



Für die **Kostenfunktion** K gilt:

$$K(x) = 0,0015 \cdot x^3 - 0,09 \cdot x^2 + 2,45 \cdot x + 15$$

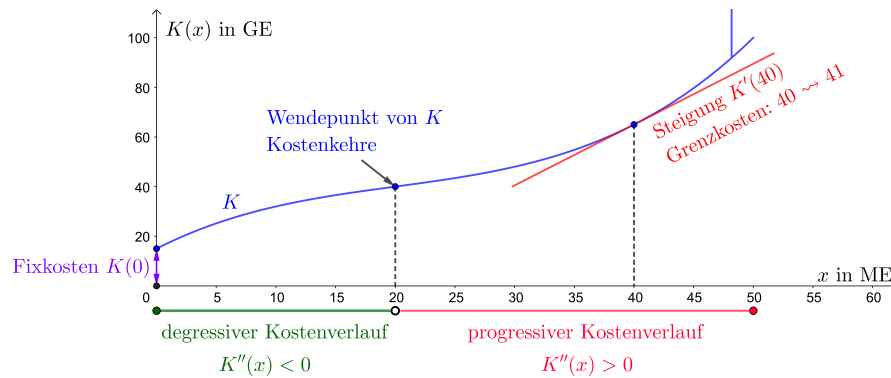
x ... produzierte Menge in Mengeneinheiten (ME)

Zum Beispiel: 1 ME = 1 Stück oder 1 ME = 10 Paletten

$K(x)$... Produktionskosten in Geldeinheiten (GE)

Zum Beispiel: 1 GE = 1 € oder 1 GE = 42 Millionen \$

Der Graph der Kostenfunktion K ist im Intervall $[0; 50]$ dargestellt:



- Der Funktionswert $K(0)$ gibt die **Fixkosten** an. Zum Beispiel: Miete, Gehälter
- Die 1. **Ableitungsfunktion** K' nennt man in diesem Zusammenhang auch **Grenzkostenfunktion**.
Der Funktionswert $K'(40)$ gibt an, um wieviele GE die Produktionskosten **ungefähr** steigen, wenn statt 40 ME eine zusätzliche ME produziert wird.
- Die 2. **Ableitungsfunktion** K'' beschreibt den sogenannten Kostenverlauf:
 - Bei einem **degressiven Kostenverlauf** gilt: $K''(x) < 0$
 - Bei einem **progressiven Kostenverlauf** gilt: $K''(x) > 0$
 - Im Wendepunkt von K wechselt die Kostenfunktion ihr Krümmungsverhalten.
In dieser sogenannten **Kostenkehre** gilt also: $K''(x) = 0$
In der dargestellten Kostenkehre sind die Grenzkosten K' minimal.

- Für die **Stückkostenfunktion** (**Durchschnittskostenfunktion**) $\bar{K}$ gilt: $\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$

- 1) Ermittle die Fixkosten, und interpretiere das Ergebnis.
- 2) Ermittle die Grenzkosten bei einer Produktion von 40 ME, und interpretiere das Ergebnis.
- 3) Ermittle die Grenzkosten in der Kostenkehre.
- 4) Wieviele ME müssen produziert werden, damit die Durchschnittskosten minimal sind?



Erlösfunktion (Umsatzfunktion)



MmF

Die **Erlösfunktion** E gibt die Einnahmen in Abhängigkeit von der Anzahl verkaufter ME an.

- Wenn der Preis p pro ME konstant ist, dann gilt für die Erlösfunktion E :

$$E(x) = p \cdot x \quad (x \text{ in ME, } p \text{ in GE/ME, } E(x) \text{ in GE})$$

In diesem Fall ist die Erlösfunktion E also eine **lineare Funktion** mit $E(0) = 0$, das heißt: Die Einnahmen sind **direkt proportional** zu den verkauften ME.

- In der Praxis hängen der Preis und die Anzahl verkaufter ME voneinander ab.

Je größer der Preis ist, desto weniger ME werden verkauft.

Die **Preisfunktion der Nachfrage** p_N gibt den Preis in Abhängigkeit von der zu verkaufenden Mengeneinheiten x an. In diesem Fall gilt für die Erlösfunktion E :

$$E(x) = p_N(x) \cdot x \quad (x \text{ in ME, } p_N(x) \text{ in GE/ME, } E(x) \text{ in GE})$$

Je größer die zu verkaufenden Mengeneinheiten x sein sollen, desto kleiner muss der Preis $p_N(x)$ sein.

In diesem Fall muss die Erlösfunktion also *nicht* unbedingt **streng monoton steigend** sein.

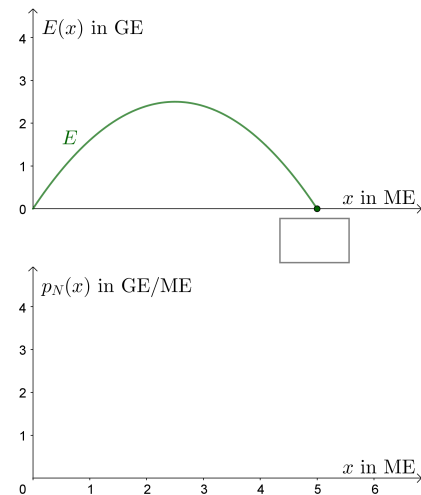
Preisfunktion der Nachfrage



MmF

Für die Erlösfunktion E gilt: $E(x) = -0,4 \cdot x^2 + 2 \cdot x$

- Ermittle die Nullstelle von E .
Trage sie rechts in das Kästchen ein.
- Ermittle eine Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage p_N .
Zeichne rechts den Funktionsgraphen von p_N ein.



Gewinnfunktion



MmF

Die **Gewinnfunktion** G gibt den Gewinn in Abhängigkeit von der produzierten und verkauften Mengeneinheiten an.

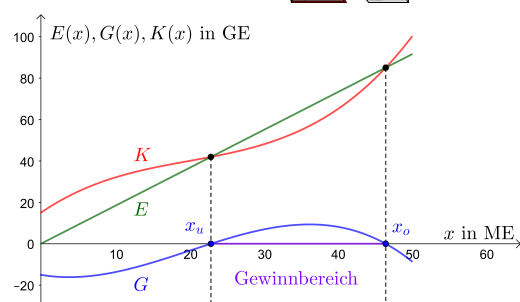
Dabei gilt: $G(x) = E(x) - K(x)$

x ... produzierte und verkaufte Menge in ME

$G(x)$... Gewinn in GE

$E(x)$... Erlös in GE

$K(x)$... Produktionskosten in GE



- Bei der rechts oben dargestellten Gewinnfunktion G gibt es genau eine Stelle x_u , an der G das Vorzeichen von $-$ auf $+$ wechselt.
Diese Stelle x_u heißt auch **untere Gewinngrenze** / **Gewinnschwelle** / **Break-even-Point**.
- Bei der rechts oben dargestellten Gewinnfunktion G gibt es genau eine Stelle x_o , an der G das Vorzeichen von $+$ auf $-$ wechselt.
Diese Stelle x_o heißt auch **obere Gewinngrenze**.
- Das Intervall $[x_u; x_o]$ nennt man auch **Gewinnbereich** (Gewinnzone).

Für die **quadratische** Erlösfunktion E gilt:

$$E(x) = -2 \cdot x^2 + 20 \cdot x$$

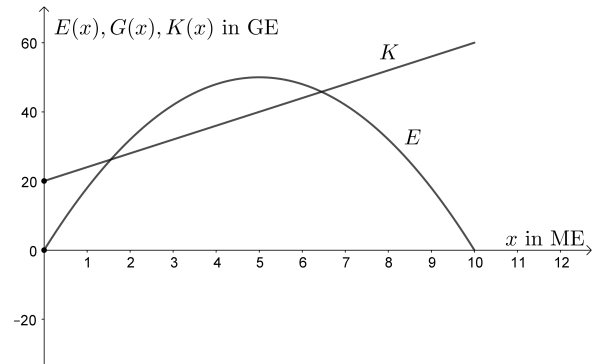
Für die lineare Kostenfunktion K gilt:

$$K(x) = 4 \cdot x + 20$$

x ... produzierte und verkaufte Menge in ME

$E(x)$... Erlös in GE

$K(x)$... Produktionskosten in GE



Die Graphen der beiden Funktionen sind rechts oben dargestellt.

- 1) Wieviele ME müssen produziert und verkauft werden, damit der Erlös maximal ist?
- 2) Zeichne 3 Punkte ein, durch die der Graph der zugehörigen Gewinnfunktion G verlaufen muss, und skizziere den Funktionsgraphen im dargestellten Bereich.
- 3) Wieviele ME müssen produziert und verkauft werden, damit der Gewinn maximal ist?

Für eine Grenzkostenfunktion K' gilt: $K'(x) = 0,006 \cdot x^2 - 0,2 \cdot x + 6$ (x in ME, $K'(x)$ in GE/ME)

Die Fixkosten betragen 87 GE.

Ermittle die Produktionskosten für 42 ME.

Die Kostenfunktion K ist eine **Polynomfunktion** mit Grad 3 und hat folgende Eigenschaften:

- Die Kostenkehre ist (15 ME | 110 GE).
- Die Grenzkosten in der Kostenkehre betragen 6 GE/ME.
- Wenn 30 ME produziert werden, betragen die Durchschnittskosten 7 GE/ME.

Ermittle eine Funktionsgleichung dieser Kostenfunktion.

I :

II :

III :

IV :

