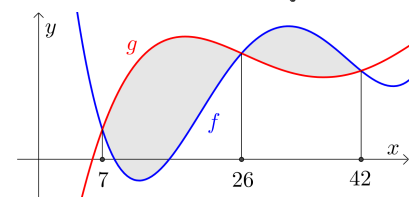
Das Ergebnis hängt also *nicht* davon ab, ob die Funktionswerte positiv oder negativ sind.

Es kommt nur darauf an, dass für alle Stellen x im Intervall $f(x) \geq g(x)$ gilt.

Schnittstellen 

Die rechts dargestellten Graphen der Funktionen f und g schließen grau markierte Flächen ein.

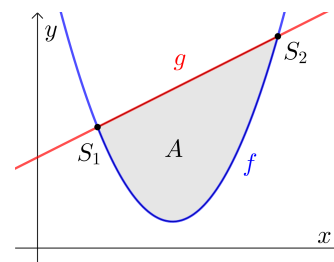
Stelle mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des gesamten Inhalts der grau markierten Flächen auf.



Für die rechts dargestellten Funktionen f und g gilt:

$$f(x) = x^2 - 9 \cdot x + 22 \quad \text{bzw.} \quad g(x) = x + 6$$

- 1) Berechne die Schnittpunkte S_1 und S_2 .
- 2) Berechne den Flächeninhalt A mit dem [Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung](#).



Für die rechts dargestellten Funktionen f und g gilt:

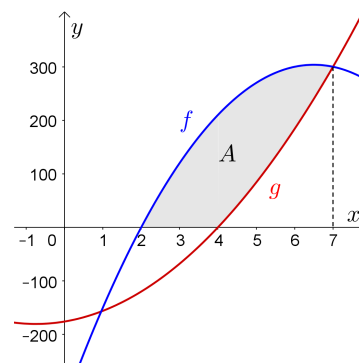
$$f(x) = -15 \cdot x^2 + 195 \cdot x - 330 \quad \text{bzw.} \quad g(x) = 8 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 176$$

Der markierte Flächeninhalt A soll berechnet werden.

- 1) Lukas rechnet: $\int_2^7 (f(x) - g(x)) \, dx$

Erkläre, warum er damit *nicht* den Flächeninhalt A berechnet.

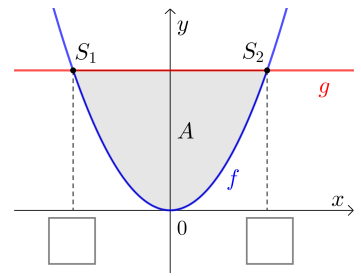
- 2) Berechne den Flächeninhalt A .



Für die rechts dargestellten Funktionen f und g gilt:

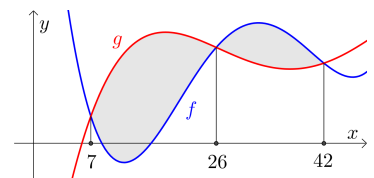
$$f(x) = x^2 \quad \text{bzw.} \quad g(x) = c^2 \quad \text{mit } c > 0$$

- 1) Stelle mithilfe von c eine Formel für die beiden Schnittstellen auf.
- 2) Berechne die positive Zahl c so, dass die grau markierte Fläche den Inhalt $A = 36$ hat.



Für den gesamten Inhalt A der rechts grau markierten Flächen gilt:

$$A = \int_7^{26} (g(x) - f(x)) \, dx + \int_{26}^{42} (f(x) - g(x)) \, dx$$



Die Terme $g(x) - f(x)$ und $f(x) - g(x)$ unterscheiden sich nur um das Vorzeichen.

$$5 - 9 = -4 = -(9 - 5)$$

Mithilfe von **Betragsstrichen** können wir auch kürzere Formeln für A angeben:

$$|5 - 9| = 4 = |9 - 5|$$

$$A = \int_7^{42} |f(x) - g(x)| \, dx \quad \text{bzw.} \quad A = \int_7^{42} |g(x) - f(x)| \, dx$$

Diese Schreibweise kann auch bei der Berechnung von A mit Technologieeinsatz [weiterhelfen](#).

Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

$$\int_2^5 (g(x) - f(x)) \, dx = \boxed{} \quad \int_2^9 (g(x) - f(x)) \, dx = \boxed{}$$

$$\int_5^9 (g(x) - f(x)) \, dx = \boxed{} \quad \int_2^9 |g(x) - f(x)| \, dx = \boxed{}$$

