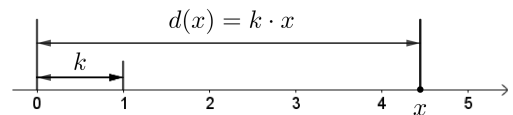


Der rechts dargestellte Zahlenstrahl startet bei der Zahl 0.
 Miss die Entfernung der Zahl 1 von der Zahl 0 ab:

$$k = \boxed{} \text{ mm}$$



Diese Zahl k nennen wir **Skalierungsfaktor**.

Auf dieser Skala hat die Zahl $x \geq 0$ den Abstand $d(x) = k \cdot x$ von der Zahl 0.

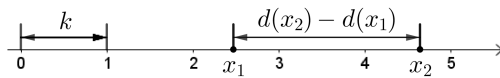
Es gilt zum Beispiel:

a) $d(0) = k \cdot 0 = \boxed{} \text{ mm}$ b) $d(1) = k \cdot 1 = \boxed{} \text{ mm}$ c) $d(2) = k \cdot 2 = \boxed{} \text{ mm}$

Es ist d eine **lineare Funktion**. Wir sprechen deshalb auch von einer **linearen Skala**.

Eine lineare Skala mit Skalierungsfaktor k ist unten dargestellt.

Wie berechnet man den Abstand zweier Zahlen $x_1 < x_2$ auf dieser Skala?



Wir stellen eine Formel für diesen Abstand auf:

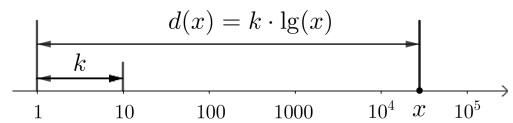
$$d(x_2) - d(x_1) = k \cdot x_2 - k \cdot x_1 = k \cdot (x_2 - x_1)$$

Auf einer *linearen* Skala ist also zum Beispiel der Abstand zwischen 2 und 6 gleich groß wie der Abstand zwischen 5 und 9, weil $6 - 2 = 9 - 5 = 4$.

Der rechts dargestellte Zahlenstrahl startet bei der Zahl 1.

Miss die Entfernung der Zahl 10 von der Zahl 1 ab:

$$k = \boxed{} \text{ mm}$$



Auf dieser Skala hat die Zahl $x \geq 1$ den Abstand $d(x) = k \cdot \log_{10}(x) = k \cdot \lg(x)$ von der Zahl 1.

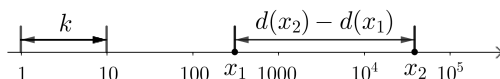
Es gilt zum Beispiel:

a) $d(1) = k \cdot \underbrace{\lg(1)}_{=0} = \boxed{} \text{ mm}$ b) $d(10) = k \cdot \underbrace{\lg(10)}_{=1} = \boxed{} \text{ mm}$ c) $d(100) = k \cdot \underbrace{\lg(100)}_{=2} = \boxed{} \text{ mm}$

Es ist d eine **Logarithmusfunktion**. Wir sprechen deshalb auch von einer **logarithmischen Skala**.

Eine logarithmische Skala mit Skalierungsfaktor k ist unten dargestellt.

Wie berechnet man den Abstand zweier Zahlen $x_1 < x_2$ auf dieser Skala?



Wir stellen mit den **Rechenregeln für Logarithmen** eine Formel für diesen Abstand auf:

$$\begin{aligned} d(x_2) - d(x_1) &= k \cdot \lg(x_2) - k \cdot \lg(x_1) = \\ &= k \cdot [\lg(x_2) - \lg(x_1)] = k \cdot \lg\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \end{aligned}$$

Auf einer *logarithmischen* Skala ist also zum Beispiel der Abstand zwischen 2 und 6 gleich groß wie der Abstand zwischen 5 und 15, weil $\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = 3$.

Lineare Skalierung vs. Logarithmische Skalierung

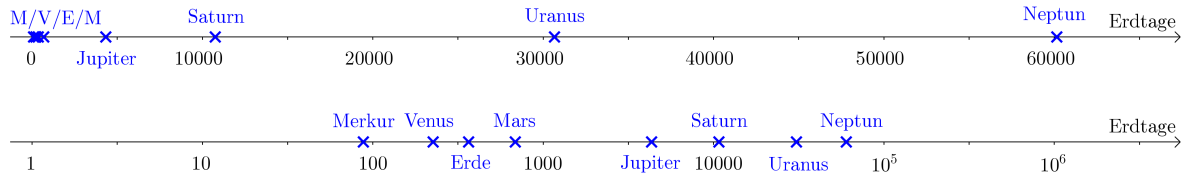


Die folgende Tabelle enthält gerundete Umlaufzeiten der Planeten um die Sonne (in Erdtagen):

Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
88	226	365	686	4329	10 753	30 664	60 148

Quelle: Cranial Creations in Physical Science: Interdisciplinary and Cooperative Activities

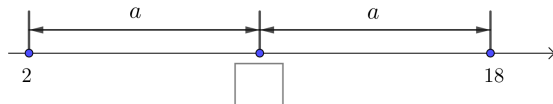
Unten sind diese Werte auf einer linearen Skala und auf einer logarithmischen Skala eingetragen:



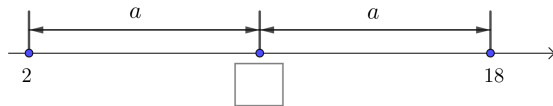
Warum ist hier die logarithmische Skala besser geeignet?

Mittelpunkt

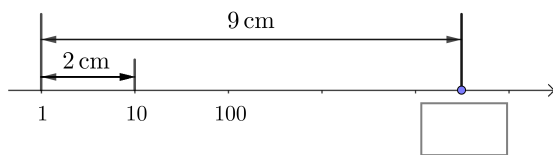
Welcher Wert liegt bei einer *linearen* Skala genau in der Mitte zwischen 2 und 18?



Welcher Wert liegt bei einer *logarithmischen* Skala genau in der Mitte zwischen 2 und 18?

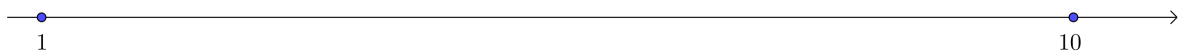


Berechne die markierte Zahl auf der logarithmischen Skala. Runde auf die nächste ganze Zahl.



2, 3, 4, ..., 9

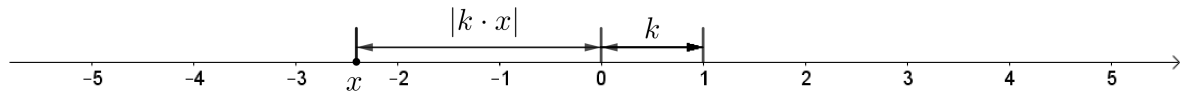
Auf jeder linearen Skala sind 1 und 2 gleich weit voneinander entfernt wie 2 und 3. Diese Eigenschaft haben logarithmische Skalen *nicht*:



- Miss den Skalierungsfaktor oben ab: $k = \square$ cm
- Berechne mit diesem Skalierungsfaktor jeweils den Abstand von 1 auf der Skala. Trage die Ergebnisse in der Tabelle ein, und markiere die Ergebnisse in der Skala oben.

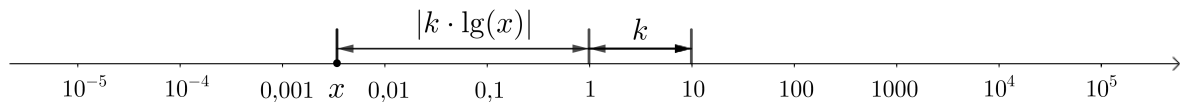
2	3	4	5	6	7	8	9

Wir verlängern die unten dargestellte *lineare* Skala mit Skalierungsfaktor $k = \boxed{}$ mm nach links über den Startwert 0 hinaus:



Die Zahl $x < 0$ liegt um $|d(x)| = |k \cdot x|$ links vom Startwert 0.
 Trage die Zahl $-4,2$ auf der linearen Skala oben ein.

Wir verlängern die unten dargestellte *logarithmische* Skala mit Skalierungsfaktor $k = \boxed{}$ mm nach links über den Startwert 1 hinaus:



Die Zahl $0 < x < 1$ liegt um $|d(x)| = |k \cdot \lg(x)|$ links vom Startwert 1.
 Trage die Zahl $0,00042$ auf der logarithmischen Skala oben ein.

Beachte, dass $\lg(x)$ nur für $x > 0$ definiert ist. Wir können also keine negativen Zahlen auf dieser logarithmischen Skala eintragen.

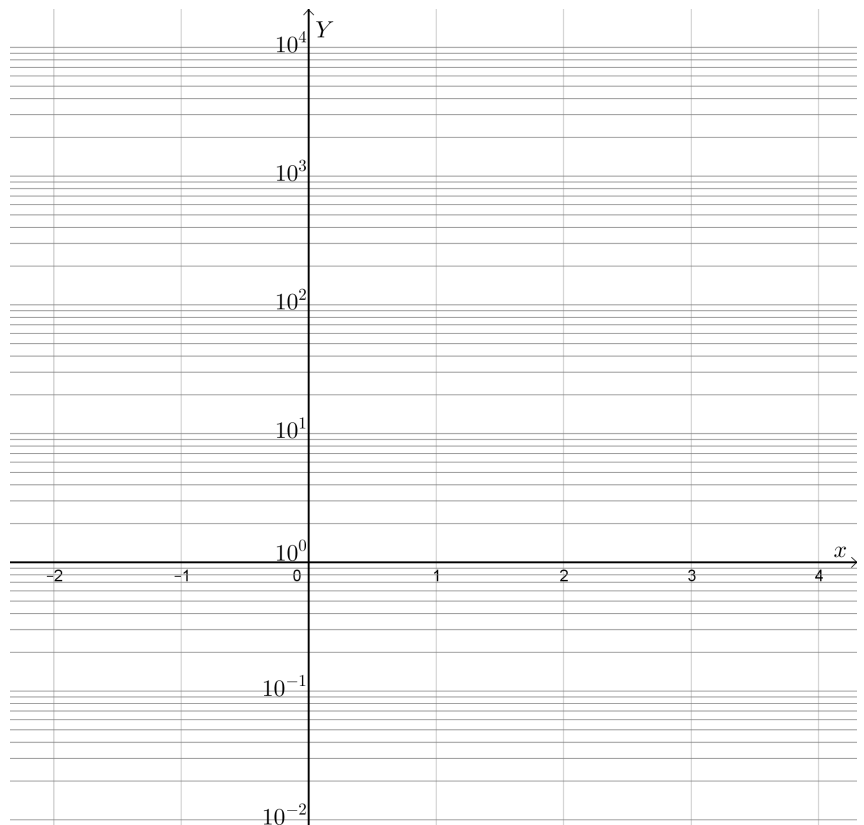
In einem **ordinatenlogarithmisches Koordinatensystem** ist die waagrechte Achse linear skaliert und die senkrechte Achse („Ordinatenachse“) logarithmisch skaliert.

Der Schnittpunkt der beiden Koordinatenachsen ist also der Punkt $(\boxed{} \mid \boxed{})$.

Zeichne den Graphen der **Exponentialfunktion** $y(x) = 4 \cdot 10^x$ in dieses Koordinatensystem ein.

Fülle dazu die Wertetabelle aus, und zeichne die Punkte rechts ein.

x	$y(x)$
0	
1	
2	
3	
-1	
-2	



Was fällt dir auf?

Der Graph jeder Exponentialfunktion

$$y(x) = c \cdot a^x$$

ist in einem ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem eine Gerade.

Wir rechnen diese Eigenschaft für die Exponentialfunktion $y(x) = 4 \cdot 10^x$ nach.

Dazu logarithmieren wir beide Seiten der Funktionsgleichung.

Zerlege die rechte Seite mit den Rechenregeln für Logarithmen so weit wie möglich:

$$\lg(y(x)) = \lg(4 \cdot 10^x) = \boxed{}$$

In einem ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem mit Skalierungsfaktoren 1 ist der Graph dieser Exponentialfunktion also eine Gerade mit Steigung $k = \boxed{}$ und Ordinatenabschnitt $d = \boxed{}$.

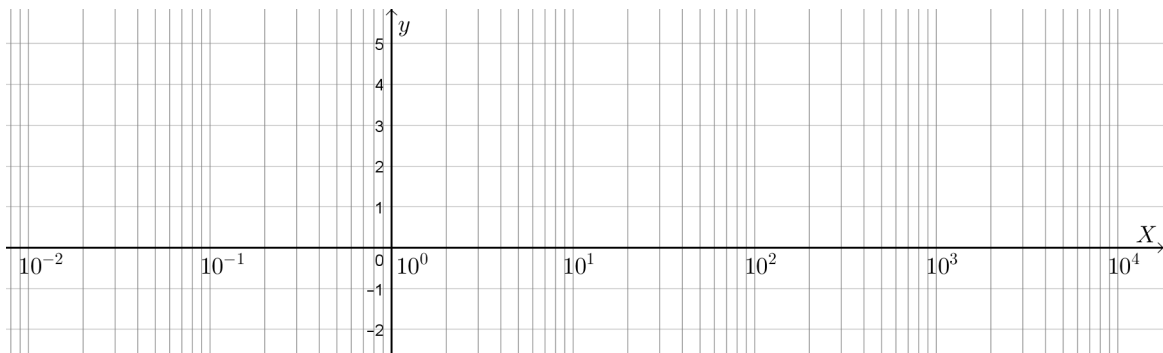
In einem **abszissenlogarithmischen Koordinatensystem** ist die senkrechte Achse linear skaliert und die waagrechte Achse („Abszissenachse“) logarithmisch skaliert.

Der Schnittpunkt der beiden Koordinatenachsen ist also der Punkt $(\boxed{} \mid \boxed{})$.

Zeichne den Graphen der Logarithmusfunktion $y(x) = \lg(2 \cdot x)$ in dieses Koordinatensystem unten ein.

Fülle dazu die Wertetabelle aus, und zeichne die Punkte unten ein.

x	5	50	500	5000	0,5	0,05
$y(x)$						



Der Graph jeder Logarithmusfunktion

$$y(x) = \log_a(c \cdot x)$$

ist in einem abszissenlogarithmischen Koordinatensystem eine Gerade.

Wir rechnen diese Eigenschaft für die Logarithmusfunktion $y(x) = \lg(2 \cdot x)$ nach.

Zerlege die rechte Seite mit den Rechenregeln für Logarithmen so weit wie möglich:

$$y(x) = \lg(2 \cdot x) = \boxed{}$$

In einem abszissenlogarithmischen Koordinatensystem mit Skalierungsfaktoren 1 ist der Graph dieser Logarithmusfunktion also eine Gerade mit Steigung $k = \boxed{}$ und Ordinatenabschnitt $d = \boxed{}$.

In einem **doppeltlogarithmisches Koordinatensystem** sind beide Achsen logarithmisch skaliert. Der Schnittpunkt der beiden Koordinatenachsen ist also der Punkt ().

Zeichne den Graphen der **Potenzfunktion** $y(x) = 5 \cdot x^2$ in dieses Koordinatensystem unten ein.

Fülle dazu die Wertetabelle aus, und zeichne die Punkte unten ein.

x	1	10	10^2	10^3	10^{-1}
$y(x)$					



Der Graph jeder Potenzfunktion

$$y(x) = a \cdot x^m$$

ist in einem doppellogarithmischen Koordinatensystem eine Gerade.

Wir rechnen diese Eigenschaft für die Potenzfunktion $y(x) = 5 \cdot x^2$ nach.

Dazu logarithmieren wir beide Seiten der Funktionsgleichung.

Zerlege die rechte Seite mit den Rechenregeln für Logarithmen so weit wie möglich:

$$\lg(y(x)) = \lg(5 \cdot x^2) = \text{}$$

In einem doppellogarithmischen Koordinatensystem mit Skalierungsfaktoren 1 ist der Graph dieser Potenzfunktion also eine Gerade mit Steigung $k = \text{}$ und Ordinatenabschnitt $d = \text{}$.

