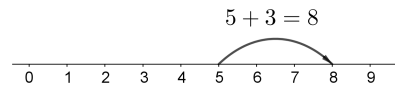
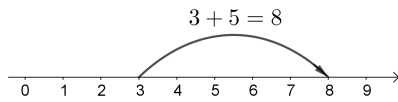


Addition und Subtraktion am Zahlenstrahl



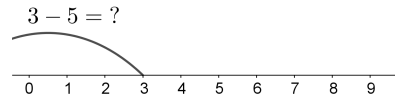
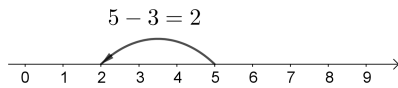
Die Addition  $a + b$  natürlicher Zahlen können wir auf dem Zahlenstrahl veranschaulichen:

Wir starten bei der Zahl  $a$  und gehen  $b$  Schritte nach rechts.



Die Subtraktion  $a - b$  können wir auf dem Zahlenstrahl veranschaulichen, falls  $a \geq b$  gilt:

Wir starten bei der Zahl  $a$  und gehen  $b$  Schritte nach links.



Ganze Zahlen



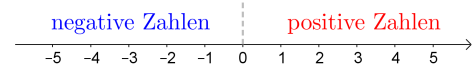
Jede natürliche Zahl  $0, 1, 2, 3, \dots$  ist eine ganze Zahl. Zusätzlich sind  $-1, -2, -3, \dots$  ganze Zahlen.

Die Menge aller ganzen Zahlen  $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  wird mit  $\mathbb{Z}$  abgekürzt.

Zur grafischen Darstellung der ganzen Zahlen erweitern wir den Zahlenstrahl zur Zahlengerade:

Rechts von der Null sind die positiven Zahlen (Vorzeichen +).

Links von der Null sind die negativen Zahlen (Vorzeichen -).



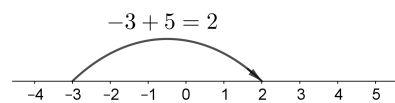
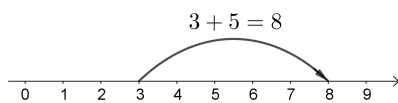
Die Zahl 0 ist weder positiv noch negativ.

Die Zahl  $-42$  ist die sogenannte **Gegenzahl** von 42. Umgekehrt ist 42 die Gegenzahl von  $-42$ .

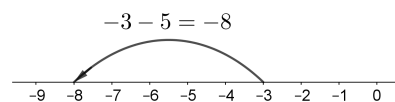
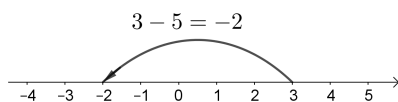
Addition und Subtraktion ganzer Zahlen



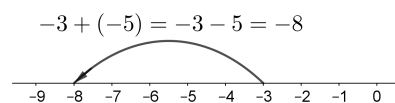
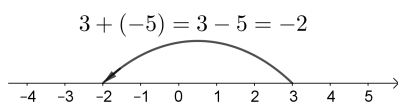
Für die Addition  $a + b$  mit  $b > 0$  starten wir bei der Zahl  $a$  und gehen  $b$  Schritte nach rechts:



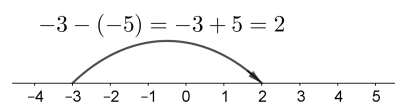
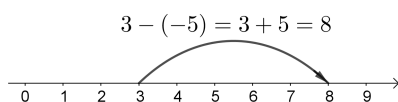
Für die Subtraktion  $a - b$  mit  $b > 0$  starten wir bei der Zahl  $a$  und gehen  $b$  Schritte nach links:



Das Addieren einer negativen Zahl entspricht dem Subtrahieren der Gegenzahl:  $a + (-b) = a - b$



Das Subtrahieren einer negativen Zahl entspricht dem Addieren der Gegenzahl:  $a - (-b) = a + b$



Addition und Subtraktion ganzer Zahlen



Berechne das Ergebnis.

a)  $17 + 23 = 40$

b)  $17 - 23 = -6$

c)  $-17 + 23 = 6$

d)  $-17 - 23 = -40$

e)  $17 + (-23) = 17 - 23 = -6$

f)  $17 - (-23) = 17 + 23 = 40$

g)  $-17 + (-23) = -17 - 23 = -40$

h)  $-17 - (-23) = -17 + 23 = 6$

Positiv oder negativ?



**MmF**

Entscheide ohne zu rechnen, ob das Ergebnis positiv ( $> 0$ ) oder negativ ( $< 0$ ) ist.

- a)  $2306 + 1987 > 0$
- b)  $2306 - 1987 > 0$
- c)  $2306 + (-1987) > 0$
- d)  $2306 - (-1987) > 0$
- e)  $-2306 + 1987 < 0$
- f)  $-2306 - 1987 < 0$
- g)  $-2306 + (-1987) < 0$
- h)  $-2306 - (-1987) < 0$
- i)  $1987 + 2306 > 0$
- j)  $1987 - 2306 < 0$
- k)  $1987 + (-2306) < 0$
- l)  $1987 - (-2306) > 0$
- m)  $-1987 + 2306 > 0$
- n)  $-1987 - 2306 < 0$
- o)  $-1987 + (-2306) < 0$
- p)  $-1987 - (-2306) > 0$

Rechenzeichen oder Vorzeichen?



**MmF**

Das Minus-Zeichen ( $-$ ) wird auf zwei verschiedene Arten verwendet:

- 1) Als Rechenzeichen:  $3 - 5$       Taschenrechner:
- 2) Als Vorzeichen:  $-3 + (-5)$       Taschenrechner:

Berechne im Kopf und mit deinem Taschenrechner:  $-10 - (-8) = -2$

Vorrang von Klammern



**MmF**

Strichrechnungen ( $+$ ,  $-$ ) werden von links nach rechts ausgewertet.

Mithilfe von Klammern können wir eine andere Reihenfolge festlegen:  $5 - 3 + 2 \neq 5 - (3 + 2)$

Vorrang von Klammern



**MmF**

Berechne das Ergebnis.

- a)  $7 - 12 - (-9) - 6 = -5 + 9 - 6 = -2$
- b)  $7 - [12 - (-9)] - 6 = 7 - 21 - 6 = -20$
- c)  $7 - [12 - (-9) - 6] = 7 - [21 - 6] = -8$
- d)  $7 - 12 - [(-9) - 6] = -5 - [-15] = 10$

Multiplikation und Division ganzer Zahlen



**MmF**

Das Produkt  $a \cdot b$  und der Quotient  $a : b$  sind ...

- i) positiv, falls  $a$  und  $b$  die gleichen Vorzeichen haben.
- ii) negativ, falls  $a$  und  $b$  verschiedene Vorzeichen haben.

Es gilt  $a \cdot b = 0$  genau dann, wenn  $a = 0$  oder  $b = 0$  gilt. (Produkt-Null-Satz)

mal	0	+	-
0	0	0	0
+	0	+	-
-	0	-	+

Multiplikation und Division ganzer Zahlen



**MmF**

Berechne das Ergebnis.

- a)  $60 \cdot 3 = 180$     b)  $60 \cdot (-3) = -180$     c)  $(-60) \cdot 3 = -180$     d)  $(-60) \cdot (-3) = 180$
- a)  $60 : 3 = 20$     b)  $60 : (-3) = -20$     c)  $(-60) : 3 = -20$     d)  $(-60) : (-3) = 20$

Klammern vor Punktrechnung vor Strichrechnung



MmF

Rechnungen werden von links nach rechts ausgewertet.

Dabei werden Punktrechnungen ( $\cdot$ ,  $:$ ) vor Strichrechnungen ( $+$ ,  $-$ ) ausgewertet:  $5 - 3 \cdot 3 \neq (5 - 3) \cdot 3$

Klammern haben Vorrang und werden zuerst ausgewertet.

Klammern vor Punktrechnung vor Strichrechnung



MmF

Berechne das Ergebnis.

a)  $4 + 2 \cdot (-3) - 8 : (-2) = 4 + (-6) - (-4) = -2 + 4 = 2$

b)  $[(4 + 2) \cdot (-3) - 8] : (-2) = [6 \cdot (-3) - 8] : (-2) = [-18 - 8] : (-2) = [-26] : (-2) = 13$

Betrag einer Zahl

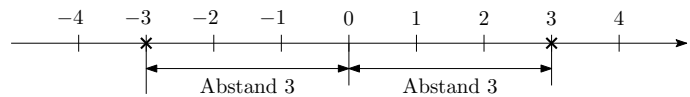


MmF

Der **Betrag** einer Zahl ist ihr Abstand von 0 auf der Zahlengerade:

Der Betrag von 3 ist also 3, kurz:  $|3| = 3$

Der Betrag von -3 ist auch 3, kurz:  $|-3| = 3$



Beträge werden wie Klammern zuerst ausgewertet:  $\underbrace{|3 - 5|}_{=|-2| \cdot 2=4} \cdot 2 \neq \underbrace{3 - 5}_{=-7} \cdot 2$

Betrag einer Zahl



MmF

a)  $|3 - 5| = |-2| = 2$

b)  $|3| - |5| = 3 - 5 = -2$

c)  $|3 - (-5)| = |8| = 8$

d)  $|3| - |-5| = 3 - 5 = -2$

e)  $|-3 - 5| = |-8| = 8$

f)  $|-3| - |5| = 3 - 5 = -2$

g)  $|-3 - (-5)| = |2| = 2$

h)  $|-3| - |-5| = 3 - 5 = -2$

i)  $5 - |4 - 7| + 2 \cdot |7 \cdot (2 - 3)| =$   
 $= 5 - |-3| + 2 \cdot |7 \cdot (-1)| =$   
 $= 5 - 3 + 2 \cdot 7 = 2 + 14 = 16$

j)  $|5 - 4| - 7 + 2 \cdot [7 \cdot (2 - 3)] =$   
 $= |1| - 7 + 2 \cdot [7 \cdot (-1)] =$   
 $= -6 + 2 \cdot [-7] = -6 + (-14) = -20$

k)  $5 - 4 - |7 + 2| \cdot 7 \cdot |2 - 3| =$   
 $= 1 - 9 \cdot 7 \cdot 1 =$   
 $= 1 - 63 = -62$

Absoluter Fehler



MmF

Du misst mit einem Lineal die Länge einer Schraube. Dein Messwert ist  $m = 4,2$  cm.

Die tatsächliche Länge der Schraube ist aber  $\ell = 45$  mm.

Für den absoluten Fehler  $a$  bei der Messung gilt:  $a = m - \ell$

Berechne den absoluten Fehler und den Betrag des absoluten Fehlers in mm.

Absoluter Fehler:  $a = m - \ell = 42 \text{ mm} - 45 \text{ mm} = -3 \text{ mm}$

Betrag des absoluten Fehlers:  $|a| = |-3 \text{ mm}| = 3 \text{ mm}$

