



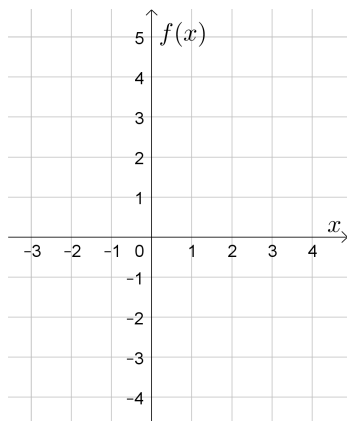
Jede Funktion f mit

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \text{mit } a \neq 0$$

heißt **quadratische Funktion**.

Welchen Funktionstyp hätte f mit $a = 0$?

Parabel / Scheitelpunkt



Für die quadratische Funktion f gilt:

$$f(x) = x^2 - 2 \cdot x - 3$$

Vervollständige die Wertetabelle der Funktion f .

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

Der Funktionsgraph ist eine sogenannte **Parabel**. Skizziere sie links.
Den **Extrempunkt** (1 | -4) nennt man auch **Scheitelpunkt** der Parabel.

!
 $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$
 $-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$

Minus mal minus



An welcher Stelle $x \in \mathbb{R}$ ist der Funktionswert $f(x)$ am *kleinsten*? Begründe deine Antwort.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = (x - 3)^2$ c) $f(x) = 5 \cdot (x + 4)^2 + 2$

Quadratische Funktion – Scheitelpunktform



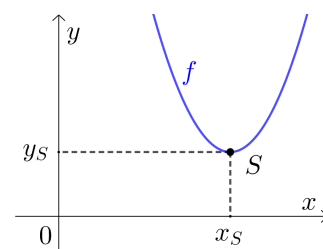
Jede quadratische Funktion kann auch in der sogenannten **Scheitelpunktform**

$$f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$

angegeben werden. Erkläre anhand der Funktionsgleichung, warum der Funktionsgraph den **Scheitelpunkt** $S = (x_S | y_S)$ hat.

Streiche jeweils so durch, dass eine wahre Aussage entsteht:

- 1) Wenn $a > 0$ ist, dann ist y_S der kleinste/größte Funktionswert von f .
Die Parabel ist dann nach oben/unten geöffnet.
- 2) Wenn $a < 0$ ist, dann ist y_S der kleinste/größte Funktionswert von f .
Die Parabel ist dann nach oben/unten geöffnet.
- 3) Je größer $|a|$ ist, desto schmaler/breiter ist die Parabel.

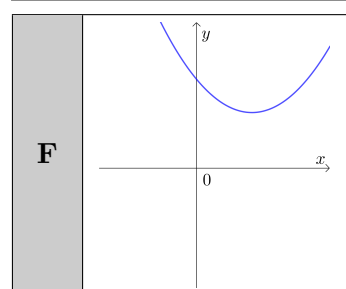
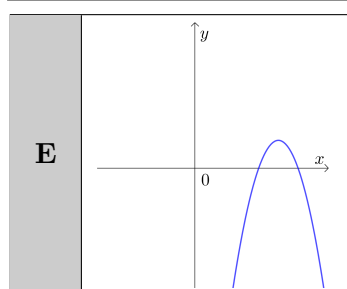
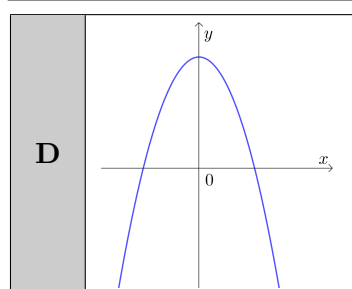
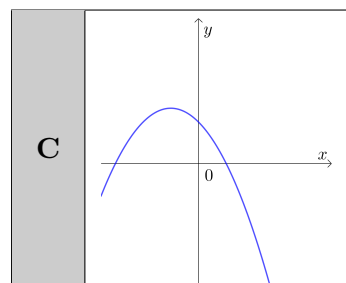
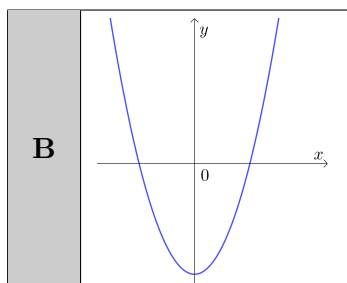
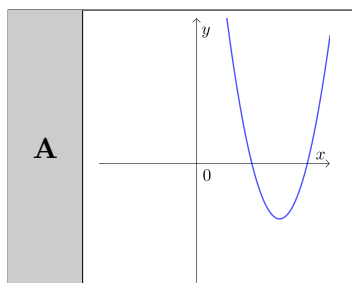


Scheitelpunktform → Funktionsgraph



Ordne den Funktionsgleichungen den entsprechenden Funktionsgraphen zu.

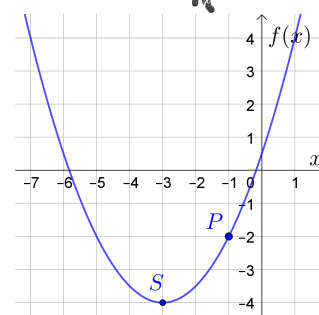
$f_1(x) = x^2 - 4$		$f_4(x) = -2 \cdot (x - 3)^2 + 1$	
$f_2(x) = 0,3 \cdot (x - 2)^2 + 2$		$f_5(x) = -0,5 \cdot (x + 1)^2 + 2$	
$f_3(x) = 2 \cdot (x - 3)^2 - 2$		$f_6(x) = -x^2 + 4$	



Funktionsgraph → Scheitelpunktform



Rechts ist der Graph einer quadratischen Funktion f dargestellt. Ermittle die Funktionsgleichung von f in Scheitelpunktform.



Binomische Formeln



Erinnere dich an die **Binomischen Formeln**:

i) $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) =$

ii) $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) =$

Scheitelpunktform → Polynomform



Wandle die quadratische Funktion f mit Scheitelpunktform

$$f(x) = -3 \cdot (x - 1)^2 - 4$$

in die **Polynomform** $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ um.

Quadratisches Ergänzen



Beim **quadratischen Ergänzen** verwenden wir die Binomischen Formeln „rückwärts“. Trage jeweils Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Terme auf beiden Seiten äquivalent sind.

a) $x^2 + 6 \cdot x = (x + 3)^2 - \boxed{}$

d) $x^2 + 4 \cdot x = \left(x + \boxed{}\right)^2 - \boxed{}$

b) $x^2 - 8 \cdot x = (x - 4)^2 - \boxed{}$

e) $x^2 - 6 \cdot x = \left(x - \boxed{}\right)^2 - \boxed{}$

c) $x^2 + 5 \cdot x = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \boxed{}$

f) $x^2 - 7 \cdot x = \left(x - \boxed{}\right)^2 - \boxed{}$

Polynomform $\rightarrow$ Scheitelpunktform

Die **Polynomform** $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ einer quadratischen Funktion f kannst du immer mit den gleichen Schritten in die **Scheitelpunktform** $f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ umwandeln.

Führe die folgenden Schritte für die Funktion f mit $f(x) = 5 \cdot x^2 - 30 \cdot x + 3$ durch.

- i) Beim Term $a \cdot x^2 + b \cdot x$ den Koeffizienten a herausheben:

$$f(x) = \boxed{}$$

- ii) Den Term $x^2 + \frac{b}{a} \cdot x$ in der Klammer quadratisch ergänzen:

$$f(x) = \boxed{}$$

- iii) Die äußere Klammer ausmultiplizieren und vereinfachen:

$$f(x) = \boxed{}$$

Die quadratische Funktion $f(x) = 5 \cdot x^2 - 30 \cdot x + 3$ hat also den Scheitelpunkt $S = (\boxed{} | \boxed{})$.

Wurfparabel



Die Flugbahn eines Tennisballs wird durch den Graphen einer quadratischen Funktion h modelliert:

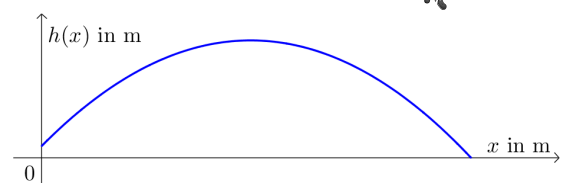
$$h(x) = -0,01 \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$x \dots$ horizontal zurückgelegte Wegstrecke in m

$h(x) \dots$ Höhe über dem Boden an der Stelle x in m

Der Tennisball wird 40 cm über dem Boden abgeschlagen und trifft in 20 m horizontaler Entfernung von der Abschlagstelle am Boden auf.

- 1) Ermittle die Koeffizienten b und c .
- 2) Berechne den höchsten Punkt der Flugbahn.





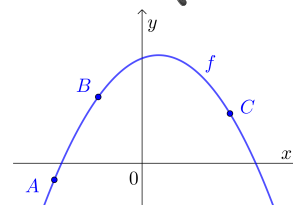
Der Graph der quadratischen Funktion f mit

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

enthält die Punkte $A = (-4 | -6)$, $B = (-2 | 24)$ und $C = (4 | 18)$.

Stelle ein **Gleichungssystem** zur Berechnung der Koeffizienten a , b und c auf.

Löse das Gleichungssystem und gib die Polynomform von f an.



Links, rechts, oben oder unten?



Wir können den Graphen jeder reellen Funktion f im Koordinatensystem beliebig verschieben:

$x \mapsto f(x) + d$ mit $d > 0$ verschiebt den Graphen von f um Einheiten nach _____.

$x \mapsto f(x) - d$ mit $d > 0$ verschiebt den Graphen von f um Einheiten nach _____.

$x \mapsto f(x + c)$ mit $c > 0$ verschiebt den Graphen von f um Einheiten nach _____.

$x \mapsto f(x - c)$ mit $c > 0$ verschiebt den Graphen von f um Einheiten nach _____.

Mehr dazu findest du auf dem [Arbeitsblatt – Verschiebung und Skalierung von Funktionsgraphen](#).

Scheitelpunktform grafisch erklärt



Der Scheitelpunkt der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ ist $(\text{ } | \text{ })$.

Der Graph von g entsteht durch Verschiebung des Graphen von f um x_S Einheiten nach rechts und um y_S Einheiten nach oben.

Der Scheitelpunkt von g ist dann also $S = (\text{ } | \text{ })$.

Für die Funktionsgleichung von g gilt:

$$g(x) = f(x - \text{ }) + \text{ } = a \cdot (x - \text{ })^2 + \text{ }$$

