

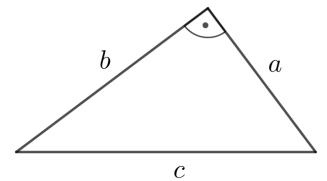
Wozu Termrechnung?



MmF

Vor mehr als 2000 Jahren schrieb **Euklid** sinngemäß:

„Am rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite den Quadraten über den den rechten Winkel umfassenden Seiten zusammen gleich.“



Mithilfe von Termen schreiben wir heutzutage kurz:



Kommutativgesetze



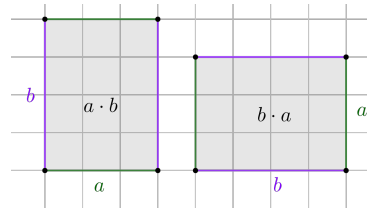
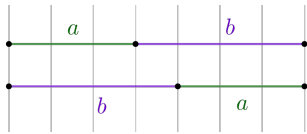
MmF

Für alle reellen Zahlen a , b und c gelten die **Kommutativgesetze**:

$$a + b = b + a$$

und

$$a \cdot b = b \cdot a$$



Assoziativgesetze



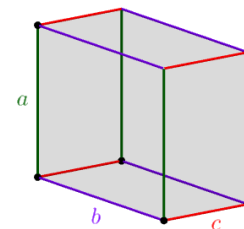
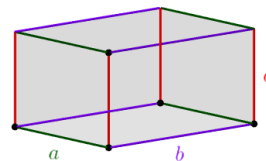
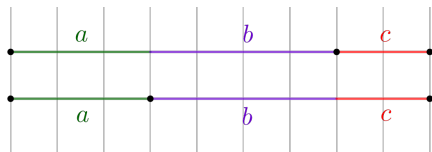
MmF

Für alle reellen Zahlen a und b gelten die **Assoziativgesetze**:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

und

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$



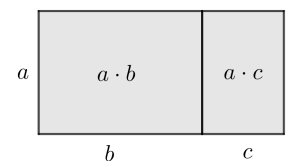
Distributivgesetz



MmF

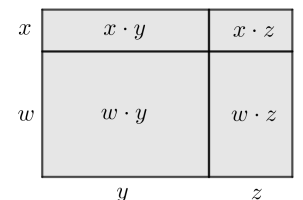
Für alle reellen Zahlen a , b und c gilt das **Distributivgesetz**:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$



Daraus folgt noch allgemeiner für alle reellen Zahlen w , x , y und z :

$$(w + x) \cdot (y + z) = w \cdot y + w \cdot z + x \cdot y + x \cdot z$$



Jeder Summand der ersten Klammer wird mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert.

Koeffizienten



MmF

Die Terme $42 \cdot x$ und $23 \cdot x$ sind – abgesehen von ihren **Koeffizienten** – gleich.

Wir können also ihre Summe bzw. Differenz mit dem Distributivgesetz berechnen:

$$42 \cdot x + 23 \cdot x = (42 + 23) \cdot x = 65 \cdot x \quad \text{bzw.} \quad 42 \cdot x - 23 \cdot x = (42 - 23) \cdot x = 19 \cdot x$$

Terme – Addition und Subtraktion



Vereinfache so weit wie möglich.

Alle Rechenregeln für **negative Zahlen** gelten auch beim Rechnen mit Termen.

a) $7 \cdot x - 5 \cdot y - 4 \cdot x \cdot y - 9 \cdot x + 2 \cdot y + 7 \cdot x \cdot y$

b) $(x - 4 \cdot y) + (2 \cdot y - 5 \cdot x) - (7 \cdot x + 3 \cdot y)$

c) $5 \cdot x - 2 \cdot x \cdot 3 \cdot y - y \cdot x + 7 \cdot x$

Ausmultiplizieren



Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(a + b) \cdot (a + b)$

b) $(a \cdot b) \cdot (a + b)$

c) $(a \cdot b) \cdot (a \cdot b)$

d) $2 \cdot (4 \cdot x - 3 \cdot y) + 3 \cdot x \cdot (y - 4)$

e) $(4 \cdot x - 2 \cdot y) \cdot (3 + x) - 5 \cdot (x + 3 \cdot y)$

f) $-3 \cdot (x - 2 \cdot y + 5) - (x + 2) \cdot (y - 3)$

Herausheben



Trage Terme so in die Kästchen ein, dass beide Seiten äquivalent sind.

a) $3 \cdot x^2 - x = x \cdot \left(\underbrace{\left(\boxed{} - \boxed{} \right)}_{= \left(\frac{3 \cdot x^2}{x} - \frac{x}{x} \right)} \right)$

b) $x^4 + x^3 - x^2 = x^2 \cdot \left(\boxed{} + \boxed{} - \boxed{} \right)$

c) $4 \cdot x^3 - 8 \cdot x^2 + 6 \cdot x = 2 \cdot x \cdot \left(\boxed{} - \boxed{} + \boxed{} \right)$



Kürze den Bruchterm so weit wie möglich.

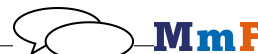
Alle Rechenregeln für **Brüche** gelten auch für Bruchterme.

a) $\frac{10 \cdot x^5 \cdot y^2 \cdot z^2}{4 \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot z}$

c) $\frac{3 \cdot (4 \cdot x - 2)^3}{(4 \cdot x - 2)^2 \cdot 9}$

b) $\frac{15 \cdot \ominus^2}{6 \cdot \ominus^5}$

d) $\frac{2 \cdot x^3 - 6 \cdot x^2}{6 \cdot x}$



Suche dir deine Lieblingszahl aus und führe die folgenden Rechenschritte durch.

Trage die Zwischenergebnisse in die Kästchen ein.



- | | |
|---------------------------------------|--|
| i) Addiere 2 zu deiner Lieblingszahl. | iv) Dividiere das Ergebnis durch 3. |
| ii) Multipliziere das Ergebnis mit 6. | v) Subtrahiere vom Ergebnis das Doppelte deiner Lieblingszahl. |
| iii) Subtrahiere 9 vom Ergebnis. | vi) Addiere 41 zum Ergebnis. |

Meine Lieblingszahl bei solchen Rätseln ist x . Führe die gleichen Rechenschritte wie vorher mit x durch. Vereinfache nach jedem Schritt so weit wie möglich. Zeige, dass das Ergebnis hier immer 42 ist.



Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und kürze so weit wie möglich.

a) $\frac{3 \cdot x}{4 \cdot y} \cdot (10 \cdot x \cdot y^2)$

b) $\frac{3 \cdot x}{4 \cdot y} : (10 \cdot x \cdot y^2)$

c) $(10 \cdot x \cdot y^2) : \frac{3 \cdot x}{4 \cdot y}$

d) $\frac{3 \cdot x \cdot y}{2} \cdot \frac{6 \cdot x}{y^2}$

e) $\frac{3 \cdot x \cdot y}{2} : \frac{6 \cdot x}{y^2}$

Versteckte Klammern



MmF

Sind die beiden Terme $3 \cdot \frac{x+1}{2}$ und $\frac{3 \cdot x + 1}{2}$ äquivalent?

Oder gibt es eine Zahl x , für die verschiedene Ergebnisse herauskommen?

Bei jedem Bruch sind Zähler und Nenner jeweils in Klammern gesetzt.

Wir müssen diese Klammern nicht anschreiben, aber dürfen nicht darauf vergessen:

$$3 \cdot \frac{x+1}{2} = 3 \cdot \frac{(x+1)}{2} = \frac{3 \cdot (x+1)}{2} = \frac{3 \cdot x + 3}{2}$$

Bruchterme – Addition und Subtraktion



MmF

Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{2}{x} - \frac{5}{x} + \frac{3}{x}$

b) $\frac{2 \cdot x - 3 \cdot y}{x \cdot y} - \frac{4 \cdot y + 2 \cdot x}{x \cdot y}$

c) $\frac{x+y}{x^2-1} - 2 \cdot \frac{x-y}{x^2-1}$

Bruchterme – Gemeinsamer Nenner



MmF

Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{x}$

b) $\frac{3}{x} - \frac{5}{y}$

c) $\frac{4}{x+1} - \frac{2}{x}$

d) $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$

e) $1 + \frac{1}{x^2-1}$

f) $\frac{3}{x \cdot (x-1)} - \frac{2}{x^2}$



Wir betrachten den Term

$$\frac{n^2 - 1}{n + 2} - \frac{n^3 + 1}{n^2 + 1}$$

Mathematischer Kontext: Existiert der Grenzwert $n \rightarrow \infty$?

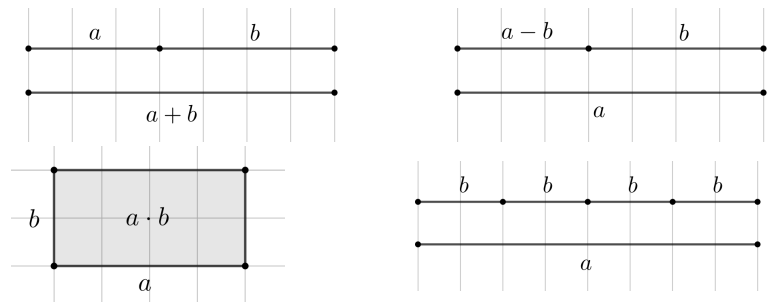
für alle natürlichen Zahlen n .

- 1) Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch.
- 2) Multipliziere danach Zähler und Nenner aus und vereinfache so weit wie möglich.

Rechnen mit Einheiten

Wenn die Größen a und b jeweils die Einheit Zentimeter (cm) haben, dann hat die Größe ...

- 1) $a + b$ die Einheit .
- 2) $a - b$ die Einheit .
- 3) $a \cdot b$ die Einheit .
- 4) $\frac{a}{b}$ die Einheit .



Rechnen mit Einheiten

Ermittle $[x]$, also die Einheit der Größe x .

Setze dazu die angegebenen Einheiten in die Formel ein, und vereinfache gegebenenfalls.

Alle in den Formeln vorkommenden Zahlen und die Konstante $\pi = 3,1415\dots$ haben jeweils *keine* Einheit.

- a) $x = \pi \cdot r^2$ mit $[r] = \text{m}$
- b) $x = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ mit $[a] = [b] = [c] = \text{cm}$
- c) $x = \rho \cdot V$ mit $[\rho] = \text{g/cm}^3$ und $[V] = \text{cm}^3$
- d) $x = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ mit $[v_1] = [v_2] = \text{m/s}$ und $[t_1] = [t_2] = \text{s}$
- e) $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$ mit $[a] = \text{m/s}^2$, $[v_0] = \text{m/s}$ und $[t] = \text{s}$