

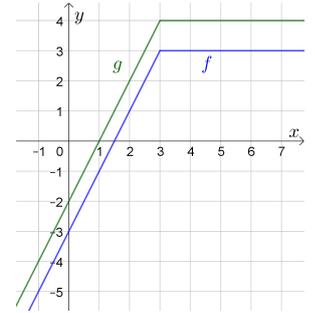
Vertikale Verschiebung 

Rechts sind die Graphen der Funktionen f und g dargestellt.

- a) Der Funktionsgraph von g entsteht durch Verschiebung des Funktionsgraphen von f um 1 Einheit nach oben.

An jeder Stelle x gilt also: $g(x) = f(x)$

- b) Zeichne rechts den Graphen der Funktion h mit $h(x) = f(x) - 2$ ein.



Horizontale Verschiebung 

Die Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = x^2$ und $g(x) = (x + 2)^2$ sind dargestellt.

Fülle die Wertetabellen rechts aus.

Was fällt dir auf?

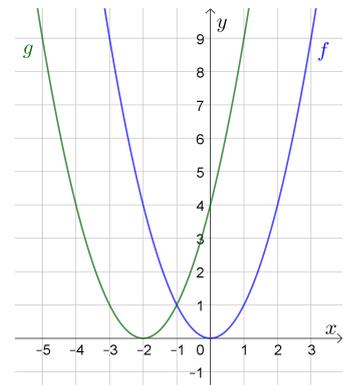
Es gilt: $g(x) = f(\text{ })$

Allgemein bedeutet das:

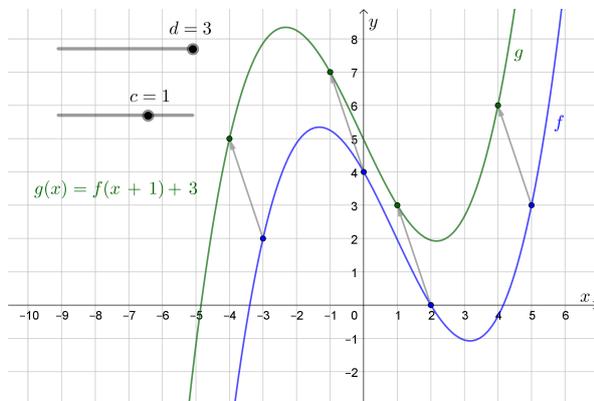
Der Graph von g durch Verschiebung des Graphen von f um 2 Einheiten nach links.

x	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

x	$g(x)$
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	



Vertikale & Horizontale Verschiebung 



$x \mapsto f(x) + d$ mit $d > 0$ verschiebt den Graphen von f um d Einheiten nach **oben**.

$x \mapsto f(x) - d$ mit $d > 0$ verschiebt den Graphen von f um d Einheiten nach **unten**.

$x \mapsto f(x + c)$ mit $c > 0$ verschiebt den Graphen von f um c Einheiten nach **links**.

$x \mapsto f(x - c)$ mit $c > 0$ verschiebt den Graphen von f um c Einheiten nach **rechts**.

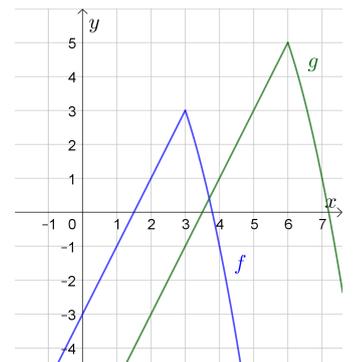
Vertikale & Horizontale Verschiebung 

Rechts sind die Graphen der Funktionen f und g dargestellt.

- a) Der Funktionsgraph von g entsteht durch Verschiebung des Funktionsgraphen von f um 3 Einheiten nach rechts und um 2 Einheiten nach oben.

An jeder Stelle x gilt also: $g(x) = f(\text{ })$

- b) Zeichne rechts den Graphen der Funktion h mit $h(x) = f(x + 2) - 1$ ein.

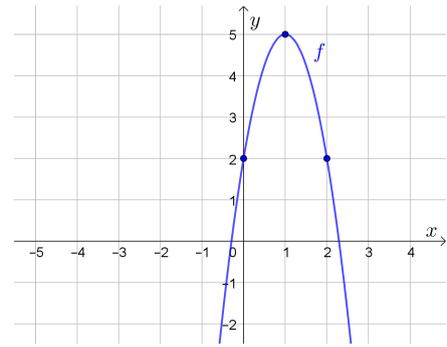


Verschiebung quadratischer Funktionen



Für die quadratische Funktion f gilt: $f(x) = -3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 2$

Der Graph der quadratischen Funktion g entsteht durch Verschiebung des Graphen von f um 4 Einheiten nach links und um 3 Einheiten nach unten.



- a) Skizziere rechts den Funktionsgraphen von g .
- b) Ermittle die Polynomform von g , das heißt:
Berechne a , b und c so, dass $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ gilt.

Vertikale Skalierung



Rechts unten sind die Graphen der Funktionen f und g dargestellt.

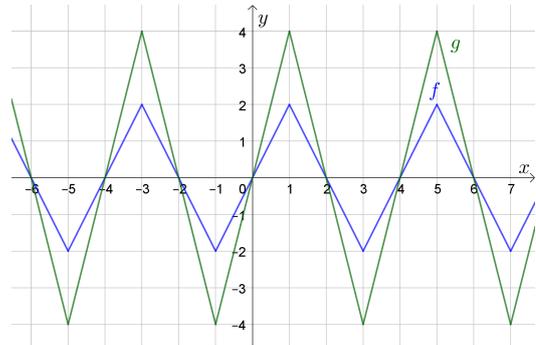
- a) An jeder Stelle ist der Funktionswert von g doppelt so groß wie der Funktionswert von f .

Es gilt also: $g(x) =$

- b) An jeder Stelle ist der Funktionswert von h halb so groß wie der Funktionswert von f .

Es gilt also: $h(x) =$

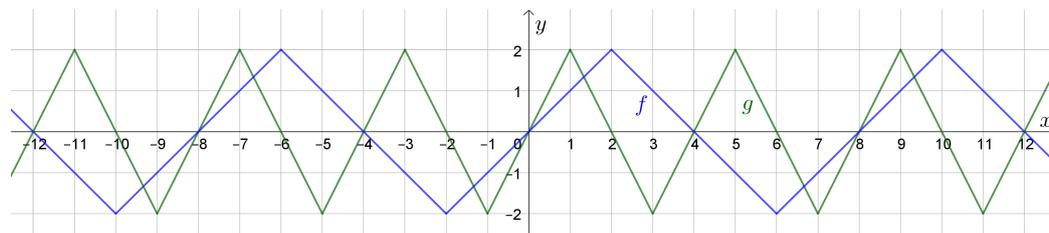
Zeichne rechts den Graphen von h ein.



Horizontale Skalierung



Unten sind die Graphen der Funktionen f und g dargestellt.



- a) Der Graph der Funktion g entsteht durch *Stauchung* des Graphen von f in horizontaler Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$. Das bedeutet zum Beispiel:

Der Punkt $(4 | 0)$ am Graphen von f entspricht dem Punkt $(2 | 0)$ am Graphen von g . $4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

Der **Hochpunkt** $(2 | 2)$ von f entspricht dem Hochpunkt $(1 | 2)$ von g . $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

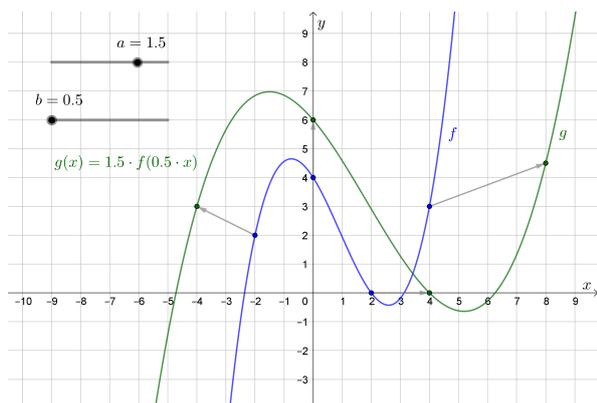
Der **Tiefpunkt** $(-10 | -2)$ von f entspricht dem Tiefpunkt $(-5 | -2)$ von g . $-10 \cdot \frac{1}{2} = -5$

Allgemein gilt: $f(\odot) = g\left(\frac{\odot}{2}\right)$ bzw. $g(x) = f(2 \cdot x)$

- b) Der Graph der Funktion h entsteht durch *Streckung* des Graphen von f in horizontaler Richtung mit dem Faktor 2. An jeder Stelle x gilt also: $h(x) = f\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$

Zeichne oben den Graphen der Funktion h ein.

Vertikale & Horizontale Skalierung 



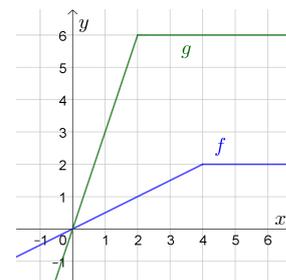
$x \mapsto a \cdot f(x)$ mit $a > 1$ **streckt** den Graphen von f in **vertikaler** Richtung mit dem Faktor a .
 $x \mapsto a \cdot f(x)$ mit $0 < a < 1$ **staucht** den Graphen von f in **vertikaler** Richtung mit dem Faktor a .
 $x \mapsto f(b \cdot x)$ mit $b > 1$ **staucht** den Graphen von f in **horizontaler** Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{b}$.
 $x \mapsto f(b \cdot x)$ mit $0 < b < 1$ **streckt** den Graphen von f in **horizontaler** Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{b}$.

Vertikale & Horizontale Skalierung 

a) Der Graph der Funktion g entsteht durch Skalierung des Graphen der Funktion f in horizontaler Richtung und in vertikaler Richtung:

$$g(x) = a \cdot f(b \cdot x)$$

Ermittle die Parameterwerte aus der Grafik: $a = \boxed{}$ $b = \boxed{}$



b) Zeichne den Graphen der Funktion h mit $h(x) = 2 \cdot f(4 \cdot x)$ ein.

Verschiebungen & Skalierungen 

Die Funktion $x \mapsto 2 \cdot \sin(4 \cdot x - 3) + 5$ entsteht schrittweise aus der Funktion $x \mapsto \sin(x)$.
 Entscheide in jedem Schritt, ob eine Verschiebung oder eine Skalierung durchgeführt wird:

Verschiebung				um ... Einheiten	$\sin(x)$ \curvearrowright $2 \cdot \sin(x)$ \curvearrowright $2 \cdot \sin(x) + 5$ \curvearrowright $2 \cdot \sin(x - 3) + 5$ \curvearrowright $2 \cdot \sin(4 \cdot x - 3) + 5$	Skalierung		mit dem Faktor ...
\leftarrow	\rightarrow	\uparrow	\downarrow			\leftrightarrow	\updownarrow	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		

Verschiebungen & Skalierungen 

Die Funktion f_1 mit $f_1(x) = x \cdot e^{-2 \cdot x}$ wird schrittweise verschoben und skaliert.
 Trage nach jedem Schritt einen Term der neuen Funktion in das Kästchen ein.

i) Der Graph von f_1 wird um 7 Einheiten nach links verschoben:

$$f_2(x) = \boxed{\phantom{x \cdot e^{-2 \cdot x}}}$$

ii) Der Graph von f_2 wird mit dem Faktor 6 in vertikaler Richtung gestreckt:

$$f_3(x) = \boxed{\phantom{x \cdot e^{-2 \cdot x}}}$$

iii) Der Graph von f_3 wird mit dem Faktor 2 in horizontaler Richtung gestreckt:

$$f_4(x) = \boxed{\phantom{x \cdot e^{-2 \cdot x}}}$$

Auf die Reihenfolge kommt es an.



Wenn wir in dieselbe Richtung verschieben *und* skalieren, dann kommt es auf die Reihenfolge an.

Zum Beispiel: $f_1(x) = x$

a) Der Graph von f_1 wird zuerst mit dem Faktor 3 in vertikaler Richtung gestreckt:

$$f_2(x) = \boxed{}$$

Danach wird der Graph von f_2 um 2 Einheiten nach oben verschoben:

$$f_3(x) = \boxed{}$$

b) Diesmal wird der Graph von f_1 zuerst um 2 Einheiten nach oben verschoben:

$$f_2(x) = \boxed{}$$

Danach wird der Graph von f_2 mit dem Faktor 3 in vertikaler Richtung gestreckt:

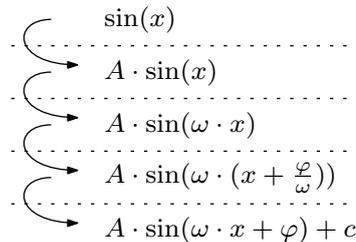
$$f_3(x) = \boxed{}$$

Allgemeine Sinusfunktion

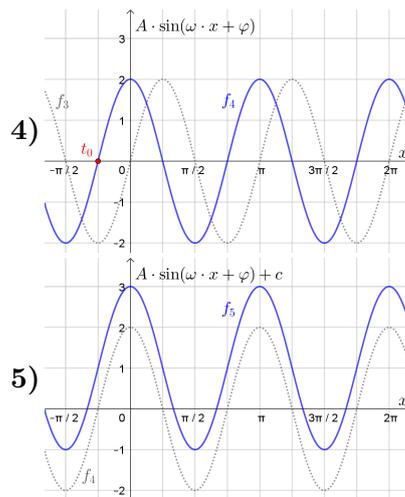
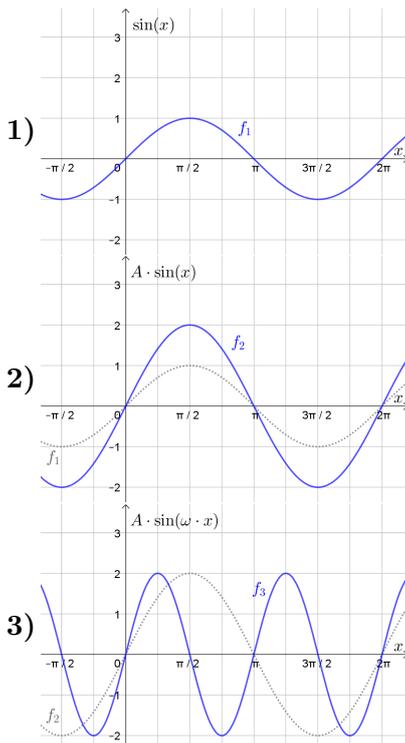


Die Funktion $x \mapsto A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + c$ entsteht schrittweise aus der Funktion $x \mapsto \sin(x)$.

		Verschiebung				
		←	→	↑	↓	um ... Einheiten
$A > 0$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$\omega > 0$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$\varphi > 0$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$c > 0$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



		Skalierung		
		↔	↕	mit dem Faktor ...
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



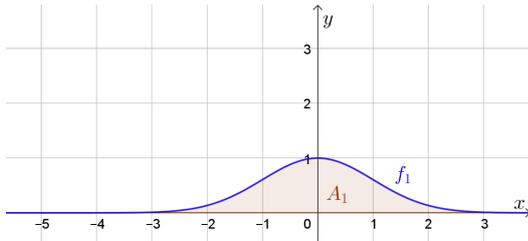
$$f_1(x) = \sin(x)$$

$$f_2(x) = \boxed{}$$

$$f_4(x) = \boxed{}$$

$$f_3(x) = \boxed{}$$

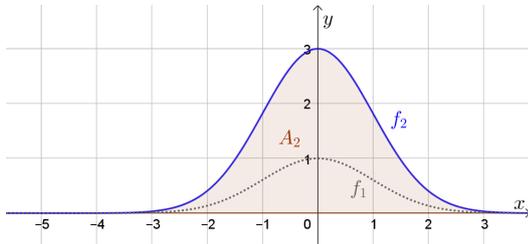
$$f_5(x) = \boxed{}$$



Links ist der Graph der Funktion f_1 mit

$$f_1(x) = e^{-\frac{1}{2} \cdot x^2}$$

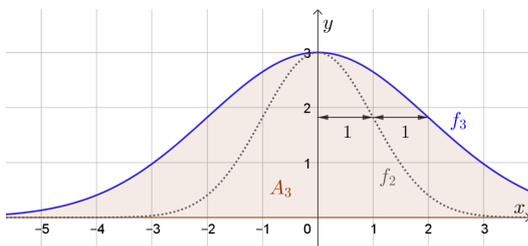
dargestellt. Man kann zeigen, dass er mit der x -Achse eine Fläche mit dem Inhalt $A_1 = \sqrt{2 \cdot \pi}$ einschließt.



Der Graph von f_2 entsteht durch Skalierung des Graphen von f_1 in vertikaler Richtung. Es gilt:

$$f_2(x) = \text{[]}$$

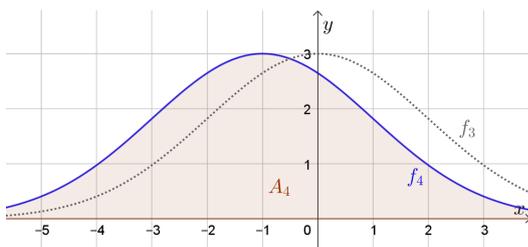
$$\Rightarrow A_2 = \text{[]}$$



Der Graph von f_3 entsteht durch Skalierung des Graphen von f_2 in horizontaler Richtung. Es gilt:

$$f_3(x) = \text{[]}$$

$$\Rightarrow A_3 = \text{[]}$$



Der Graph von f_4 entsteht durch Verschiebung des Graphen von f_3 in horizontaler Richtung. Es gilt:

$$f_4(x) = \text{[]}$$

$$\Rightarrow A_4 = \text{[]}$$

Die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\sigma > 0)$$

ist eine wichtige Funktion in der **Wahrscheinlichkeitsrechnung**.

Beschreibe, wie du ihren Graphen aus dem Graphen von $f_1(x) = e^{-\frac{1}{2} \cdot x^2}$ schrittweise erhalten kannst. Welchen Flächeninhalt schließt der Graph von f also mit der x -Achse ein?

