



Als Kinder haben wir die schriftliche Division so oder so ähnlich gelernt:

$$\begin{array}{r} 2820 : 12 = 235 \\ \underline{42} \\ 60 \\ \underline{00} \\ 0 \text{ Rest.} \end{array}$$

- 1) „Wie oft geht 12 in 28? 2 Mal. 4 Rest. 2 herab.“
- 2) „Wie oft geht 12 in 42? 3 Mal. 6 Rest. 0 herab.“
- 3) „Wie oft geht 12 in 60? 5 Mal. 0 Rest.“



Was steckt eigentlich hinter diesem Divisions-Algorithmus?

$$\begin{array}{r} \text{€} \quad \text{Personen} \quad \text{€ pro Person} \\ 2820 : 12 = 200 + 30 + 5 = 235 \\ \underline{-2400} \\ 420 \\ \underline{-360} \\ 60 \\ \underline{-60} \\ 0 \text{ Rest} \end{array}$$

Ich möchte 2820 € fair auf 12 Personen aufteilen.

Im ersten Schritt kann ich jeder Person nicht nur 2 € geben, sondern 200 €. $12 \cdot 200 \text{ €} = 24 \cdot 100 \text{ €} = 2400 \text{ €}$

Dann bleiben noch 420 € übrig. Also kann ich jeder Person weitere 30 € geben. $12 \cdot 30 \text{ €} = 36 \cdot 10 \text{ €} = 360 \text{ €}$

Zum Schluss erhält jede Person noch $60 : 12 = 5 \text{ €}$.

Insgesamt erhält jede Person also $200 + 30 + 5 = 235 \text{ €}$.



Die **Polynomdivision** funktioniert nach dem gleichen Prinzip:

$$\begin{array}{l} \ominus \left\{ \begin{array}{l} (8 \cdot x^3 - 18 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3) : (4 \cdot x + 1) = 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3 \\ 8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 \end{array} \right. \\ \ominus \left\{ \begin{array}{l} -20 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3 \\ -20 \cdot x^2 - 5 \cdot x \end{array} \right. \\ \ominus \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot x + 3 \\ 12 \cdot x + 3 \end{array} \right. \\ 0 \text{ Rest} \end{array}$$

Ermittle den Quotienten in jedem Schritt nur mit den „führenden Termen“:

$$\frac{8 \cdot x^3}{4 \cdot x} = 2 \cdot x^2$$

Im ersten Schritt wird also

$$(4 \cdot x + 1) \cdot 2 \cdot x^2 = 8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2$$

verteilt. Übrig zum Aufteilen bleibt

$$\begin{aligned} &(8 \cdot x^3 - 18 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3) - \\ &-(8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2) = \\ &= -20 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3 \end{aligned}$$



Führe die Polynomdivision durch.

$$(6 \cdot x^4 - 19 \cdot x^3 + 26 \cdot x^2 - 19 \cdot x - 10) : (2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5)$$

Division mit Rest 

$$\begin{array}{r}
 \text{€ Personen} \quad \text{€ pro Person} \\
 555 : 12 = 40 + 6 + \frac{3}{12} = 46 + \frac{3}{12} \\
 \underline{-480} \\
 75 \\
 \underline{-72} \\
 3 \text{ Rest}
 \end{array}$$

Ich möchte 555 € fair auf 12 Personen aufteilen.

Im ersten Schritt kann ich jeder Person 40 € geben.

$$12 \cdot 40 \text{ €} = 48 \cdot 10 \text{ €} = 480 \text{ €}$$

Von den verbleibenden 75 € kann ich jeder Person weitere 6 € geben.

$$12 \cdot 6 \text{ €} = 72 \cdot 1 \text{ €} = 72 \text{ €}$$

Zum Schluss teile ich die restlichen 3 € fair auf.

Jede Person erhält also noch $3 \text{ €} : 12 = \frac{3}{12} \text{ €} = 0,25 \text{ €}$.

Insgesamt erhält jede Person also $40 + 6 + \frac{3}{12} = 46,25 \text{ €}$.

Polynomdivision mit Rest 

Die **Polynomdivision** mit Rest funktioniert nach dem gleichen Prinzip:

$$\begin{array}{r}
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot x^4 + 10 \cdot x^3 - 10 \cdot x^2 + 42 \cdot x - 10 \\ 6 \cdot x^4 \qquad \qquad - 12 \cdot x^2 \end{array} \right. : (2 \cdot x^2 - 4) = 3 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 1 + \frac{62 \cdot x - 6}{2 \cdot x^2 - 4} \\
 \hline
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 42 \cdot x - 10 \\ 10 \cdot x^3 \qquad \qquad - 20 \cdot x \end{array} \right. \\
 \hline
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot x^2 + 62 \cdot x - 10 \\ 2 \cdot x^2 \qquad \qquad - 4 \end{array} \right. \\
 \hline
 62 \cdot x - 6 \text{ Rest}
 \end{array}$$

In jedem Schritt eliminieren wir den führenden Term vom **Zählerpolynom**.

$6 \cdot x^4$ im 1. Schritt, $10 \cdot x^3$ im 2. Schritt, $2 \cdot x^2$ im 3. Schritt.

Deshalb wird der Grad vom Zählerpolynom in jedem Schritt (mindestens) um 1 kleiner.

Sobald der Grad vom Zählerpolynom kleiner als der Grad vom **Nennerpolynom** ist,

brechen wir die Polynomdivision mit Rest ab.

Der Rest wird fair aufgeteilt.

Polynomdivision mit Rest 

Führe die Polynomdivision durch.

$$(-4 \cdot x^4 + 18 \cdot x^3 - 11 \cdot x^2 + 17 \cdot x + 22) : (x - 4)$$

