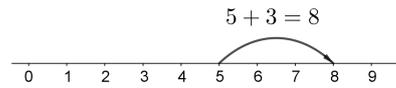
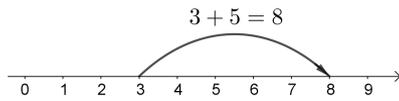


Addition und Subtraktion am Zahlenstrahl



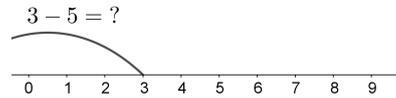
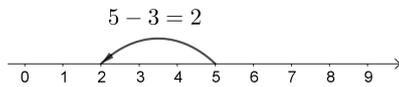
Die Addition $a + b$ natürlicher Zahlen können wir auf dem Zahlenstrahl veranschaulichen:

Wir starten bei der Zahl a und gehen b Schritte nach rechts.



Die Subtraktion $a - b$ können wir auf dem Zahlenstrahl veranschaulichen, falls $a \geq b$ gilt:

Wir starten bei der Zahl a und gehen b Schritte nach links.



Ganze Zahlen



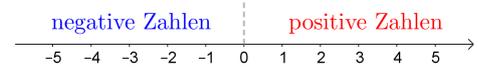
Jede natürliche Zahl $0, 1, 2, 3, \dots$ ist eine ganze Zahl. Zusätzlich sind $-1, -2, -3, \dots$ ganze Zahlen.

Die Menge aller ganzen Zahlen $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ wird mit \mathbb{Z} abgekürzt.

Zur grafischen Darstellung der ganzen Zahlen erweitern wir den Zahlenstrahl zur Zahlengerade:

Rechts von der Null sind die positiven Zahlen (Vorzeichen +).

Links von der Null sind die negativen Zahlen (Vorzeichen -).



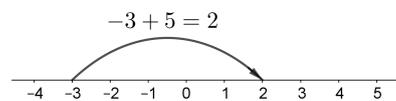
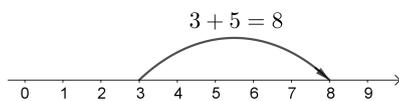
Die Zahl 0 ist weder positiv noch negativ.

Die Zahl -42 ist die sogenannte **Gegenzahl** von 42. Umgekehrt ist 42 die Gegenzahl von -42 .

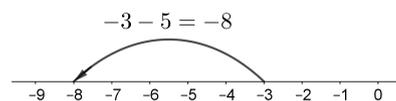
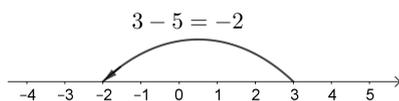
Addition und Subtraktion ganzer Zahlen



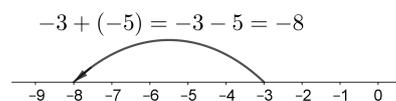
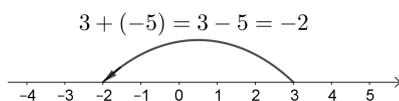
Für die Addition $a + b$ mit $b > 0$ starten wir bei der Zahl a und gehen b Schritte nach rechts:



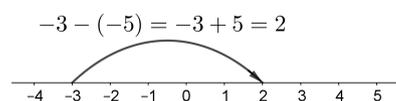
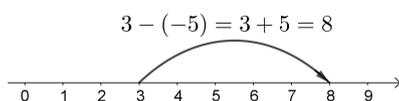
Für die Subtraktion $a - b$ mit $b > 0$ starten wir bei der Zahl a und gehen b Schritte nach links:



Das Addieren einer negativen Zahl entspricht dem Subtrahieren der Gegenzahl: $a + (-b) = a - b$



Das Subtrahieren einer negativen Zahl entspricht dem Addieren der Gegenzahl: $a - (-b) = a + b$



Addition und Subtraktion ganzer Zahlen



Berechne das Ergebnis.

a) $17 + 23 = 40$

b) $17 - 23 = -6$

c) $-17 + 23 = 6$

d) $-17 - 23 = -40$

e) $17 + (-23) = 17 - 23 = -6$

f) $17 - (-23) = 17 + 23 = 40$

g) $-17 + (-23) = -17 - 23 = -40$

h) $-17 - (-23) = -17 + 23 = 6$

Positiv oder negativ?



MmF

Entscheide ohne zu rechnen, ob das Ergebnis positiv (> 0) oder negativ (< 0) ist.

- a) $2306 + 1987 > 0$
- b) $2306 - 1987 > 0$
- c) $2306 + (-1987) > 0$
- d) $2306 - (-1987) > 0$
- e) $-2306 + 1987 < 0$
- f) $-2306 - 1987 < 0$
- g) $-2306 + (-1987) < 0$
- h) $-2306 - (-1987) < 0$
- i) $1987 + 2306 > 0$
- j) $1987 - 2306 < 0$
- k) $1987 + (-2306) < 0$
- l) $1987 - (-2306) > 0$
- m) $-1987 + 2306 > 0$
- n) $-1987 - 2306 < 0$
- o) $-1987 + (-2306) < 0$
- p) $-1987 - (-2306) > 0$

Rechenzeichen oder Vorzeichen?



MmF

Das Minus-Zeichen ($-$) wird auf zwei verschiedene Arten verwendet:

- 1) Als Rechenzeichen: $3 - 5$ Taschenrechner:
- 2) Als Vorzeichen: $-3 + (-5)$ Taschenrechner:

Berechne im Kopf und mit deinem Taschenrechner: $-10 - (-8) = -2$

Vorrang von Klammern



MmF

Strichrechnungen ($+$, $-$) werden von links nach rechts ausgewertet.

Mithilfe von Klammern können wir eine andere Reihenfolge festlegen: $5 - 3 + 2 \neq 5 - (3 + 2)$

Vorrang von Klammern



MmF

Berechne das Ergebnis.

- a) $7 - 12 - (-9) - 6 = -5 + 9 - 6 = -2$
- b) $7 - [12 - (-9)] - 6 = 7 - 21 - 6 = -20$
- c) $7 - [12 - (-9) - 6] = 7 - [21 - 6] = -8$
- d) $7 - 12 - [(-9) - 6] = -5 - [-15] = 10$

Multiplikation und Division ganzer Zahlen



MmF

Das Produkt $a \cdot b$ und der Quotient $a : b$ sind ...

- i) positiv, falls a und b die gleichen Vorzeichen haben.
- ii) negativ, falls a und b verschiedene Vorzeichen haben.

Es gilt $a \cdot b = 0$ genau dann, wenn $a = 0$ oder $b = 0$ gilt. (Produkt-Null-Satz)

mal	0	+	-
0	0	0	0
+	0	+	-
-	0	-	+

Multiplikation und Division ganzer Zahlen



MmF

Berechne das Ergebnis.

- a) $60 \cdot 3 = 180$ b) $60 \cdot (-3) = -180$ c) $(-60) \cdot 3 = -180$ d) $(-60) \cdot (-3) = 180$
- a) $60 : 3 = 20$ b) $60 : (-3) = -20$ c) $(-60) : 3 = -20$ d) $(-60) : (-3) = 20$

Klammern vor Punktrechnung vor Strichrechnung



MmF

Rechnungen werden von links nach rechts ausgewertet.

Dabei werden Punktrechnungen (\cdot , $:$) vor Strichrechnungen ($+$, $-$) ausgewertet: $5 - 3 \cdot 3 \neq (5 - 3) \cdot 3$

Klammern haben Vorrang und werden zuerst ausgewertet.

Klammern vor Punktrechnung vor Strichrechnung



MmF

Berechne das Ergebnis.

a) $4 + 2 \cdot (-3) - 8 : (-2) = 4 + (-6) - (-4) = -2 + 4 = 2$

b) $[(4 + 2) \cdot (-3) - 8] : (-2) = [6 \cdot (-3) - 8] : (-2) = [-18 - 8] : (-2) = [-26] : (-2) = 13$

Betrag einer Zahl

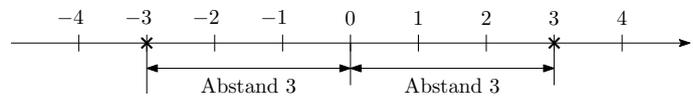


MmF

Der **Betrag** einer Zahl ist ihr Abstand von 0 auf der Zahlengerade:

Der Betrag von 3 ist also 3, kurz: $|3| = 3$

Der Betrag von -3 ist auch 3, kurz: $|-3| = 3$



Beträge werden wie Klammern zuerst ausgewertet: $\underbrace{|3 - 5|}_{=|-2| \cdot 2=4} \cdot 2 \neq \underbrace{3 - 5}_{=-7} \cdot 2$

Betrag einer Zahl



MmF

a) $|3 - 5| = |-2| = 2$

b) $|3| - |5| = 3 - 5 = -2$

c) $|3 - (-5)| = |8| = 8$

d) $|3| - |-5| = 3 - 5 = -2$

e) $|-3 - 5| = |-8| = 8$

f) $|-3| - |5| = 3 - 5 = -2$

g) $|-3 - (-5)| = |2| = 2$

h) $|-3| - |-5| = 3 - 5 = -2$

i) $5 - |4 - 7| + 2 \cdot |7 \cdot (2 - 3)| =$
 $= 5 - |-3| + 2 \cdot |7 \cdot (-1)| =$
 $= 5 - 3 + 2 \cdot 7 = 2 + 14 = 16$

j) $|5 - 4| - 7 + 2 \cdot [7 \cdot (2 - 3)] =$
 $= |1| - 7 + 2 \cdot [7 \cdot (-1)] =$
 $= -6 + 2 \cdot [-7] = -6 + (-14) = -20$

k) $5 - 4 - |7 + 2| \cdot 7 \cdot |2 - 3| =$
 $= 1 - 9 \cdot 7 \cdot 1 =$
 $= 1 - 63 = -62$

Absoluter Fehler



MmF

Du misst mit einem Lineal die Länge einer Schraube. Dein Messwert ist $m = 4,2$ cm.

Die tatsächliche Länge der Schraube ist aber $\ell = 45$ mm.

Für den absoluten Fehler a bei der Messung gilt: $a = m - \ell$

Berechne den absoluten Fehler und den Betrag des absoluten Fehlers in mm.

Absoluter Fehler: $a = m - \ell = 42 \text{ mm} - 45 \text{ mm} = -3 \text{ mm}$

Betrag des absoluten Fehlers: $|a| = |-3 \text{ mm}| = 3 \text{ mm}$

