**Zehnerpotenzen**

Statt $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ schreiben wir kürzer $10^7$.

Allgemein schreiben wir: $10^n = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10}_{n \text{ Faktoren}} \quad (n \in \mathbb{N}^+)$

Die Zahl 10 heißt **Basis** der **Zehnerpotenz $10^n$**. Die Zahl $n$ heißt **Exponent**.

**Rechenregeln für Zehnerpotenzen**

Trage jeweils den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

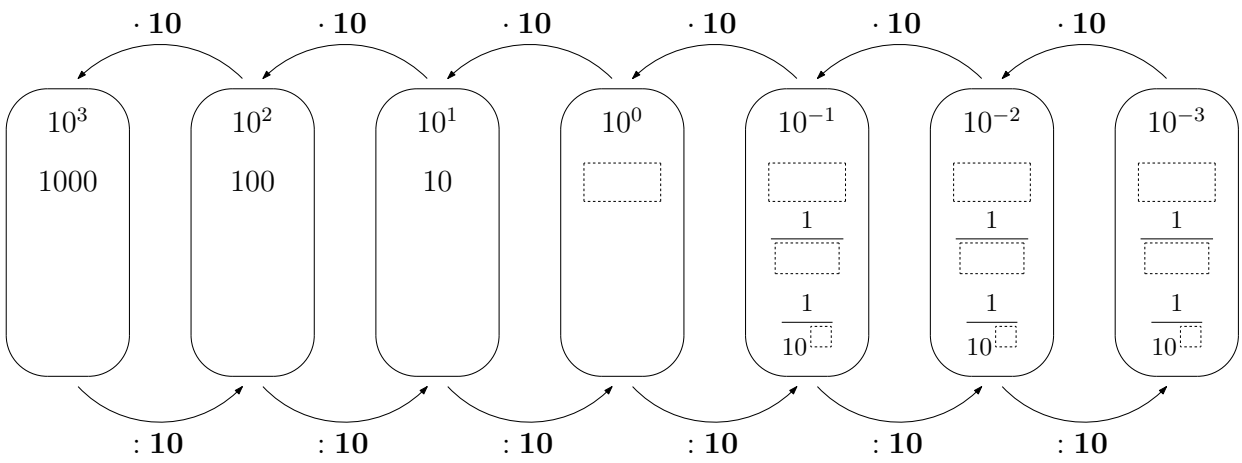
**1)** $10^3 \cdot 10^2 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10) = 10^{\square}$ — Allgemein gilt: $\mathbf{10^x \cdot 10^y = 10^{x+y}}$

**2)** $\dfrac{10^7}{10^3} = \dfrac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 10^{\square}$ — Allgemein gilt: $\mathbf{\dfrac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}}$

**3)** $(10^2)^3 = 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 10^{\square}$ — Allgemein gilt: $\mathbf{(10^x)^y = 10^{x \cdot y}}$

**Zehnerpotenzen mit ganzzahligen Exponenten**

Welche Zahlen sind $10^0$, $10^{-1}$, $10^{-2}$, $10^{-3}$, …? Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.




Merke: **i)** $10^n = 1\underbrace{0 \cdots 0}_{n \text{ 0er}}$ **ii)** $10^0 = 1$ **iii)** $10^{-n} = \underbrace{0,0 \cdots 0}_{n \text{ 0er}}1 = \dfrac{1}{10^n} \quad (n \in \mathbb{N})$

Damit gelten alle Rechenregeln für Zehnerpotenzen auch mit ganzzahligen Exponenten.

**Zehnerpotenzen mit ganzzahligen Exponenten**

Ordne die Zahlen der Größe nach: $0$, $10^2$, $10^{-2}$, $-10^2$, $-10^{-2}$, $10^3$, $10^{-3}$, $-10^3$, $-10^{-3}$

$\square < \square < \square < \square < \square < \square < \square < \square < \square$

**Rechenregeln für Zehnerpotenzen**

Schreibe das Ergebnis als Zehnerpotenz an.

**a)** $\dfrac{10^4 \cdot 10^2}{10^3} = \square$

**b)** $\dfrac{10^{-2} \cdot 10^5}{10^{-4}} = \square$

**c)** $\left(10^{-3}\right)^2 \cdot 10^0 = \square$

**d)** $10 \cdot \left(10^{-2}\right)^{-4} = \square$

**Dezimalsystem**

Im **Dezimalsystem** entspricht jeder Stelle eine Zehnerpotenz.
Zum Beispiel gilt für die **Dezimalzahl** 4287,023:

| $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 8 | 7 , | 0 | 2 | 3 |

$$4287{,}023 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 0 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}001 =$$
$$= 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$$

**Dezimalsystem**

Stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

**a)** $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = \square$

**b)** $1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-2} = \square$

**Multiplikation mit Zehnerpotenzen**

Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein, und stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

$$4287{,}023 \cdot 10^2 = (4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^2 =$$
$$= 4 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} + 8 \cdot 10^{\square} + 7 \cdot 10^{\square} + 0 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} + 3 \cdot 10^{\square} =$$
$$= \square$$

Merke: Eine Multiplikation mit $10^n$ verschiebt das Komma um $n$ Stellen nach *rechts* ($n \in \mathbb{N}$).

$$4287{,}023 \cdot 10^{-2} = (4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-2} =$$
$$= 4 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} + 8 \cdot 10^{\square} + 7 \cdot 10^{\square} + 0 \cdot 10^{\square} + 2 \cdot 10^{\square} + 3 \cdot 10^{\square} =$$
$$= \square$$

Merke: Eine Multiplikation mit $10^{-n}$ verschiebt das Komma um $n$ Stellen nach *links* ($n \in \mathbb{N}$).

**Multiplikation mit Zehnerpotenzen**

Stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

**a)** $4{,}2 \cdot 10^4 = \square$ **b)** $10{,}3 \cdot 10^{-5} = \square$ **c)** $-10{,}8 \cdot 10^3 = \square$

**Besondere Zehnerpotenzen**

Trage die richtigen Exponenten in die Kästchen ein.

1 Million $= 1\,000\,000 = 10^{\square}$

1 Milliarde $= 1\,000\,000\,000 = 10^{\square}$

1 Prozent $= 1\,\% = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{\square}$

1 Promille $= 1\,‰ = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{\square}$

1 part per million $=$ 1 ppm $= \frac{1}{1\,000\,000} = \frac{1}{10^6} = 10^{\square}$

**Besondere Zehnerpotenzen**

Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein, und stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

**a)** 0,08 Millionen $= 0{,}08 \cdot 10^{\square} = \square$

**b)** $42\,\% = 42 \cdot 10^{\square} = \square$

**c)** $0{,}2\,‰ = 0{,}2 \cdot 10^{\square} = \square$

**d)** 5000 ppm $= 5000 \cdot 10^{\square} = \square$

**Astronomische Einheit**

Die mittlere Entfernung zwischen Erde und Sonne beträgt rund 149 597 870 700 m.
Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$149\,597\,870\,700\,\text{m} = 1{,}495\,978\,707 \cdot 10^{\square}\,\text{m}$$

Gib die Zahl 149 597 870 700 in deinen Taschenrechner ein, drücke die Taste $\boxed{=}$ und vergleiche.

**Gleitkommadarstellungen**

Trage jeweils den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$8315 = 8315 \cdot 10^{\square} = 831{,}5 \cdot 10^{\square} = 83{,}15 \cdot 10^{\square} = 8{,}135 \cdot 10^{\square} = 0{,}8135 \cdot 10^{\square}$$

Das Komma „gleitet“ beim Multiplizieren mit Zehnerpotenzen zwischen den Stellen.
Wir sprechen deshalb auch von **Gleitkommadarstellungen** der Zahl 8315.

Der Taschenrechner verwendet die Gleitkommadarstellung $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ mit $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.
Es ist also genau eine Ziffer links vom Komma. Diese Ziffer ist $\neq 0$. Zum Beispiel: $149\,597\,870\,700 = 1{,}495\ldots \cdot 10^{11}$

**Rechnen mit Gleitkommadarstellungen**

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Trage dazu die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.

**a)** $50\,000 \cdot 0{,}03 = 5 \cdot 10^{\square} \cdot 3 \cdot 10^{\square} = 15 \cdot 10^{\square} = \square$

**b)** $0{,}001^4 = \left(10^{\square}\right)^4 = 10^{\square}$

**c)** $\dfrac{0{,}014 \cdot 30}{0{,}07} = \dfrac{14 \cdot 10^{\square} \cdot 3 \cdot 10^{\square}}{7 \cdot 10^{\square}} = \square \cdot 10^{\square} = \square$

**$42^{42}$**

Berechne mit dem Taschenrechner: $42^{42} = \underbrace{42 \cdot 42 \cdot \ldots \cdot 42}_{42 \text{ Faktoren}} = \square$

Die Zahl ist so groß, dass der Taschenrechner nur ein gerundetes Ergebnis angeben kann.
Wie viele Stellen hat das exakte Ergebnis?

**Überschlagsrechnung**

Trage ohne Taschenrechner die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.

Für die Anzahl an Sekunden pro Jahr gilt: $1\,\text{Jahr} = \underbrace{365}_{\approx 4\cdot 10^2} \cdot \underbrace{24}_{\approx 2\cdot 10^1} \cdot \underbrace{60 \cdot 60}_{\approx 4\cdot 10^3}\,\text{s} \approx 3 \cdot 10^{\square}\,\text{s}$

Die Sonne verliert pro Sekunde durch Energieabstrahlung rund 4 Millionen Tonnen an Masse, also:

$$4 \cdot 10^{\square}\,\frac{\text{t}}{\text{s}} = 4 \cdot 10^{\square}\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{\square}\,\frac{\text{kg}}{\text{Jahr}}$$

In den nächsten 5 Milliarden Jahren verliert die Sonne durch Energieabstrahlung also rund

$$6 \cdot 10^{\square}\,\text{kg}$$

an Masse. Ihre derzeitige Masse beträgt übrigens rund $2 \cdot 10^{30}$ kg, also mehr als das 1000-fache dieses Masseverlusts.

Dieses Werk des Projekts MmF unterliegt einer CC BY-NC-ND 4.0 Lizenz.
https://mmf.univie.ac.at