Quotient konstant

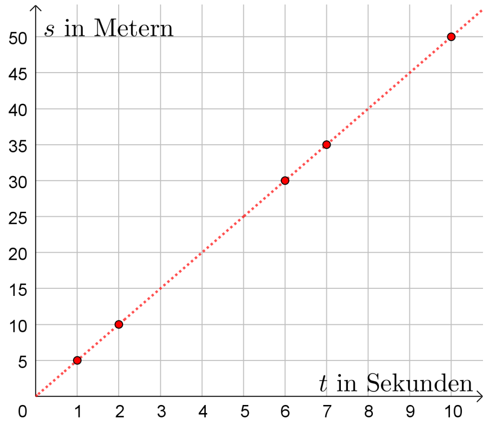
Du läufst mit der *konstanten* Geschwindigkeit $v = 5\,\mathrm{m/s}$. Pro Sekunde legst du also 5 m zurück.
Nach t Sekunden hast du insgesamt s Meter zurückgelegt.

1) Fülle die Wertetabelle aus.

$\cdot 2$ $\cdot 3$

t in Sekunden	1	2	6	10	7
s in Metern	5	10	30	50	35

$\cdot 2$ $\cdot 3$



2) Zeichne die Wertepaare im Koordinatensystem rechts ein.
Was fällt dir auf?

3) Welchen Weg hast du nach $t = 4{,}2$ Sekunden zurückgelegt?

$5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4{,}2\,\mathrm{s} = 21\,\mathrm{m}$

4) Stelle eine Formel für s in Abhängigkeit t auf: $s = 5 \cdot t$

Wir sagen: „*Die vergangene Zeit t und der insgesamt zurückgelegte Weg s sind **direkt proportional**.*“

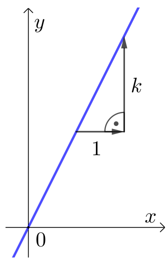
Direkte Proportionalität

Zwischen zwei Größen x und y besteht ein **direkt proportionaler** Zusammenhang,
wenn $\boldsymbol{\frac{y}{x} = k}$ bzw. $\boldsymbol{y = k \cdot x}$ mit einer Konstante k gilt. k hängt weder von x noch von y ab.

Diese Konstante k heißt auch **Proportionalitätsfaktor**.

Bei direkt proportionalen Größen x und y ist der Quotient $\frac{y}{x}$ also immer gleich.

Die Lösungen der Gleichung $y = k \cdot x$ liegen auf einer Gerade mit Steigung k.



Direkte Proportionalität

Erkläre, warum die folgende Aussage stimmt: „*Wenn zwei Größen direkt proportional sind, dann entspricht das v-fache der einen Größe dem v-fachen der anderen Größe.*“

$$\frac{y}{x} = k \implies \frac{v \cdot y}{v \cdot x} = \frac{y}{x} = k$$

Direkt Proportional?

Stelle eine Formel für die gegebenen Größen auf.
Entscheide, ob die beiden Größen direkt proportional zueinander sind.

a) Seitenlänge a und Umfang u eines Quadrats $u = 4 \cdot a \implies$ direkt proportional

b) Seitenlänge a und Flächeninhalt A eines Quadrats $A = a \cdot a \implies$ nicht direkt proportional

c) Radius r und Umfang u eines Kreises $u = 2 \cdot \pi \cdot r \implies$ direkt proportional

d) Radius r und Flächeninhalt A eines Kreises $A = r^2 \cdot \pi \implies$ nicht direkt proportional

e) Kathetenlänge a und Hypotenuse c eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks

$$c^2 = a^2 + a^2 \implies c^2 = 2 \cdot a^2 \implies c = \sqrt{2} \cdot a \implies \text{direkt proportional}$$

Produkt konstant

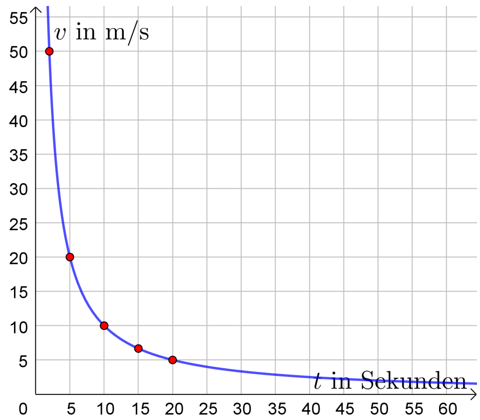
Du fährst mit *konstanter* Geschwindigkeit eine Rennstrecke mit Länge $s = 100\,\text{m}$.
Um nach t Sekunden das Ziel zu erreichen, musst du mit Geschwindigkeit v fahren.

1) Fülle die Wertetabelle aus.

$\cdot 2$ $\quad : 4$

t in Sekunden	10	20	5	15	2
v in m/s	10	5	20	$\frac{20}{3}$	50

$: 2$ $\quad \cdot 4$



2) Zeichne die Wertepaare im Koordinatensystem rechts ein.

3) Welche konstante Geschwindigkeit v ist notwendig, damit du nach $t = 4{,}2$ Sekunden das Ziel erreichst?

$$\frac{100\,\text{m}}{4{,}2\,\text{s}} = 23{,}8\ldots\,\text{m/s}$$

4) Stelle eine Formel für v in Abhängigkeit t auf: $v = \frac{100}{t}$

Wir sagen: „*Die benötigte Zeit t und die Geschwindigkeit v sind **indirekt proportional**.*“

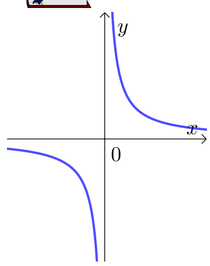
Indirekte Proportionalität

Zwischen zwei Größen x und y besteht ein **indirekt proportionaler** Zusammenhang,

wenn $\boldsymbol{x \cdot y = k}$ bzw. $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$ mit einer Konstante k gilt.

Bei indirekt proportionalen Größen x und y ist also das Produkt $x \cdot y$ immer gleich.

Die Lösungen der Gleichung $y = \frac{k}{x}$ liegen auf einer sogenannten **Hyperbel**.



Indirekte Proportionalität

Erkläre, warum die folgende Aussage stimmt: „*Wenn zwei Größen indirekt proportional sind, dann entspricht das v-fache der einen Größe dem $\frac{1}{v}$-fachen der anderen Größe.*“

$$x \cdot y = k \implies (v \cdot x) \cdot (\tfrac{1}{v} \cdot y) = \tfrac{v}{v} \cdot x \cdot y = k$$

Indirekt Proportional?

Stelle eine Formel für die gegebenen Größen auf.
Entscheide, ob die beiden Größen indirekt proportional zueinander sind.

a) Seitenlängen a und b von Rechtecken mit Flächeninhalt $A = 42\,\text{cm}^2$
$a \cdot b = 42 \implies$ indirekt proportional

b) Masse m und Volumen V von Körpern mit Dichte $\rho = 23\,\text{g/cm}^3$
$23 = \frac{m}{V} \implies$ nicht indirekt proportional (aber direkt proportional)

c) Dichte ρ und Masse m von Körpern mit Volumen $V = 6\,\text{cm}^3$
$\rho = \frac{m}{6} \implies$ nicht indirekt proportional (aber direkt proportional)

d) Dichte ρ und Volumen V von Körpern mit Masse $m = 87\,\text{kg}$
$\rho = \frac{87}{V} \implies$ indirekt proportional