Von Geraden zu linearen Funktionen

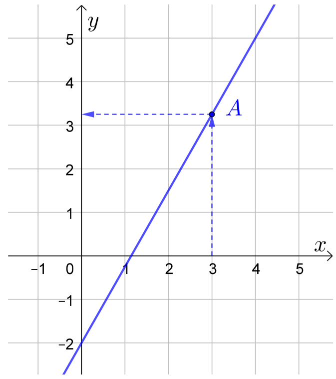
Erinnere dich, dass die Lösungen $(x \mid y)$ der Gleichung $y = k \cdot x + d$ auf einer Gerade liegen, nämlich auf jener Gerade mit Steigung k, die durch den Punkt $(0 \mid d)$ verläuft.

Die Lösungen der Gleichung

$$y = \frac{7}{4} \cdot x - 2$$

sind im Koordinatensystem rechts dargestellt.

Der Punkt $A = (3 \mid y_A)$ liegt auf dieser Gerade. Berechne y_A.



Zu jeder Stelle x gibt es *genau einen* Wert y so, dass der Punkt $(x \mid y)$ auf der Gerade liegt.

Wir können also die Gleichung $y = k \cdot x + d$ als Zuordnung – zu jedem x *genau ein* y – auffassen. Zur Verdeutlichung schreiben wir dann auch

$$y(x) = \frac{7}{4} \cdot x - 2 \qquad \text{„}y\text{ von }x\text{ ist gleich …“}$$

und sprechen von einer Funktionsgleichung.

Lineare Funktion

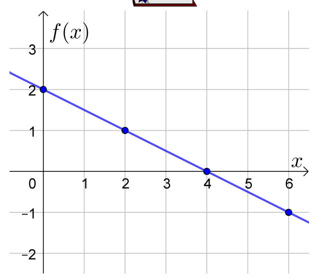
Jede Funktion f mit $\boldsymbol{f(x) = k \cdot x + d}$ heißt **lineare Funktion**.

Rechts ist der Graph einer linearen Funktion f dargestellt.

An jeder Stelle x gibt es *genau einen* zugehörigen Funktionswert $f(x)$.

Zum Beispiel:

x	0	2	4	6
$f(x)$	2	1	0	-1

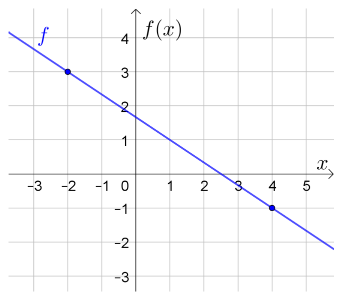


Funktionsgraph → Funktionsgleichung

Rechts unten ist der Graph einer linearen Funktion f dargestellt.

Die Funktionsgleichung $f(x) = k \cdot x + d$ von f kannst du mit den folgenden Schritten aufstellen.

1) Suche 2 Punkte am Graphen, deren Koordinaten du exakt ablesen kannst.
Zeichne rechts das zugehörige Steigungsdreieck ein.



2) Berechne die Steigung k als Differenzenquotient.

3) Setze k und die Koordinaten $(x \mid f(x))$ einer der beiden Punkte in $f(x) = k \cdot x + d$ ein.
Forme die Gleichung nach d um.

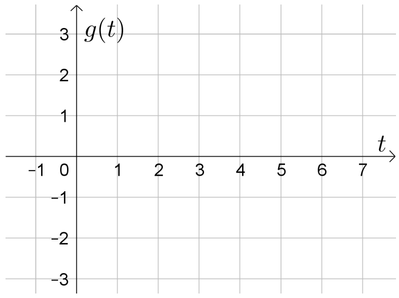
4) Schreibe als Endergebnis die Funktionsgleichung auf: $f(x) =$

Funktionsgleichung → Funktionsgraph

Für die lineare Funktion g gilt: $g(t) = \dfrac{4}{7} \cdot t - 2$

Rechts ist ein Ausschnitt des Koordinatensystems dargestellt.

Welche 2 Punkte in diesem Ausschnitt haben ganzzahlige Koordinaten *und* liegen auf dem Funktionsgraphen von g?



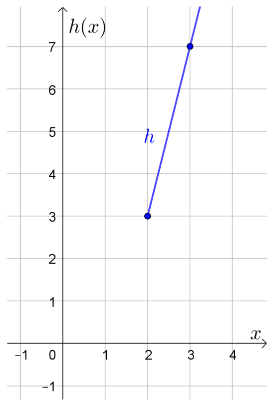
Zeichne den Funktionsgraphen von g rechts ein.

Schnittpunkt mit senkrechter Achse

Rechts ist der Graph der linearen Funktion h mit

$$h(x) = k \cdot x + d$$

für $x \geq 2$ dargestellt. Ermittle d.



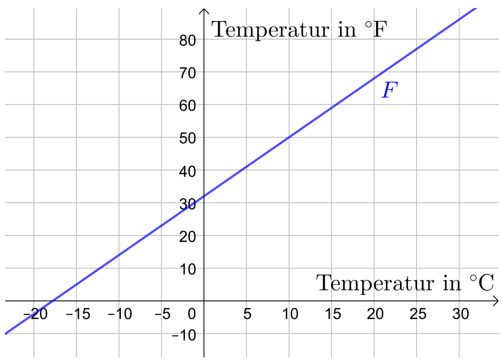
Temperatur

Temperaturen werden in verschiedenen Einheiten angegeben. Die Umrechnung von Grad Celsius (°C) in Grad Fahrenheit (°F) kann durch eine lineare Funktion F beschrieben werden:

$$F(C) = k \cdot C + d$$

C ... Temperatur in °C
$F(C)$ ... umgerechnete Temperatur von °C auf °F

Der Funktionsgraph von F ist rechts dargestellt.

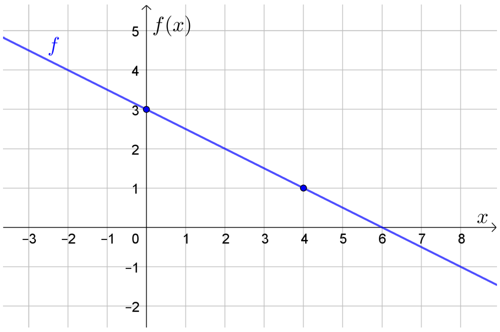


1) 10 °C entsprechen 50 °F, und −10 °C entsprechen 14 °F. Zeichne die zugehörigen Punkte am Graphen rechts ein.

2) Berechne die Steigung k und interpretiere diesen Wert im gegebenen Sachzusammenhang.

3) Berechne d und interpretiere diesen Wert im gegebenem Sachzusammenhang.

Input ↔ Output



Links ist der Graph einer linearen Funktion f dargestellt.

a) Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

Es gilt: $f(4) =$ ☐

Die Gleichung $f(x) = 4$ hat die Lösung $x =$ ☐.

Die Nullstelle von f ist die Lösung der Gleichung $f(x) =$ ☐, also $x =$ ☐.

b) Ermittle eine Funktionsgleichung von f.

c) Die Punkte $A = (42 \mid \square)$ und $B = (\square \mid 42)$ liegen am Funktionsgraphen von f.
Berechne jeweils die fehlende Koordinate.

Schnittpunkt

Eine Firma produziert Smartphones. Die Gesamtkosten K und die Gesamteinnahmen E (Erlös) hängen von der Anzahl der produzierten und verkauften Smartphones ab.

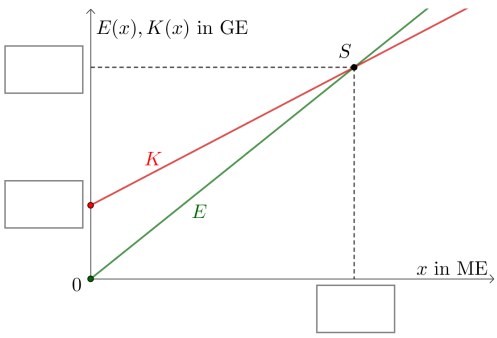
Für die sogenannte **Kostenfunktion K** und die **Erlösfunktion E** gilt bei dieser Firma:

$$K(x) = 15 \cdot x + 400$$

$$E(x) = 23 \cdot x$$

$x \ldots$ produzierte/verkaufte Menge in Mengeneinheiten (ME)
$K(x) \ldots$ Gesamtkosten in Geldeinheiten (GE)
$E(x) \ldots$ Gesamteinnahmen in Geldeinheiten (GE)

Zum Beispiel: 1 ME = 1 Smartphone, 1 GE = € 30



1) Die **Fixkosten** sind jene Kosten, die bei Produktion von 0 ME anfallen. Zum Beispiel: Miete, Gehälter
Ermittle die Fixkosten und trage sie in das richtige Kästchen rechts oben ein.

2) Berechne den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen.
Interpretiere die beiden Koordinaten des Schnittpunkts im Sachzusammenhang.

Bezeichnungen in der Kosten- und Preistheorie: **Untere Gewinngrenze**, **Gewinnschwelle** bzw. **Break-even-Point**

Dieses Werk des Projekts MmF unterliegt einer CC BY-NC-ND 4.0 Lizenz.
https://mmf.univie.ac.at