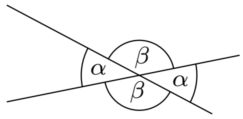
Scheitelwinkel

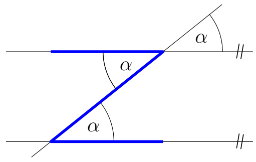
Zwei Geraden schneiden einander in einem Punkt.
Dabei entstehen 2 Winkelpaare mit jeweils gleich großen Winkeln.
Die jeweils gleich großen Winkel nennen wir **Scheitelwinkel**.

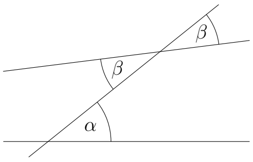


Parallelwinkel

Zwei parallele Geraden werden von einer dritten Gerade geschnitten.
Die rechts eingezeichneten Winkel α sind dann gleich groß.
Solche Winkel nennen wir **Parallelwinkel**.

Z-Regel

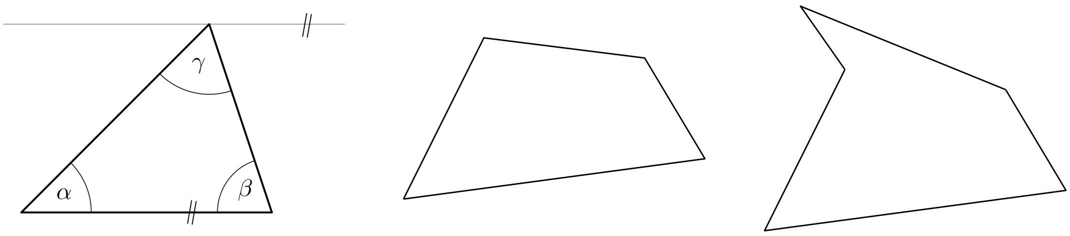




Sind die beiden Geraden so wie im linken Bild *nicht* parallel,
dann sind auch die beiden Winkel α und β *nicht* gleich groß.

Winkelsummen von Vielecken

1) Erkläre anhand vom ersten Bild, warum die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma$ in jedem Dreieck $180°$ beträgt.



2) Erkläre anhand vom zweiten Bild, warum die Winkelsumme in jedem Viereck $2 \cdot 180°$ beträgt.

3) Erkläre anhand vom dritten Bild, warum die Winkelsumme in jedem Fünfeck $3 \cdot 180°$ beträgt.

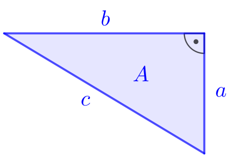
4) Stelle mithilfe von n eine Formel für die Winkelsumme in jedem n-Eck auf:

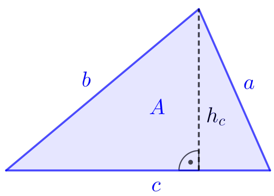
Flächeninhalte von Dreiecken

Begründe die beiden folgenden Formeln für den **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$.

1) Rechtwinkeliges Dreieck: $\boldsymbol{A = \dfrac{a \cdot b}{2}}$

2) Allgemeines Dreieck: $\boldsymbol{A = \dfrac{c \cdot h_c}{2}}$

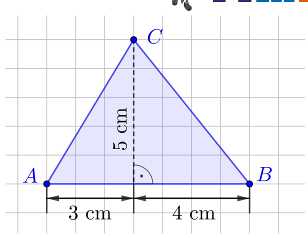




Beachte, dass die linke Formel nur für *rechtwinkelige* Dreiecke stimmt.
Es gibt eine Verallgemeinerung dieser Formel, die für *alle* Dreiecke stimmt.

Flächeninhalte von Dreiecken

Berechne den Flächeninhalt F des dargestellten Dreiecks ABC.



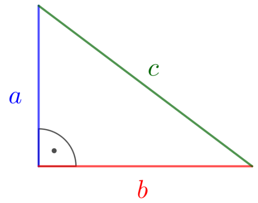
Satz von Pythagoras

Rechts ist ein *rechtwinkeliges* Dreieck dargestellt.

Zwischen den Längen der beiden **Katheten** $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ sowie der **Hypotenuse** $\boldsymbol{c}$ gibt es einen Zusammenhang.

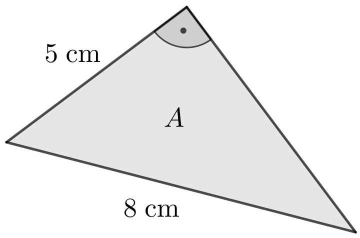
Es gilt der **Satz von Pythagoras**: $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$

Am Ende des Arbeitsblatts findest du einen Beweis.



Satz von Pythagoras

Berechne den Flächeninhalt A des dargestellten Dreiecks.



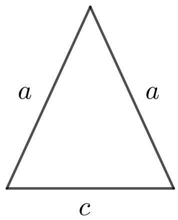
Gleichschenkeliges Dreieck

Im rechts dargestellten Dreieck gibt es zwei gleich lange Seiten.

Solche Dreiecke nennen wir **gleichschenkelig**.

Die gleich langen Seiten a nennen wir **Schenkel**.

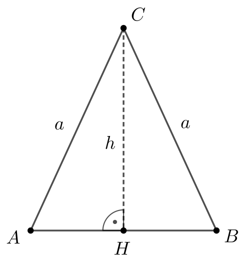
Die dritte Seite c heißt **Basis** des gleichschenkeligen Dreiecks.



Gleichschenkeliges Dreieck

Im gleichschenkeligen Dreieck rechts ist die Höhe h auf die Basis eingezeichnet.

Erkläre, warum die Dreiecke AHC und BHC zueinander kongruent sind.

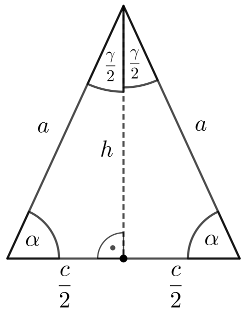


Deshalb hat jedes gleichschenkelige Dreieck die folgenden Eigenschaften:

1) Die Basiswinkel α sind gleich groß.

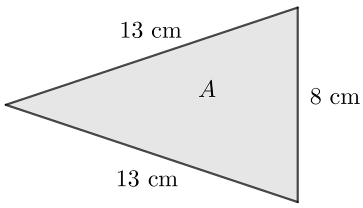
2) Die Höhe auf die Basis teilt den dritten Winkel in zwei gleich große Teile.

3) Die Höhe auf die Basis teilt die Basis in zwei gleich lange Teile.



Gleichschenkeliges Dreieck

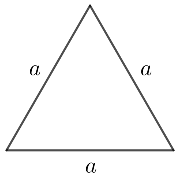
Berechne den Flächeninhalt A des dargestellten Dreiecks.



Gleichseitiges Dreieck

Im rechts dargestellten Dreieck sind alle drei Seiten gleich lang.

Solche Dreiecke nennen wir **gleichseitig**.



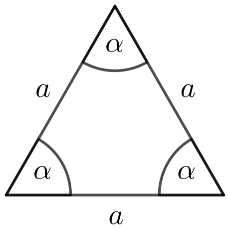
Gleichseitiges Dreieck

Gleichseitige Dreiecke sind spezielle gleichschenkelige Dreiecke.

Jede Eigenschaft, die gleichschenkelige Dreiecke haben,
haben deshalb auch gleichseitige Dreiecke.

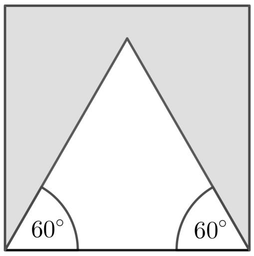
Insbesondere sind im gleichseitigen Dreieck alle Winkel gleich groß.

Für den Winkel α gilt also: $\alpha = \boxed{}$



Gleichseitiges Dreieck & Quadrat

Wie viel Prozent des rechts dargestellten Quadrats sind grau markiert?



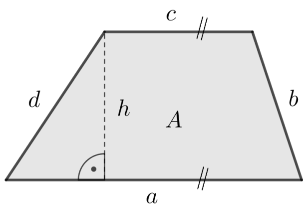
Trapez

Ein **Trapez** ist ein Viereck mit (mindestens) einem Paar paralleler Seiten.

Für seinen **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$ gilt: $\boldsymbol{A = \dfrac{(a+c)\cdot h}{2}}$

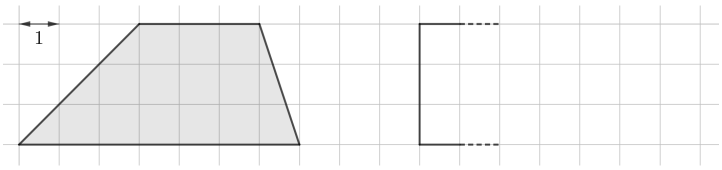
$\frac{a+c}{2}$ ist das arithmetische Mittel der beiden parallelen Seiten.

Zeichne rechts eine Diagonale ein, und begründe damit die Flächenformel.



Trapez & Rechteck

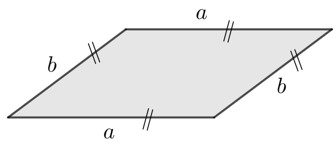
Vervollständige das Rechteck so, dass es den gleichen Flächeninhalt wie das Trapez hat.



Parallelogramm

Ein **Parallelogramm** ist ein Viereck, das zwei Paare paralleler Seiten hat.

Jedes Parallelogramm ist also ein spezielles Trapez.

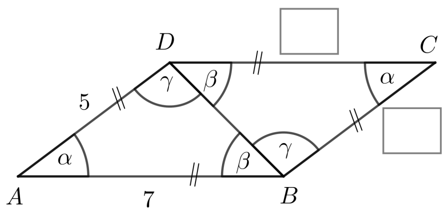


Parallelogramm

Die eingezeichnete Diagonale teilt das Parallelogramm in zwei zueinander kongruente Dreiecke ABD und BCD. (WSW-Satz)

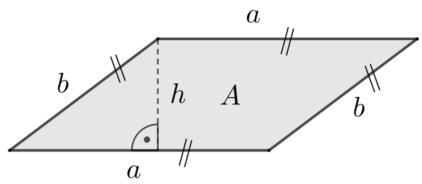
Wie lang müssen also die Seiten BC bzw. CD sein?

Allgemein haben in jedem Parallelogramm die parallelen Seiten jeweils die gleiche Länge.



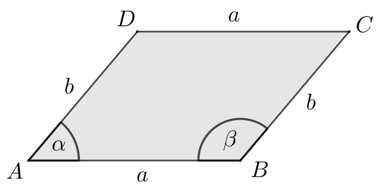
Begründe die folgende Formel für den **Flächeninhalt A**:

$$\boldsymbol{A = a \cdot h}$$



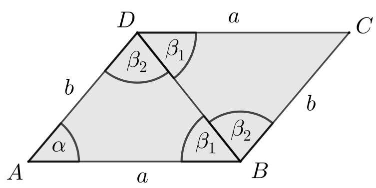
Parallelogramm

Im dargestellten Parallelogramm gilt $\alpha = 50°$. Berechne β.



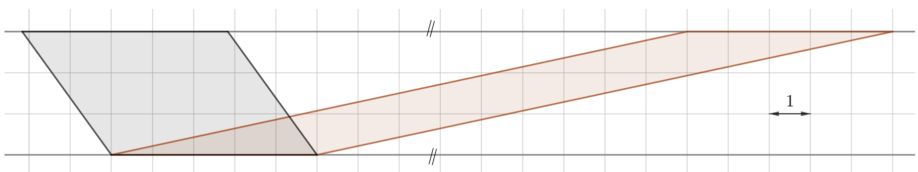
Die Diagonale BD halbiert den Winkel β *nicht*.

Welche Bedingung müssen die Seitenlängen a und b erfüllen, damit $\beta_1 = \beta_2$ gilt?



Scherung

Welches der beiden dargestellten Parallelogramme hat den größeren Flächeninhalt? Schätze zuerst.



Deltoid

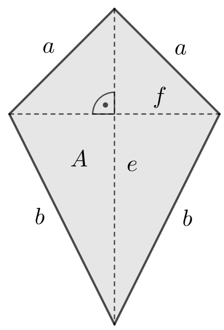
Ein **Deltoid** ist ein Viereck mit zwei Paaren benachbart gleich langer Seiten.

Die rechts eingezeichnete Diagonale f teilt das Deltoid also in zwei gleichschenkelige Dreiecke.

Die Diagonale e halbiert deshalb die Diagonale f,
und die Diagonalen stehen im rechten Winkel zueinander.

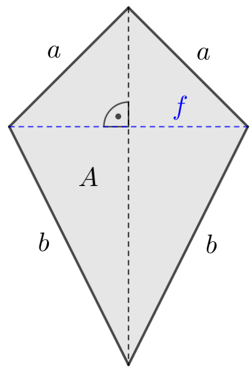
Begründe die folgende Formel für seinen **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$:

$$\boldsymbol{A = \frac{e \cdot f}{2}}$$



Deltoid

Im rechts dargestellten Deltoid gilt: $a = 3\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$, $f = 4\,\text{cm}$
Berechne den Flächeninhalt des Deltoids.

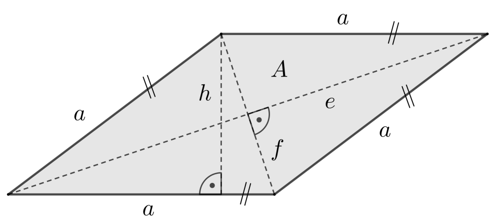


Raute (Rhombus)

Eine **Raute** ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten.

Jede Raute ist also ein spezielles Deltoid.

Die Diagonalen e und f stehen deshalb im
rechten Winkel zueinander und halbieren einander.



Jede Raute ist ein spezielles Parallelogramm.
Für den **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$ der Raute gilt also:

$$\boldsymbol{A = a \cdot h}$$

Jede Raute ist ein spezielles Deltoid.
Für den **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$ der Raute gilt also:

$$\boldsymbol{A = \frac{e \cdot f}{2}}$$

Kreis

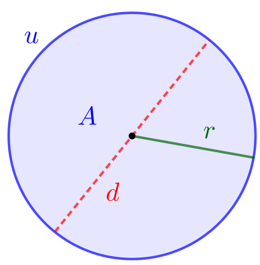
Rechts ist ein **Kreis** mit **Radius** $\boldsymbol{r}$ bzw. **Durchmesser** $\boldsymbol{d}$ dargestellt.

1) Für seinen **Flächeninhalt** $\boldsymbol{A}$ gilt:

$$\boldsymbol{A = \pi \cdot r^2} \qquad \text{bzw.} \qquad \boldsymbol{A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}} \qquad \text{mit } \pi = 3{,}1415\ldots$$

2) Für seinen **Umfang** $\boldsymbol{u}$ gilt:

$$\boldsymbol{u = 2 \cdot \pi \cdot r} \qquad \text{bzw.} \qquad \boldsymbol{u = \pi \cdot d}$$



Kreis

Die Erde ist näherungsweise eine Kugel mit Radius $r = 6371\,\text{km}$.
Der Äquator ist näherungsweise ein Kreis mit dem gleichen Radius.
Angenommen, wir legen ein rotes Gummiband um den Äquator.
Dann heben wir das Gummiband überall um 1 Meter von der Erde hoch.
Dabei dehnt sich das Gummiband in die Länge.
Um wie viele Kilometer dehnt es sich aus?

Schätze zuerst.

Die Zuordnung $r \mapsto u(r) = 2 \cdot \pi \cdot r$ ist eine lineare Funktion.

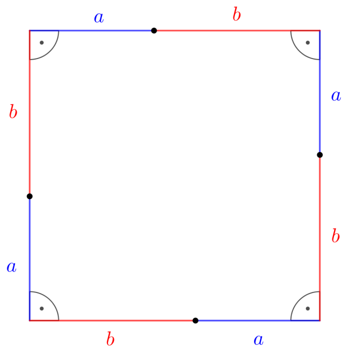
Satz von Pythagoras (Beweis)

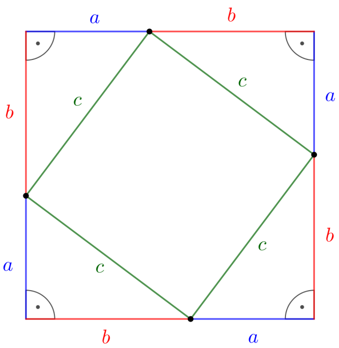
Wir beweisen den **Satz von Pythagoras**:

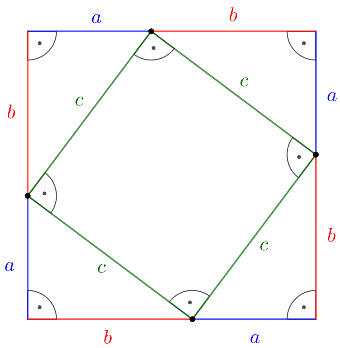
1) Zuerst zeichnen wir ein Quadrat mit Seitenlänge $a + b$.

2) Dann zerlegen wir jede Seite – wie rechts dargestellt – in 2 Teile mit Länge a bzw. b.

3) Wir verbinden – wie unten links dargestellt – die benachbarten Teilungspunkte. Warum sind diese Verbindungen gleich lang?







4) Erkläre, warum die entstandene Raute mit Seitenlänge c tatsächlich ein Quadrat ist.

5) Warum gilt also die folgende Gleichung?

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$$

6) Rechne nach, dass daraus tatsächlich $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$ folgt.