



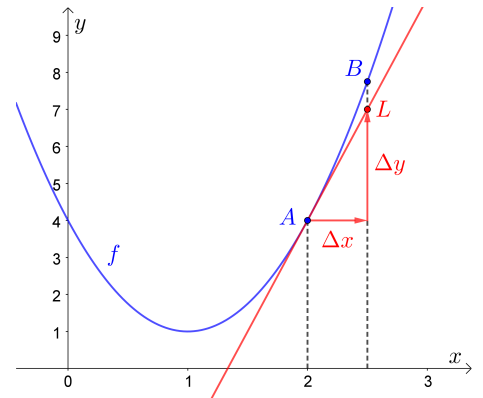
Der Graph der quadratischen Funktion  $f$  mit

$$f(x) = 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 4$$

ist rechts dargestellt.

Der Punkt  $A = (2 \mid \square)$  liegt am Funktionsgraphen.

Die Tangente im Punkt  $A$  sowie ein zugehöriges Steigungsdreieck mit  $\Delta x = 0,5$  sind eingezeichnet.



- 1) Berechne den Wert von  $\Delta y$  in diesem Steigungsdreieck.  
Welche Koordinaten hat der Punkt  $L$  auf der Tangente?

Es gilt:  $\underbrace{f(2 + \Delta x)}_{\text{i)}} \approx \underbrace{f(2)}_{\text{ii)}} + \underbrace{f'(2) \cdot \Delta x}_{\text{iii)}} \quad (\star)$

- 2) Veranschauliche **i)**, **ii)** und **iii)** im Bild rechts oben.

- 3) Um wieviel ist die rechte Seite von  $(\star)$  kleiner als die linke Seite? Berechne diese Differenz.

„Absoluter Fehler“

- 4) Um wieviel Prozent ist die rechte Seite von  $(\star)$  kleiner als die linke Seite?

„Relativer (Prozentueller) Fehler“

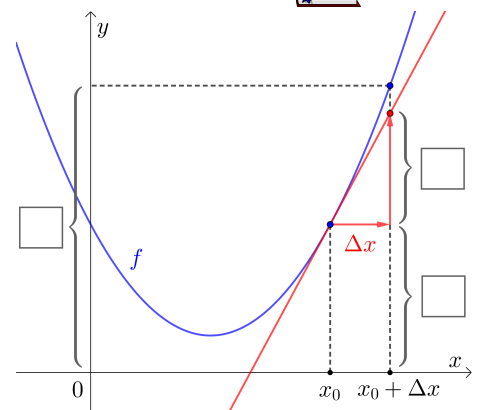


Mithilfe der **lokalen Änderungsrate**  $f'(x_0)$  können wir Funktionswerte von  $f$  nahe bei  $x_0$  *näherungsweise* berechnen:

$$\underbrace{f(x_0 + \Delta x)}_{\text{i)}} \approx \underbrace{f(x_0)}_{\text{ii)}} + \underbrace{f'(x_0) \cdot \Delta x}_{\text{iii)}} \quad (\star)$$

In Worten: Die Funktionswerte  $f(x_0)$  und  $f(x_0 + \Delta x)$  liegen *ungefähr*  $f'(x_0) \cdot \Delta x$  auseinander.

Trage **i)**, **ii)** und **iii)** rechts in die Kästchen richtig ein.



Der **Satz von Taylor** gibt auch an, wie weit diese Funktionswerte tatsächlich auseinander liegen.

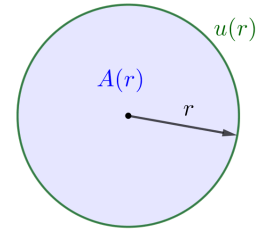


Der Flächeninhalt  $A$  und der Umfang  $u$  eines Kreises hängen von seinem Radius  $r$  ab:

$$A(r) = \pi \cdot r^2 \quad \text{und} \quad u(r) = 2 \cdot \pi \cdot r$$

1) Für die Ableitungsfunktion von  $A$  gilt:  $A'(r) =$

Was fällt dir auf?

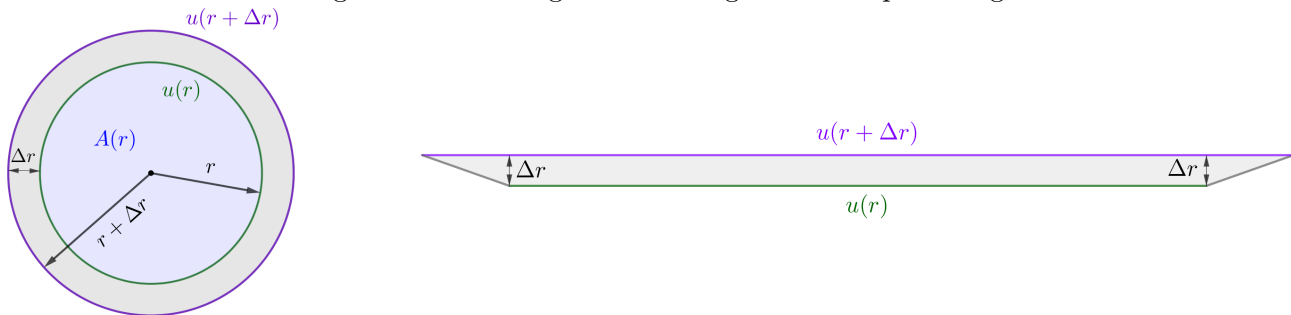


Der Radius eines Kreises mit Radius  $r = 4$  cm wird um  $\Delta r = 0,2$  cm vergrößert.

Dabei gilt wie zuvor:  $A(r + \Delta r) \approx A(r) + A'(r) \cdot \Delta r$

2) Um wie viel  $\text{cm}^2$  wird der Flächeninhalt des Kreises also ungefähr größer?

Tatsächlich haben der dargestellte Kreisring und das dargestellte Trapez den gleichen Flächeninhalt:



3) Markiere im Trapez eine Fläche mit Inhalt  $A'(r) \cdot \Delta r$ .

4) ★ Rechne nach, dass der Kreisring und das Trapez den gleichen Flächeninhalt haben.

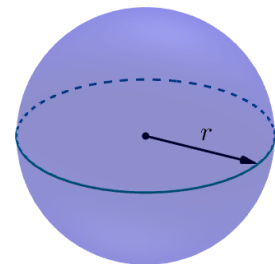


Das Volumen  $V$  einer Kugel hängt von ihrem Radius  $r$  ab:

$$V(r) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad (r \text{ in cm, } V(r) \text{ in cm}^3)$$

Für die Ableitungsfunktion von  $V$  gilt:  $V'(r) =$

Welche Einheit hat  $V'(r)$ ? Welche geometrische Bedeutung hat  $V'(r)$ ?



Die Wurzelfunktion  $f(x) = \sqrt{x}$  hat die Ableitungsfunktion  $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ .

Schätze mithilfe von  $f(4) = \sqrt{4}$  den Wert von  $f(4,2) = \sqrt{4,2}$  ab.