**Parameterdarstellung von Geraden im Raum**

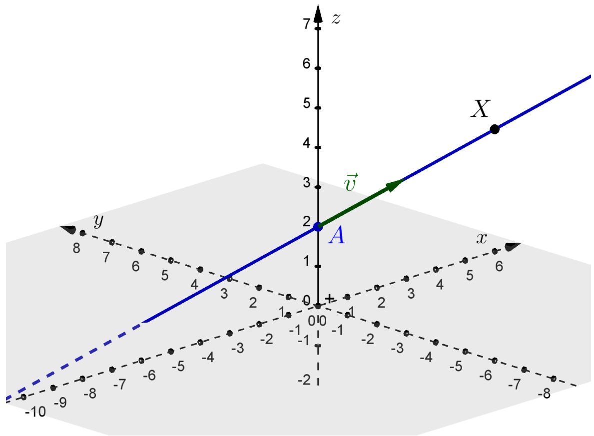
Die Gerade $g$ verläuft durch den Punkt $A$, und $\vec{v}$ ist ein Richtungsvektor der Gerade. Für jede Zahl $t \in \mathbb{R}$ liegt der Punkt

$$X = A + t \cdot \vec{v}$$

auf der Gerade.
Die Zahl $t$ nennen wir **Parameter** und

$$\boldsymbol{g\colon X = A + t \cdot \vec{v}}$$

eine **Parameterdarstellung** der Gerade $g$.




Jeder Punkt $X$ auf der Gerade *entspricht genau einem* Wert des Parameters $t \in \mathbb{R}$.

**Gerade durch zwei Punkte**

Ermittle eine Parameterdarstellung der Gerade durch die Punkte $A = (3 \mid -2 \mid 4)$ und $B = (5 \mid 1 \mid 0)$.

**Punkt auf Gerade?**

Gegeben ist die Gerade $h\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Parameterdarstellung.

Liegt der Punkt $P = (4 \mid -7 \mid 1)$ auf der Gerade?
Die Frage ist, ob es eine Zahl $t \in \mathbb{R}$ gibt, mit

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Wir lösen das zugehörige Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \text{I:}\quad 4 &= 2 + t \cdot (-1) &&\iff && t = -2 \\ \text{II:}\quad -7 &= -1 + t \cdot 3 &&\iff && t = -2 \\ \text{III:}\quad 1 &= 3 + t \cdot 1 &&\iff && t = -2 \end{aligned}$$

Der Punkt $P$ liegt also auf der Gerade $h$.
Der Parameterwert $t = -2$ liefert diesen Punkt $P$.

Liegt der Punkt $Q = (-1 \mid 8 \mid 5)$ auf der Gerade?
Die Frage ist, ob es eine Zahl $t \in \mathbb{R}$ gibt, mit

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Wir lösen das zugehörige Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \text{I:}\quad -1 &= 2 + t \cdot (-1) &&\iff && t = 3 \\ \text{II:}\quad 8 &= -1 + t \cdot 3 &&\iff && t = 3 \\ \text{III:}\quad 5 &= 3 + t \cdot 1 &&\iff && t = 2 \end{aligned}$$

Der Punkt $Q$ liegt also *nicht* auf der Gerade $h$.
Es gibt keine Zahl $t \in \mathbb{R}$, die *alle drei* Gleichungen erfüllt.

**Punkt auf Gerade**

Berechne $a$ und $b$ so, dass die Gerade $g\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ a \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} b \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ den Punkt $P = (4 \mid 2 \mid 0)$ enthält.

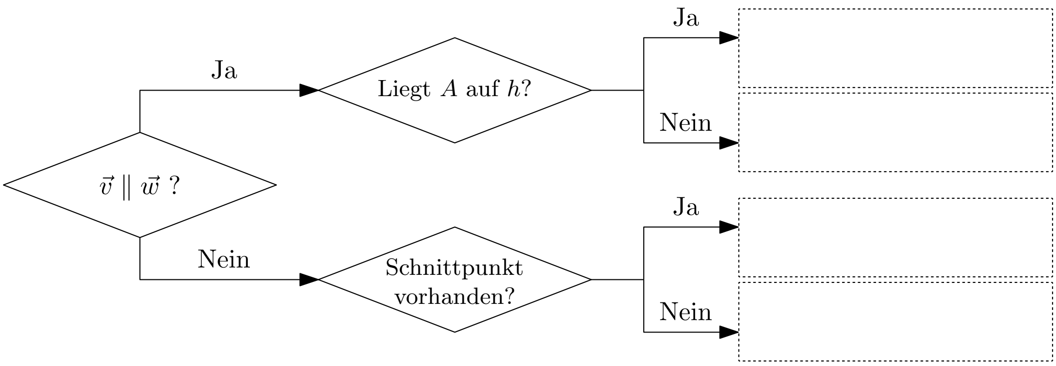
**Lagebeziehung zweier Geraden im Raum**

Zwei Geraden im Raum haben genau eine der 4 folgenden Lagebeziehungen: $\begin{cases} \text{schneidend} \\ \text{echt parallel} \\ \text{ident} \\ \text{windschief} \end{cases}$

Erkläre, wie du die Lagebeziehung zweier Geraden $g$ und $h$ aus den Parameterdarstellungen

$$g\colon X = A + t \cdot \vec{v} \quad \text{und} \quad h\colon X = B + u \cdot \vec{w}$$

ermitteln kannst. Trage dazu die 4 Lagebeziehungen richtig in die Kästchen ein:




**Ident oder echt parallel?**

Welche Lage haben die Geraden $g\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $h\colon X = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ zueinander?

**Schneidend oder windschief?**

Welche Lage haben die Geraden $g\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $h\colon X = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ zueinander?