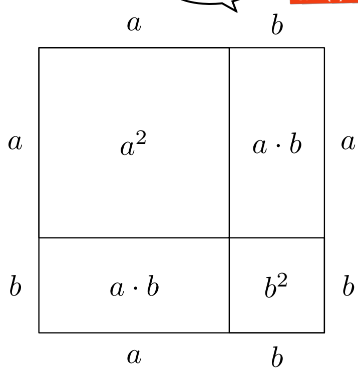
Binomische Formeln

Rechts veranschaulichen wir die **Binomische Formel**

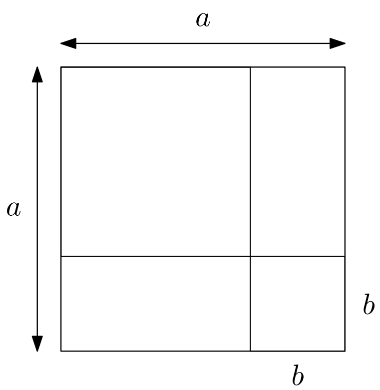
$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2}.$$



Erkläre den Zusammenhang zwischen Formel und Bild.

Rechne nun die Formel nach, indem du ausmultiplizierst.

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) =$$



Rechne auch die **Binomische Formel**

$$\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2}$$

nach, und erkläre den Zusammenhang mit dem Bild links.

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) =$$

Rechne auch die binomische Formel $\boldsymbol{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$ nach, indem du ausmultiplizierst.

$$(a+b)\cdot(a-b) =$$

„Jedes mit jedem"

Multipliziere den Term $(a+b)^3$ aus:

Verwende dafür die Binomische Formel für $(a+b)^2$.

$$(a+b)^3 = (a+b)\cdot(a+b)^2 =$$

Es ist sehr mühsam, auf diese Weise $(a+b)^4$, $(a+b)^5$, $(a+b)^6$, etc. zu berechnen.

Pascalsches Dreieck

Hier siehst du die ersten 5 Zeilen des **Pascalschen Dreiecks**. Was sind wohl die nächsten 3 Zeilen?

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

Binome und das Pascalsche Dreieck

Wir haben zuvor berechnet:

$$(a+b)^2 = \mathbf{1}\cdot a^2 + \mathbf{2}\cdot a\cdot b + \mathbf{1}\cdot b^2$$

$$(a+b)^3 = \mathbf{1}\cdot a^3 + \mathbf{3}\cdot a^2\cdot b + \mathbf{3}\cdot a\cdot b^2 + \mathbf{1}\cdot b^3$$

Siehst du den Zusammenhang mit dem Pascalschen Dreieck rechts? Setze das Muster fort:

1

1 **1**

1 **2** **1**

1 **3** **3** **1**

1 **4** **6** **4** **1**

1 **5** **10** **10** **5** **1**

$(a+b)^4 =$

$(a+b)^5 =$

Binome und Vorzeichen

Verwende das Pascalsche Dreieck, um die Binome auszumultiplizieren. Vereinfache so weit wie möglich.

1) $(x+2)^3 = ?$ $a =$ ______ $b =$ ______

$(x+2)^3 =$

2) $(2x-y)^4 = ?$ $a =$ ______ $b =$ ______ $2x - y = 2x + (-y)$

$(2x-y)^4 =$

3) $\left(-3x^2+4y\right)^2 = ?$ $a =$ ______ $b =$ ______

$\left(-3x^2+4y\right)^2 =$

4) $(-x-y)^3 = ?$ $a =$ ______ $b =$ ______ $-x-y = (-x)+(-y)$

$(-x-y)^3 =$

$(-x-y)^3 = ((-1)\cdot(x+y))^3 = (-1)^3\cdot(x+y)^3 = -(x+y)^3$

Warum funktioniert die Methode?

Für $(a+b)^2$ und $(a+b)^3$ haben wir schon nachgerechnet, dass die Methode funktioniert. Wenn die Rechnung für eine Zeile stimmt, dann stimmt sie auch für die nächste Zeile:

$$\begin{aligned}
&(a+b)^4 = (a+b)\cdot(a+b)^3 = \\
&= (a+b)\cdot(1\cdot a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + 1\cdot b^3) = \\
&= 1\cdot a^4 + 3\cdot a^3\cdot b + 3\cdot a^2\cdot b^2 + 1\cdot a\cdot b^3 + \\
&\qquad + 1\cdot a^3\cdot b + 3\cdot a^2\cdot b^2 + 3\cdot a\cdot b^3 + 1\cdot b^4 = \\
&= 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3\cdot b + 6\cdot a^2\cdot b^2 + 4\cdot a\cdot b^3 + 1\cdot b^4
\end{aligned}$$