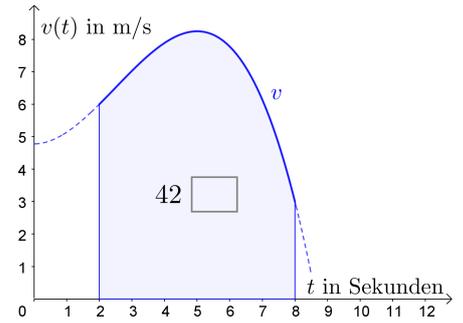


Mittlere Geschwindigkeit 

Der Graph einer Geschwindigkeit-Zeit-Funktion  $v$  ist dargestellt ( $t$  in Sekunden,  $v(t)$  in m/s).

- 1) Welche Einheit hat  $\int_2^8 v(t) dt$ ?  
Trage die Einheit in das Kästchen rechts ein.
- 2) Berechne die mittlere Geschwindigkeit im Intervall  $[2; 8]$ .
- 3) Stelle mithilfe von  $v$ ,  $a$  und  $b$  eine Formel für die mittlere Geschwindigkeit im Intervall  $[a; b]$  auf.



Linearer Mittelwert  $m$  einer Funktion  $f$  im Intervall  $[a; b]$  

Für den **linearen Mittelwert**  $m$  einer Funktion  $f$  im Intervall  $[a; b]$  gilt:

$$m = \frac{1}{b - a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$m$  ist der „durchschnittliche Funktionswert“ von  $f$  in  $[a; b]$ .

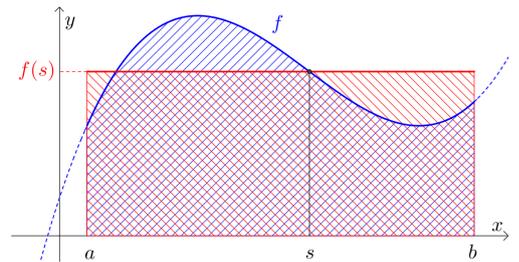
Mittelwertsatz der Integralrechnung 

Der **Mittelwertsatz der Integralrechnung** garantiert (mindestens) eine Stelle  $s$  im Intervall  $[a; b]$ , für die gilt:

$$f(s) \cdot (b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

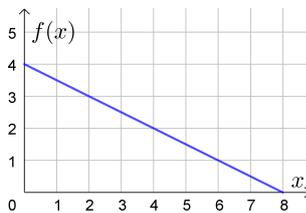
$f(s)$  ist der „durchschnittliche Funktionswert“ von  $f$  in  $[a; b]$ .

Die rote Fläche (▨) hat also den gleichen Inhalt wie die blaue Fläche (▨).



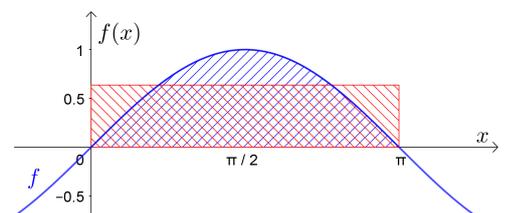
Lineare Funktion 

Ermittle den linearen Mittelwert  $m$  der dargestellten linearen Funktion  $f$  in  $[0; 8]$ .



Sinusfunktion 

Ermittle den linearen Mittelwert  $m$  der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(x)$  in  $[0; \pi]$ .



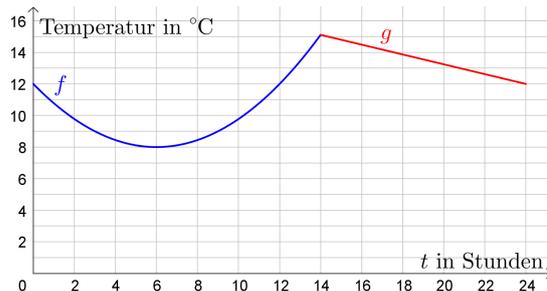
Der Temperaturverlauf an einem Tag wird durch zwei Funktionen  $f$  und  $g$  modelliert:

$$f(t) = \frac{1}{9} \cdot t^2 - \frac{4}{3} \cdot t + 12 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 14$$

$$g(t) = -\frac{14}{45} \cdot t + \frac{292}{15} \quad \text{mit } 14 \leq t \leq 24$$

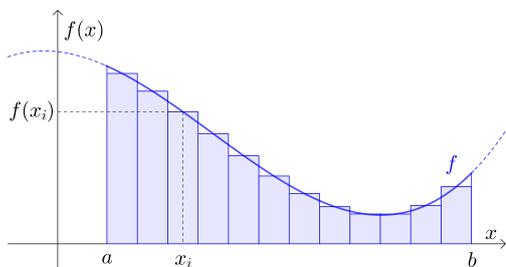
Berechne die mittlere Temperatur im Zeitintervall ...

- i) [0 h; 14 h].    ii) [14 h; 24 h].    iii) [0 h; 24 h].



Warum ist das Ergebnis von **iii)** *nicht* das **arithmetische Mittel** der Ergebnisse von **i)** und **ii)**?

Annäherung mit Zwischensummen 



Wir teilen das Intervall  $[a; b]$  in  $n$  Teile mit gleicher Breite.

In jedem Teilintervall wählen wir eine Stelle  $x_i$ .  $i = 1, 2, \dots, n$

Das arithmetische Mittel

$$\frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}$$

ist eine Annäherung an den „durchschnittlichen Funktionswert“ der Funktion  $f$  in  $[a; b]$ .

Nähern wir das bestimmte Integral durch die dargestellte **Zwischensumme** an, erhalten wir ebenso:

$$\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx \approx \frac{1}{b-a} \cdot \frac{b-a}{n} \cdot [f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)] = \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}$$

