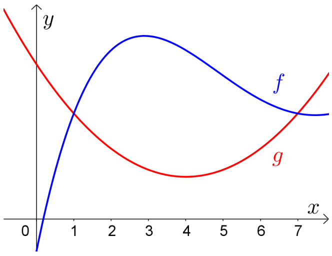
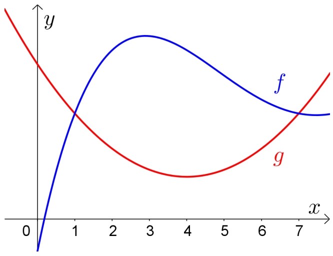
Oben – Unten

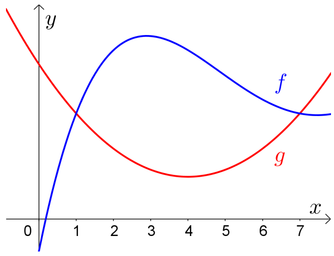
1) Zeichne im linken Bild eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 f(x)\,\mathrm{d}x$ ein.

2) Zeichne im mittleren Bild eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 g(x)\,\mathrm{d}x$ ein.

3) Zeichne im rechten Bild eine Fläche mit Inhalt $\int_2^6 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^6 g(x)\,\mathrm{d}x = \int_2^6 (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x$ ein.







Flächeninhalt zwischen Funktionsgraphen

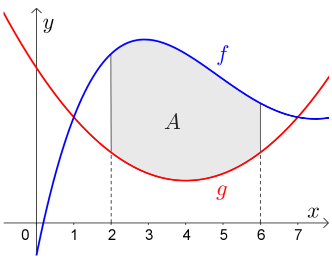
Sind f und g stetige Funktionen mit $\boldsymbol{f(x) \geq g(x)}$ für alle x im Intervall $[a;b]$, dann ist

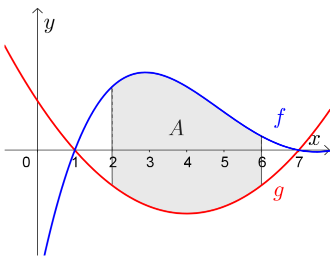
$$\boldsymbol{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x}$$

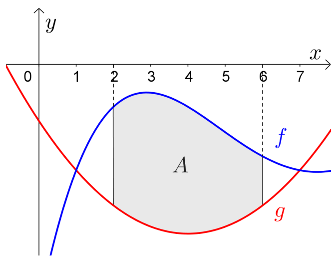
der Flächeninhalt zwischen den Graphen von f und g im Intervall $[a;b]$.

Verschiebung

Wir verschieben beide Funktionsgraphen um dieselbe Konstante nach unten:







Der eingezeichnete Flächeninhalt A zwischen den Graphen verändert sich dabei *nicht*.

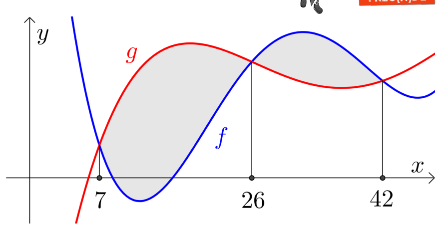
In allen drei Bildern gilt also $A = \int_2^6 (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x\,.$

Das Ergebnis hängt also *nicht* davon ab, ob die Funktionswerte positiv oder negativ sind.

Es kommt nur darauf an, dass für alle Stellen x im Intervall $f(x) \geq g(x)$ gilt.

Schnittstellen

Die rechts dargestellten Graphen der Funktionen f und g schließen eine grau markierte Fläche ein.
Stelle eine Formel zur Berechnung des Inhalts dieser Fläche auf.



Linear – Quadratisch

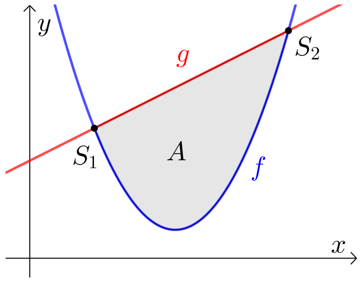
Für die rechts dargestellten Funktionen f und g gilt:

$$f(x) = x^2 - 9 \cdot x + 22$$

$$g(x) = x + 6$$

1) Berechne die Schnittpunkte S_1 und S_2.

2) Berechne den Flächeninhalt A.

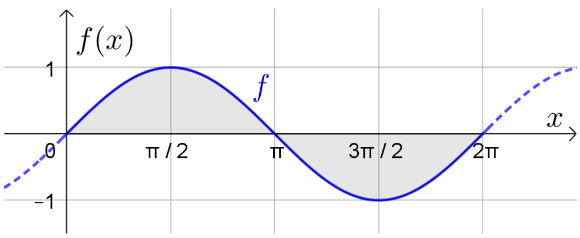


Orientierter Flächeninhalt

Der Graph von $f(x) = \sin(x)$ ist rechts dargestellt.

a) Berechne $\displaystyle\int_0^{2\cdot\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$.

b) Berechne den Flächeninhalt, den der Graph von f im Intervall $[0; 2\cdot\pi]$ mit der x-Achse einschließt.



Integralgrenzen

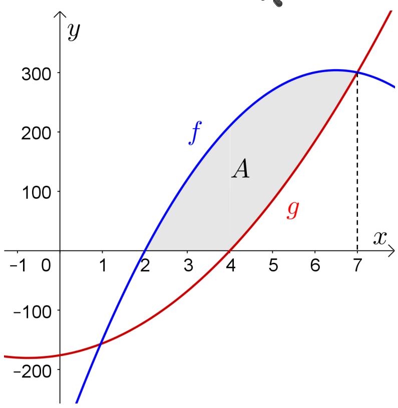
Die Graphen der Funktionen

$$f(x) = -15 \cdot x^2 + 195 \cdot x - 330$$

und

$$g(x) = 8 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 176$$

sind rechts dargestellt.



Der markierte Flächeninhalt A soll berechnet werden.

1) Lukas rechnet: $\int_2^7 (f(x) - g(x))\, dx$

Erkläre, warum er damit *nicht* den Flächeninhalt A berechnet.

2) Berechne den gesuchten Flächeninhalt A.

Umkehraufgabe

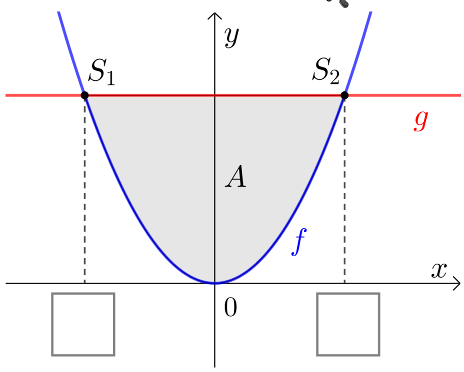
Rechts sind die Graphen der quadratischen Funktion f mit

$$f(x) = x^2$$

und der konstanten Funktion g mit

$$g(x) = c^2 \qquad (c > 0)$$

dargestellt.



1) Beschrifte rechts die Schnittstellen in Abhängigkeit von c.

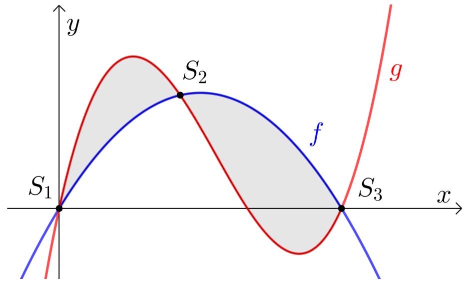
2) Wie groß muss die positive Zahl c sein, damit die grau markierte Fläche den Inhalt $A = 36$ hat?

Quadratisch – Kubisch

Für die rechts dargestellten Funktionen f und g gilt:

$$f(x) = -5 \cdot x^2 + 35 \cdot x$$

$$g(x) = 3 \cdot x^3 - 35 \cdot x^2 + 98 \cdot x$$



1) Berechne die Schnittpunkte S_1, S_2 und S_3.

2) Berechne den Inhalt der grau markierten Fläche.

Modellierung

Beim Modellieren ist man unter anderem auf der Suche nach Funktionsgraphen mit bestimmten Eigenschaften.
Um passende Funktionsgleichungen zu finden,
gibt es verschiedene Herangehensweisen.
Mehr dazu findest du auf den folgenden Materialien:

✓ Technologieblatt – Umgekehrte Kurvenuntersuchungen

✓ Arbeitsblatt – Interpolation und Regression

✓ Technologieblatt – Regression