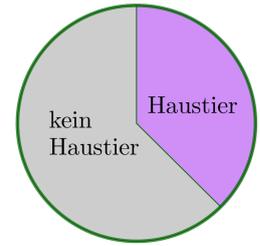


Relative Anteile – Bruchrechnung



- a) In einer Gruppe mit 120 Personen haben 45 Personen ein Haustier.
Gib den **relativen Anteil** der Personen mit Haustier als vollständig gekürzten **Bruch** an:

$$\frac{45}{120} = \frac{3}{8}$$



- b) Wie viele Personen sind $\frac{3}{8}$ von 120 Personen?

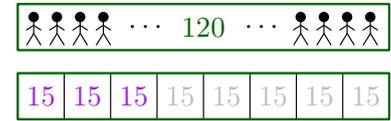
„Ein Achtel von 120 ist $\frac{120}{8} = 15$.“

Also sind drei Achtel von 120 gleich $3 \cdot 15 = 45$.“

Die Abkürzung der folgenden Rechnung merken wir uns:

$$\frac{3}{8} \text{ von } 120 = \frac{120}{8} \cdot 3 = \frac{120 \cdot 3}{8} = 120 \cdot \frac{3}{8} = 45$$

Bei solchen Berechnungen kann man also das Wort „von“ durch einen Malpunkt ersetzen.



Relative Anteile – Bruchrechnung



Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

- a) Vergrößere x auf $\frac{5}{4}$ von x .

$$x \cdot \frac{5}{4}$$

- c) Vergrößere x um $\frac{3}{5}$ von x .

$$x + x \cdot \frac{3}{5} = x \cdot \left(1 + \frac{3}{5}\right) = x \cdot \frac{8}{5}$$

- b) Verkleinere x auf $\frac{2}{3}$ von x .

$$x \cdot \frac{2}{3}$$

- d) Verkleinere x um $\frac{4}{7}$ von x .

$$x - x \cdot \frac{4}{7} = x \cdot \left(1 - \frac{4}{7}\right) = x \cdot \frac{3}{7}$$

Änderungsfaktoren – Bruchrechnung



Das rechts dargestellte Rechteck mit den Seitenlängen a und b hat den Flächeninhalt $A = a \cdot b$.

Nun bilden wir ein neues Rechteck:

Die beiden Seiten mit Länge a verlängern wir jeweils um $\frac{1}{3}$ von a .

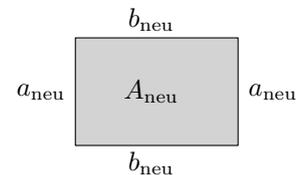
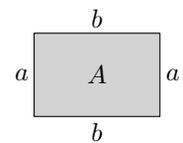
Die beiden Seiten mit Länge b verlängern wir jeweils um $\frac{1}{4}$ von b .

Trage unten Zahlen richtig in die Kästchen ein.

- 1) Für die neuen Seitenlängen a_{neu} und b_{neu} gilt: $a_{\text{neu}} = a \cdot \frac{4}{3}$ $b_{\text{neu}} = b \cdot \frac{5}{4}$

- 2) Für den neuen Flächeninhalt A_{neu} gilt: $A_{\text{neu}} = a_{\text{neu}} \cdot b_{\text{neu}} = \underbrace{a \cdot b}_{=A} \cdot \frac{5}{3}$

A_{neu} ist also größer als A , nämlich um $\frac{2}{3}$ von A .



Diesmal verlängern wir a um $\frac{1}{3}$ von a und verkürzen b um $\frac{1}{3}$ von b .

Bleibt der Flächeninhalt gleich? Hängt das davon ab, wie groß a und b sind?

$$A_{\text{neu}} = a_{\text{neu}} \cdot b_{\text{neu}} = \left(a \cdot \frac{4}{3}\right) \cdot \left(b \cdot \frac{2}{3}\right) = a \cdot b \cdot \frac{8}{9} = A \cdot \frac{8}{9}$$

A_{neu} ist also – unabhängig von a und b – kleiner als A , nämlich um $\frac{1}{9}$ von A .



Relative Anteile werden neben Brüchen auch in anderen Formen angegeben:

1 Prozent: $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$

1 Promille: $1\text{‰} = \frac{1}{1000} = 0,001$

1 part per million: $1\text{ ppm} = \frac{1}{1000000} = 0,000001$



- a) In einer Gruppe mit 150 Personen haben 63 Personen ein Haustier.
Gib den **relativen Anteil** der Personen mit Haustier in Prozent an:

$$\frac{63}{150} = 0,42 \cdot \underbrace{100\%}_{=1} = 42\%$$

- b) Wie viele Personen sind 42% von 150 Personen?

„Ein Prozent von 150 ist $\frac{150}{100} = 1,5$.

Also sind 42 Prozent von 150 gleich $42 \cdot 1,5 = 63$.“

$$\begin{array}{l} : 100 \left\{ \begin{array}{l} 100\% \dots\dots\dots 150 \text{ Personen} \\ 1\% \dots\dots\dots 1,5 \text{ Personen} \end{array} \right\} : 100 \\ \cdot 42 \left\{ \begin{array}{l} 1\% \dots\dots\dots 1,5 \text{ Personen} \\ 42\% \dots\dots\dots 63 \text{ Personen} \end{array} \right\} \cdot 42 \end{array}$$

Die Abkürzung der folgenden Rechnung merken wir uns:

$$42\% \text{ von } 150 = \frac{150}{100} \cdot 42 = \frac{150 \cdot 42}{100} = 150 \cdot \frac{42}{100} = 150 \cdot \underbrace{0,42}_{=42\%} = 63$$

Bei solchen Berechnungen kann man also das Wort „von“ wieder durch einen Malpunkt ersetzen.



Trage jeweils Dezimalzahlen richtig in die Kästchen ein.

- a) Berechne 87% von x .

$x \cdot 0,87$

- b) Berechne 0,5‰ von x .

$x \cdot 0,0005$

- c) Berechne 230 ppm von x .

$x \cdot 0,00023$



Trage jeweils Dezimalzahlen richtig in die Kästchen ein.

- a) Vergrößere x auf 135% von x .

$x \cdot 1,35$

- c) Vergrößere x um 17% von x .

$x + x \cdot 0,17 = x \cdot (1 + 0,17) = x \cdot 1,17$

- b) Verkleinere x auf 70% von x .

$x \cdot 0,7$

- d) Verkleinere x um 32% von x .

$x - x \cdot 0,32 = x \cdot (1 - 0,32) = x \cdot 0,68$



Ein Pullover kostet €49. Berechne den neuen Preis des Pullovers, wenn ...

- a) ... sein Preis um 12% erhöht wird.

$€49 \cdot 1,12 = €54,88$

- b) ... sein Preis um 12% verringert wird.

$€49 \cdot 0,88 = €43,12$

Grundwert gesucht



Nach einer Preisänderung kostet ein Pullover €49. Berechne den Preis P vor der Änderung, wenn ...

- a) ... sein Preis um 12% erhöht wurde. b) ... sein Preis um 12% verringert wurde.

$$P \cdot 1,12 = €49$$

$$\Rightarrow P = \frac{€49}{1,12} = €43,75$$

$$P \cdot 0,88 = €49$$

$$\Rightarrow P = \frac{€49}{0,88} \approx €55,68$$



Martin versucht a) anders zu lösen und meint:

„Ich mache die Preisänderung rückgängig, indem ich vom neuen Preis die 12% wieder abziehe.“

Er rechnet: $P = €49 \cdot 0,88 = €43,12$

Erkläre, warum Martins Rechenweg *falsch* ist.

Es sind 12% vom alten Preis *nicht* gleich viel wie 12% vom neuen Preis.

Prozentsatz gesucht



- a) Der Preis eines Pullovers wird von €40 auf €50 erhöht.
Um wie viel Prozent ist der neue Preis höher als der alte Preis?

$$\text{Lösungsweg 1: } \frac{50}{40} = 1,25 \Rightarrow 50 = 40 \cdot \underbrace{1,25}_{=125\%}$$

Der neue Preis €50 ist also *um 25%* höher als der alte Preis €40.

$$\text{Lösungsweg 2: } \frac{50 - 40}{40} = \frac{50}{40} - \frac{40}{40} = \frac{50}{40} - 1 = 0,25 = 25\%$$

Die Zwischenschritte sind nicht notwendig, aber sie zeigen, warum die beiden Lösungswege das gleiche Ergebnis liefern.

Der neue Preis €50 ist also *um 25%* höher als der alte Preis €40.

- b) Der Preis eines Pullovers wird von €50 auf €40 verkleinert.
Um wie viel Prozent ist der neue Preis niedriger als der alte Preis?

$$\text{Lösungsweg 1: } \frac{40}{50} = 0,8 \Rightarrow 40 = 50 \cdot \underbrace{0,8}_{=80\%}$$

$$\text{Lösungsweg 2: } \frac{40 - 50}{50} = -0,2$$

Der neue Preis €40 ist also *um 20%* niedriger als der alte Preis €50.

+15% / -15%



Der Preis eines Pullovers wird zuerst um 15% erhöht.

Der neue Preis wird eine Woche später um 15% verringert.

Ist der Preis nach diesen beiden Veränderungen wieder gleich hoch wie zu Beginn?

Falls nein, um wie viel Prozent ist der aktuelle Preis höher oder niedriger als zu Beginn?

$$P_{\text{neu}} = (P \cdot 1,15) \cdot 0,85 = P \cdot \underbrace{0,9775}_{=97,75\%}$$

Der neue Preis ist um $100\% - 97,75\% = 2,25\%$ niedriger als zu Beginn.

Der gleiche Pullover wird in zwei Geschäften angeboten:

- Im 1. Geschäft kostet der Pullover $P \text{ €}$ mit $P > 0$.
- Im 2. Geschäft kostet der Pullover um 20% mehr als im 1. Geschäft, aber du bekommst 17% Rabatt.

- a) In welchem Geschäft ist der Pullover für dich günstiger? Begründe deine Antwort.
- b) Wieviel Prozent Rabatt muss das 2. Geschäft geben, damit du in beiden Geschäften gleich viel für den Pullover bezahlst?

$$\text{a) } P \cdot 1,2 \cdot 0,83 = \underbrace{P \cdot 0,996}_{99,6\% \text{ von } P}$$

Im 2. Geschäft ist der Pullover um 0,4% günstiger als im 1. Geschäft.

$$\text{b) } P \cdot 1,2 \cdot a = P \iff 1,2 \cdot a = 1 \iff a = \frac{1}{1,2} = \frac{5}{6} = 0,833\dots$$

Das 2. Geschäft muss 16,66...% Rabatt geben.

Der rechts dargestellte Kreis mit Radius r hat den Flächeninhalt $A = \pi \cdot r^2$.

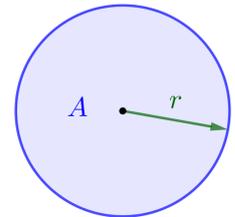
Sein Radius wird um 30% vergrößert.

Um wie viel Prozent wird der Flächeninhalt größer?

Trage unten Zahlen richtig in die Kästchen ein.

- 1) Für den neuen Radius r_{neu} gilt: $r_{\text{neu}} = r \cdot 1,3$
- 2) Für den neuen Flächeninhalt A_{neu} gilt: $A_{\text{neu}} = \pi \cdot r_{\text{neu}}^2 = \pi \cdot (r \cdot 1,3)^2 = \underbrace{\pi \cdot r^2}_{=A} \cdot 1,69$

Der neue Flächeninhalt ist also um 69% größer als A .



Die rechts dargestellte Kugel mit Radius r hat das Volumen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Ihr Radius wird um 30% vergrößert.

Um wie viel Prozent wird das Volumen größer?

- 1) Für den neuen Radius r_{neu} gilt: $r_{\text{neu}} = r \cdot 1,3$
- 2) Für das neue Volumen V_{neu} gilt: $V_{\text{neu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{neu}}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r \cdot 1,3)^3 = \underbrace{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}_{=V} \cdot 2,197$

Das neue Volumen ist also um 119,7% größer als V .

