SO VIEL RECHNEN MUSS SEIN – 7. SCHULSTUFE (AHS)

Inhaltsverzeichnis

Datum: 12. Januar 2023.

So viel Rechnen muss sein – Konzeptideen

- Der Titel „So viel Rechnen muss sein“ dieser Aufgabensammlung ist eine Hommage an die Publikation „So viel Mathe muss sein!“ unserer Kolleg*innen der AG cosh aus Baden-Württemberg.
  Tatsächlich enthält diese Sammlung auch Aufgaben mit anderen Handlungsdimensionen als Rechnen.

- Die Aufgaben dieser Sammlung haben eine wesentliche Gemeinsamkeit:
  Sie können und sollen nur mit Stift, Papier und Geodreieck gelöst werden.

- Die Ausnahme von dieser Regel bilden jene Aufgaben, die gesondert mit dem Taschenrechnersymbol gekennzeichnet sind. Bei diesen Aufgaben soll der Taschenrechner auch numerische Auswertungen ermöglichen.

- Diese Sammlung enthält auch Aufgaben, die mit einem ☆ markiert sind.
  Diese Aufgaben sind anspruchsvoller und gehen über das Basisniveau hinaus.

- Wir bedanken uns bei den vielen Kolleg*innen, die mit ihren Rückmeldungen zur Weiterentwicklung von „So viel Rechnen muss sein“ beigetragen haben. Die vorliegende Aufgabensammlung ist kein abgeschlossenes Werk. Sie durchläuft weiterhin einen Feedbackprozess und wird in Schritten adaptiert und verbessert.

1. Einführung negativer Bruchzahlen

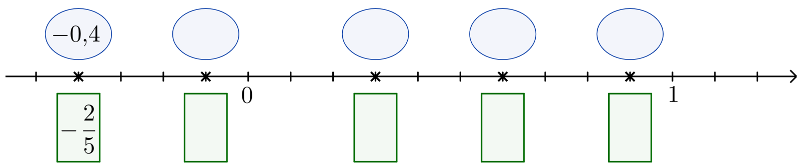
Einführung negativer Bruchzahlen ✓ MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

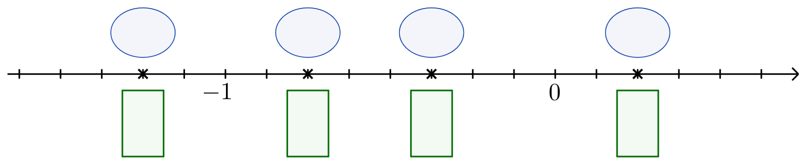
- Beschreiben von Zuständen (z. B. Temperatur, Kontostand) und von Zustandsänderungen; Darstellen dieser Zustände als Punkte und dieser Zustandsänderungen durch Pfeile auf der Zahlengeraden
- Unterscheiden verschiedener Bedeutungen des Minuszeichens: als Rechenzeichen, als Vorzeichen, als Zeichen für das Übergehen zur Gegenzahl
- Veranschaulichen des Addierens, des Subtrahierens und, in einfachen Fällen, des Multiplizierens auf der Zahlengeraden
- Kennen und Anwenden des Betrages einer Zahl

1.1. Gib die gekennzeichneten Zahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise an.

a)



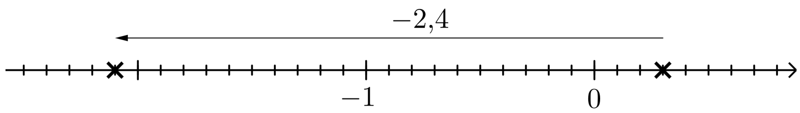
b)



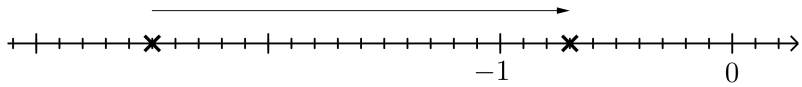
MmF

1.2. Welche Addition ist jeweils dargestellt? Schreibe die Summanden und die Summe einmal in Bruch- und einmal in Dezimalschreibweise an.

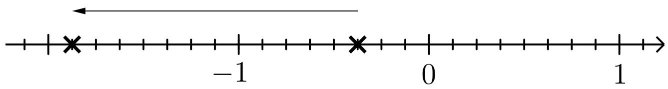
a)



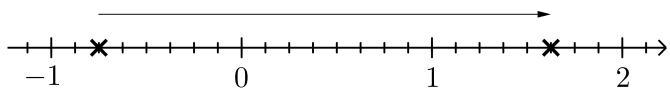
b)



c)



d)



MmF

1.3. Die in Aufgabe 1.2 dargestellten Additionen können auch als Subtraktionen gelesen werden. Gib jeweils eine passende Subtraktion an. MmF

1.4. Temperaturen können in °C gemessen werden.

a) Am 1. September hatte es in der Früh −2 °C.
Am nächsten Tag war es noch ein halbes Grad kälter, das sind dann nur mehr $\boxed{}$ °C.

b) Zu Mittag hatte es 11 °C. Bis Mitternacht kühlte es um $13\frac{1}{2}$ °C ab. Um Mitternacht hatte es dann $\boxed{}$ °C.

c) Die Frühtemperatur beträgt −2 °C, tagsüber steigt die Temperatur auf $12\frac{1}{2}$ °C. Wie groß ist der Temperaturunterschied? MmF

1.5. Setze das korrekte Zeichen $<$ oder $>$ oder $=$ ein:

a) $-\frac{5}{4}\ \square\ -1{,}15$ **b)** $-\frac{3}{4}\ \square\ -\frac{4}{3}$ **c)** $-0{,}\overline{6}\ \square\ -\frac{2}{3}$ **d)** $-\frac{1}{2}\ \square\ 0$

e) $-\frac{5}{2}\ \square\ -2$ **f)** $-1{,}25\ \square\ -\frac{5}{4}$ **g)** $-0{,}\overline{9}\ \square\ -1$ **h)** $-0{,}75\ \square\ -\frac{3}{5}$

1.6. Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$-2 \qquad -\frac{3}{4} \qquad -1\frac{1}{8} \qquad -0{,}5 \qquad \frac{1}{10} \qquad -3\frac{1}{2}$

1.7. Eric und Vea sollen im Mathematikunterricht Lösungen für die Ungleichung $-x > 0$ ermitteln.

Eric behauptet, die Ungleichung habe keine Lösung, weil eine negative Zahl nicht größer als 0 sein kann. Vea dagegen ist sicher, dass Eric einen Denkfehler begangen hat und die Ungleichung sogar unendlich viele Lösungen hat.

Erkläre, worin Erics Fehler besteht und begründe, dass die Ungleichung $-x > 0$ tatsächlich Lösungen besitzt.

1.8. Berechne die angegebenen Beträge und Ausdrücke mit Beträgen.

a) $\left|+\frac{4}{7}\right| =$ **b)** $|-1{,}27| =$ **c)** $\left|\frac{3}{5}-1\right| =$ **d)** $\left|-\frac{3}{5}-1\right| =$ **e)** $\left|-\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right| =$ **f)** $\left|-\frac{3}{4}\right| - \left|-\frac{5}{8}\right| =$

1.9. Gib die Menge aller Zahlen an, die die angegebene Bedingung für x erfüllen.

a) $|x| = 4{,}7$ **b)** $|x| = -2{,}5$ **c)** $|x| = \frac{3}{4}$ **d)** $|x| - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$ **e)** ☆ $|x-2| = \frac{1}{4}$

1.10. ☆ Setze jeweils $+$ oder $-$ so ein, dass wahre Aussagen entstehen.

a) $a=-2 \quad b=1 \quad c=-3 \quad d=12$

1) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = 8$

2) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = -18$

3) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = -6$

4) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = 14$

b) $a=-\frac{1}{2} \quad b=-1 \quad c=-\frac{5}{2} \quad d=2$

1) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = -5$

2) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = -1$

3) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = -6$

4) $\square\ a\ \square\ b\ \square\ c\ \square\ d = 0$

1.11. Gegeben sind die Koordinaten der 5 Punkte A, B, C, D und E:

$$A = (-5 \mid -5) \quad B = (0 \mid -5) \quad C = \left(1\tfrac{1}{2} \mid -\tfrac{1}{4}\right) \quad D = \left(-2\tfrac{1}{2} \mid 2\tfrac{3}{4}\right) \quad E = \left(-6\tfrac{1}{2} \mid -\tfrac{1}{4}\right)$$

a) Zeichne diese Punkte in ein Koordinatensystem mit geeignet gewählten Einheiten. Verbinde die Punkte in der Reihenfolge $ABCDEA$.

b) ☆ Man kann diese Figur im Koordinatensystem um 6 Einheiten nach rechts (in Richtung der positiven x-Achse) verschieben, indem man zu jeder x-Koordinate 6 dazu zählt (z. B. verschiebt man den Punkt A zu den Koordinaten $A' = (1 \mid -5)$). Bestimme rechnerisch die Koordinaten der um 6 Einheiten nach rechts verschobenen Punkte B', C', D' und E' und kontrolliere mit Hilfe einer Zeichnung.

c) ☆ Verschiebe auf dieselbe Art die Figur um 2 Einheiten nach links.

1.1 a) $-0{,}1 = -\frac{1}{10}$, $0{,}3 = \frac{3}{10}$, $0{,}6 = \frac{3}{5}$, $0{,}9 = \frac{9}{10}$ **b)** $-1{,}25 = -\frac{5}{4}$, $-0{,}75 = -\frac{3}{4}$, $-0{,}375 = -\frac{3}{8}$, $0{,}25 = \frac{1}{4}$

1.2 a) $\frac{3}{10} + \left(-\frac{24}{10}\right) = -\frac{21}{10}$ bzw. $0{,}3 + (-2{,}4) = -2{,}1$ **b)** $-\frac{25}{10} + \left(+\frac{18}{10}\right) = -\frac{7}{10}$ bzw. $-2{,}5 + (+1{,}8) = -0{,}7$

c) $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{15}{8}$ bzw. $-0{,}375 + (-1{,}5) = -1{,}875$ **d)** $-\frac{3}{4} + \left(+\frac{19}{8}\right) = +\frac{13}{8}$ bzw. $-0{,}75 + (+2{,}375) = +1{,}625$

1.3 a) $-2{,}1 - (-2{,}4) = +0{,}3$ **b)** $-0{,}7 - (+1{,}8) = -2{,}5$ **c)** $-\frac{15}{8} - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{8}$ **d)** $+\frac{13}{8} - \left(+\frac{19}{8}\right) = -\frac{3}{4}$

1.4 a) $-2\frac{1}{2}\,°\mathrm{C}$ **b)** $-2\frac{1}{2}\,°\mathrm{C}$ **c)** $14\frac{1}{2}\,°\mathrm{C}$

1.5 a) $-\frac{5}{4} < -1{,}15$ **b)** $-\frac{3}{4} > -\frac{4}{3}$ **c)** $-0{,}\overline{6} = -\frac{2}{3}$ **d)** $-\frac{1}{2} < 0$ **e)** $-\frac{5}{2} < -2$ **f)** $-1{,}25 = -\frac{5}{4}$ **g)** $-0{,}\overline{9} = -1$ **h)** $-0{,}75 < -\frac{3}{5}$

1.6 $-3\frac{1}{2} < -2 < -1\frac{1}{8} < -\frac{3}{4} < -0{,}5 < \frac{1}{10}$

1.7 Das Minuszeichen vor der Variable x ist kein Vorzeichen, wie Eric meint, sondern bezeichnet die Gegenzahl von x. Wenn die Gegenzahl von x eine positive Zahl ist, ist die Gegenzahl der Gegenzahl von x, also x selbst, negativ. Also ist jede negative Zahl Lösung der Ungleichung.

1.8 a) $\frac{4}{7}$ **b)** $1{,}27$ **c)** $\frac{2}{5}$ **d)** $\frac{8}{5}$ **e)** $\frac{11}{8}$ **f)** $\frac{1}{8}$

1.9 a) $\{-4{,}7; 4{,}7\}$ **b)** $\{\}$ **c)** $\left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$ **d)** $\left\{-\frac{11}{10}; \frac{11}{10}\right\}$ **e)** $\left\{\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right\}$

1.10 a) 1) $+a+b+c+d=8$ **2)** $+a-b+c-d=-18$ **3)** $-a+b-c-d=-6$ **4)** $+a+b-c+d=14$

b) 1) $-a+b+c-d=-5$ **2)** $-a+b+c+d=-1$ **3)** $+a+b+c-d=-6$ **4)** $+a-b+c+d=0$

1.11 a) – **b)** $B' = (6 \mid -5)$ $C' = \left(7\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{4}\right)$ $D' = \left(4\frac{1}{2} \mid 2\frac{3}{4}\right)$ $E' = \left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{4}\right)$

c) $A' = (-7 \mid -5)$ $B' = (-2 \mid -5)$ $C' = \left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{4}\right)$ $D' = \left(-4\frac{1}{2} \mid 2\frac{3}{4}\right)$ $E' = \left(-8\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{4}\right)$

2. Rechnen mit Bruchzahlen

Rechnen mit Bruchzahlen ✓ MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

- Deuten des Subtrahierens als Addieren der Gegenzahl
- Deuten des Dividierens als Multiplizieren mit dem Kehrwert
- schriftliches Durchführen der vier Grundrechenoperationen

2.1. Die Höhe über dem Meeresspiegel wird als Seehöhe bezeichnet. Der Wasserspiegel des Kaspischen Meeres liegt 28 m unter dem Meeresspiegel. Das Kaspische Meer ist 995 m tief. In welcher Seehöhe befindet sich der tiefste Punkt des Kaspischen Meeres? MmF

2.2. Gegeben ist folgende Gleichung:

$$\frac{7}{8} - x = \frac{1}{3}$$

a) Ermittle die rationale Zahl x, die eine Lösung dieser Gleichung ist.

b) Führe die Probe aus. Das heißt, prüfe, ob für die von dir ermittelte Zahl x beide Seiten der Gleichung denselben Wert liefern. MmF

2.3. Berechne jene Zahl, die um $\frac{4}{3}$ kleiner als $-\frac{5}{2}$ ist. MmF

2.4. Ermittle die Zahl, die genau in der Mitte der beiden Zahlen liegt.

a) $\frac{7}{2}$ $\boxed{}$ $\frac{9}{2}$ **b)** -5 $\boxed{}$ -4 **c)** $-0{,}4$ $\boxed{}$ $\frac{2}{5}$ MmF

2.5. Gib jeweils an, wie viel auf die nächstgrößere ganze Zahl fehlt.

a) $-\frac{5}{4}$ Es fehlt $\boxed{}$ auf -1.

b) $-\frac{7}{3}$ Es fehlt $\boxed{}$ auf $\boxed{}$.

c) $-\frac{6}{10}$ Es fehlt $\boxed{}$ auf $\boxed{}$. MmF

2.6. Ermittl die gesuchte Zahl.

a) Welche Zahl muss Lorenz von $(+9)$ subtrahieren, um (-9) zu erhalten?

b) Welche Zahl muss Laura zu $(-\frac{1}{3})$ addieren, um (-1) zu erhalten?

c) Mit welcher Zahl muss Martin $(-\frac{1}{4})$ multiplizieren, um $(+1)$ zu erhalten? MmF

2.7. Berechne das Ergebnis in Bruchdarstellung.

a) $-\frac{4}{7} + \frac{9}{7} =$ **c)** $-\frac{11}{7} + 5 =$ **e)** $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) =$ **g)** $-\frac{9}{10} + \frac{7}{6} =$

b) $-\frac{6}{11} - \frac{5}{11} =$ **d)** $-2 - \frac{5}{9} =$ **f)** $+\frac{7}{15} - \frac{3}{5} =$ **h)** $+\frac{5}{4} - \left(-\frac{5}{6}\right) =$ MmF

2.8. Multipliziere und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\left(+\frac{24}{25}\right)\cdot\left(+\frac{10}{27}\right)=$

b) $\left(-\frac{9}{25}\right)\cdot(-10)=$

c) $(+8)\cdot\left(-\frac{13}{18}\right)=$

d) $\left(+\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{21}{8}\right)=$

e) $\left(-\frac{14}{33}\right)\cdot\left(+\frac{55}{49}\right)=$

f) $\left(+\frac{7}{9}\right)\cdot(-12)\cdot\left(+\frac{7}{8}\right)=$

g) $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(+\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{9}{10}\right)=$

h) $\left(-\frac{11}{6}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{8}{33}\right)=$

2.9. Dividiere und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\left(+\frac{16}{27}\right):(-4)=$

b) $\left(-\frac{3}{7}\right):(+25)=$

c) $(-15):\left(-\frac{6}{7}\right)=$

d) $\left(+\frac{2}{7}\right):\left(-\frac{3}{7}\right)=$

e) $\left(-\frac{1}{9}\right):\left(+\frac{2}{3}\right)=$

f) $\left(+\frac{14}{15}\right):\left(+\frac{21}{25}\right)=$

g) $\left[\left(-\frac{6}{35}\right):\left(+\frac{3}{7}\right)\right]:\left(-\frac{5}{8}\right)=$

h) $\left(-\frac{10}{49}\right):\left[\left(-\frac{13}{7}\right):\left(-\frac{26}{5}\right)\right]=$

2.10. Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $-1+\left(\frac{3}{8}\right)\cdot\left(\frac{4}{9}\right)=$

b) $\left(-\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{7}{6}\right)=$

c) $(-2):\left(\frac{6}{5}\right)+\left(-\frac{2}{9}\right)\cdot\left(+\frac{15}{4}\right)=$

d) $\left(-\frac{3}{10}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)\cdot(+3)=$

e) $\left(-\frac{14}{39}\right)\cdot\left(+\frac{26}{21}\right)+\frac{11}{8}=$

2.1 $-1023\,\mathrm{m}$
2.2 **a)** $x=\frac{13}{24}$ **b)** Probe: $\frac{7}{8}-\frac{13}{24}=\frac{21}{24}-\frac{13}{24}=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$
2.3 $-\frac{23}{6}$
2.4 **a)** 4 **b)** −4,5 **c)** 0
2.5 **a)** Es fehlt $\frac{1}{4}$ auf −1. **b)** Es fehlt $\frac{1}{3}$ auf −2. **c)** Es fehlt $\frac{6}{10}$ auf 0.
2.6 **a)** +18 **b)** $-\frac{2}{3}$ **c)** −4
2.7 **a)** $+\frac{5}{7}$ **b)** −1 **c)** $+\frac{24}{7}$ **d)** $-\frac{23}{9}$ **e)** $-\frac{7}{6}$ **f)** $-\frac{2}{15}$ **g)** $+\frac{4}{15}$ **h)** $+\frac{25}{12}$
2.8 **a)** $+\frac{16}{45}$ **b)** $+\frac{18}{5}$ **c)** $-\frac{52}{9}$ **d)** $-\frac{3}{4}$ **e)** $-\frac{10}{21}$ **f)** $-\frac{49}{6}$ **g)** $+\frac{3}{4}$ **h)** $-\frac{5}{9}$
2.9 **a)** $-\frac{4}{27}$ **b)** $-\frac{3}{175}$ **c)** $+\frac{35}{2}$ **d)** $-\frac{2}{3}$ **e)** $-\frac{1}{6}$ **f)** $+\frac{10}{9}$ **g)** $+\frac{16}{25}$ **h)** $-\frac{4}{7}$
2.10 **a)** $-\frac{5}{6}$ **b)** $+\frac{1}{9}$ **c)** $-\frac{5}{2}$ **d)** $-\frac{17}{4}$ **e)** $+\frac{67}{72}$

3. Terme und Termstrukturen

Terme und Termstrukturen ✓ MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

- Aufstellen von Termen, Gleichungen und Formeln in unterschiedlichen Kontexten
- kontextbezogenes Deuten von Termen und Formeln (z. B. $s = v \cdot t$ deuten als Weg = Geschwindigkeit · Zeit, oder als Flächeninhalt eines Rechtecks = Länge · Breite)
- Analysieren von Termstrukturen, um die Anwendbarkeit von Rechenregeln zu erkennen
- Umformen von Termen z. B. durch Ausmultiplizieren, Zusammenfassen, Herausheben, Kürzen (z. B. $4 \cdot (3x - 1) - 6 \cdot (x + 4)$; $5 - \frac{x-2}{2}$; $\left(3x - \frac{1}{2}y\right) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right)$; $4x : \frac{2x}{3}$; $\frac{2a^3+4a^2}{a}$)

3.1. Übersetze Text in die mathematische Schreibweise bzw. mathematische Schreibweise in einen geeigneten Text.

a) Die Unbekannte a wird um 5 vermehrt.
b) Die Unbekannte b wird verdreifacht.
c) Die Unbekannte c wird um 10 % von c vermehrt.
d) $d - 10$
e) $e \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)$

MmF

3.2. Ein Bio-Obsthändler verkauft an einem bestimmten Tag x kg Äpfel und y kg Birnen.
1 Kilogramm Äpfel kostet € 3,00 und 1 Kilogramm Birnen € 2,50. Für eine Papiertasche zum Transport des Obstes verlangt der Händler € 0,20.

a) Interpretiere, was in diesem Zusammenhang mit dem Term $3 \cdot x$ berechnet wird.
b) Gib einen Term an, der die Gesamteinnahmen des Obsthändlers durch den Verkauf von Äpfeln und Birnen an diesem Tag beschreibt.
c) Jamie hat auf seiner Rechnung die Summe $2 \cdot 0{,}2 + 7 \cdot 2{,}5 + 3{,}5 \cdot 3$ stehen. Was könnte Jamie z. B. eingekauft haben?
d) Isabell kauft 4 kg Äpfel und 1,5 kg Birnen sowie eine Papiertasche.
Schreibe den Betrag als Term an und berechne dann, wie viel Isabell bezahlt.

MmF

3.3. Gegeben ist der Term $\dfrac{3 \cdot x - 1}{2}$.

Wir setzen für x die Zahl 0 ein und werten den Term aus: $\dfrac{3 \cdot 0 - 1}{2} = -\dfrac{1}{2}$

Setze für x der Reihe nach 1, 2, 4 und 10 ein und werte den Term aus.

MmF

3.4. Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen $4 \cdot x$ und $3 \cdot x$, wobei x eine bestimmte positive Zahl ist.

a) Stelle mithilfe von x eine Formel für den Umfang u dieses Rechtecks auf.
b) Stelle mithilfe von x eine Formel für den Flächeninhalt A des Rechtecks auf.

MmF

3.5. In einer Schublade befinden sich b blaue, s schwarze und w weiße Socken.

Erstelle für die folgenden voneinander unabhängigen Aussagen jeweils eine Formel.

a) Die Anzahl der schwarzen und weißen Socken zusammen ist so groß wie die Anzahl der blauen Socken.
b) Es gibt doppelt so viele schwarze wie weiße Socken.

c) Die Anzahl der weißen Socken ist viermal so groß wie jene der blauen und schwarzen zusammen.

3.6. Ein Schwimmbecken hat die Länge l und die Breite b.

a) Lina schwimmt an einem Vormittag sechsmal die Länge und fünfmal die Breite und am Nachmittag schwimmt sie zweimal die Länge und viermal die Breite. Gib mithilfe eines möglichst einfachen Terms an, welche Strecke sie insgesamt an diesem Tag geschwommen ist.

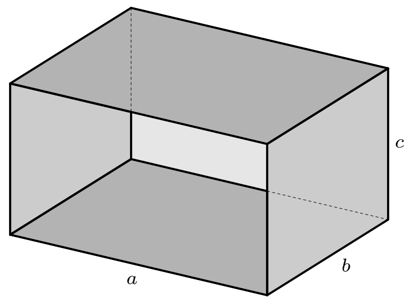
b) Da Lina in ihrer Klasse begeistert von diesem Schwimmbecken erzählt hat, findet der nächste Sporttag der 3A im Schwimmbad statt. Die 23 Kinder der Klasse schwimmen am Vormittag jeweils viermal die Länge und dreimal die Breite und am Nachmittag schwimmen sie jeweils dreimal die Länge und zweimal die Breite. Gib wieder mithilfe eines möglichst einfachen Terms an, welche Strecke die Kinder der 3A insgesamt an diesem Tag geschwommen sind.

3.7. Die abgebildete, vorne offene quaderförmige Schachtel (Länge a, Breite b, Höhe c) soll innen mit einer Folie beklebt werden.

a) Gib eine Formel für den Flächeninhalt A der zu beklebenden Fläche an.

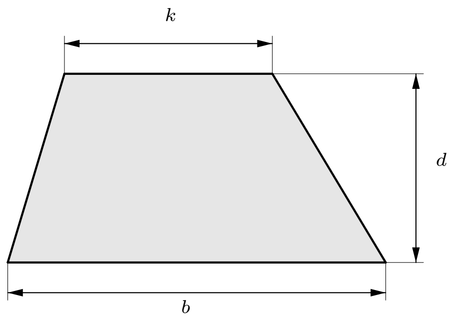
b) Löse diese Formel nach a auf.

c) Für eine Schachtel mit den Abmessungen $a = 10\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$ und $c = 4\,\text{cm}$ steht eine rechteckige Folie mit der Länge 15 cm und der Breite 13 cm zu Verfügung. Geht sich das aus?



3.8. Der Querschnitt eines Hochwasserdamms ist ein Trapez. Unten hat der Damm die Breite b, oben die Breite k; die Dammhöhe ist d. Der Flächeninhalt F des Querschnitts kann so berechnet werden:

$$F = k \cdot d + \frac{b-k}{2} \cdot d$$



a) Begründe diese Formel mithilfe einer Skizze.

b) Vereinfache diese Formel, indem du die beiden Summanden zu einen Bruch zusammenfasst.

c) Löse die vereinfachte Formel nach d auf.

d) Löse die vereinfachte Formel nach k auf.

Anmerkung: In deinen Formeln sollen keine Doppelbrüche vorkommen.

3.9. Wenn der Preis A einer Ware um p Prozent steigt, so kann der neue Preis N mit folgender Formel berechnet werden:

$$N = A + \frac{A \cdot p}{100}$$

a) Löse die Formel nach p auf.

b) Löse die Formel nach A auf.

c) Überprüfe die von dir bei **a)** und **b)** ermittelten Formeln anhand eines selbstgewählten Beispiels.

Anmerkung: In deinen Formeln sollen keine Doppelbrüche vorkommen.

MmF

3.10. Überlege, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründe deine Antworten.

a) Wenn man die Basis c eines Dreiecks um die Hälfte verlängert und die Höhe h_c gleich lässt, so ist der neue Flächeninhalt um die Hälfte größer als der alte Flächeninhalt.

b) Wenn man die Diagonale d eines Quadrats verdoppelt, so ist der neue Flächeninhalt doppelt so groß wie der alte Flächeninhalt.

c) Wenn man die Länge und die Breite eines Rechtecks jeweils um 10 % verkürzt, so wird der Flächeninhalt um 19 % kleiner.

d) Wenn man die obere Parallelseite c eines Trapezes verdoppelt, so wird der Flächeninhalt doppelt so groß. MmF

3.11. Herr Rechenmeister muss viele Jahre nach seiner Schulzeit wieder einmal einen Term vereinfachen. Er ist ein bisschen aus der Übung.

$$(3x^2 - 4x + 5)(2x - 4) - (5x^2 - 4)(2x + 3) = \tag{1}$$

$$5x^3 - 8x^2 + 10x - 12x^2 + 8x + 1 - 7x^3 + 8x - 15x^2 - 12 = \tag{2}$$

$$-2x^3 - 19x^2 + 26x - 11 \tag{3}$$

a) Wie viele Fehler hat er gemacht?

b) Wie lautet die richtige Lösung?

MmF

3.12. Nun versucht sich Herr Rechenmeister auch noch an den *binomischen Formeln*.

$$(2a - 3b)^2 - (4a + b)^2 - 2(3a - 4b)(3a + 4b) = \tag{1}$$

$$2a^2 - 10ab - 9b^2 - (8a^2 + 4ab + b^2) - 2(9a^2 + 16b^2) = \tag{2}$$

$$4a^2 - 10ab - 9b^2 - 8a^2 - 4ab + b^2 - 18a^2 + 32b^2 = \tag{3}$$

$$-22a^2 + 6ab + 24b^2 \tag{4}$$

a) Wie viele Fehler hat er gemacht?

b) Wie lautet die richtige Lösung?

MmF

3.13. In einem Kinosaal befinden sich K Kinder und E Erwachsene. Überlege, welche Bedeutung die beiden gegebenen Gleichungen haben könnten.

a) $K + E = 210$

b) $K = 2 \cdot E$

MmF

3.14. Ein Obst- und Gemüsestand am Wiener Naschmarkt bietet die Apfelsorten A, B und C an. Die Preise für 1 kg sind jeweils a €, b € und c €. Am Vortag wurden x kg von A, y kg von B und z kg von C verkauft.

Kreuze die Terme an, die eine sinnvolle Bedeutung haben. Beschreibe diese Bedeutung.

- ☐ $x + y + z$
- ☐ $\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C}$
- ☐ $a + b + c$
- ☐ $x \cdot a + y \cdot b + z \cdot c$
- ☐ $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c}$
- ☐ $\dfrac{x \cdot a + y \cdot b + z \cdot c}{x + y + z}$

MmF

3.15. Leo und Nino vergleichen die Höhe ihres Taschengelds. Leo erhält jeden Monat von seinen Eltern Taschengeld in der Höhe von T Euro. Nino erhält monatlich um ein Drittel weniger als Leo.

a) Gib eine Formel für die Höhe des Taschengelds G an, welches Nino erhält.

b) Wie viel Prozent mehr Taschengeld bekommt Leo im Vergleich zu Nino?

MmF

3.1 **a)** $a+5$ **b)** $b \cdot 3$ **c)** $c+0{,}1 \cdot c$ **d)** d wird um 10 vermindert. **e)** e wächst um 5 %.

3.2 **a)** Das Ergebnis sind die Gesamteinnahmen(Umsatz), die der Bio-Obsthändler beim Verkauf von Äpfeln an diesem Tag erzielt. **b)** $3 \cdot x + 2{,}5 \cdot y$ **c)** 2 Papiertaschen, 7 kg Birnen, 3,5 kg Äpfel **d)** $4 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 2{,}5 + 0{,}2 = 15{,}95$ Isabell bezahlt € 15,95.

3.3 $\frac{3\cdot 1-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ $\frac{3\cdot 2-1}{2} = \frac{5}{2}$ $\frac{3\cdot 4-1}{2} = \frac{11}{2} = 1$ $\frac{3\cdot 10-1}{2} = \frac{29}{2}$

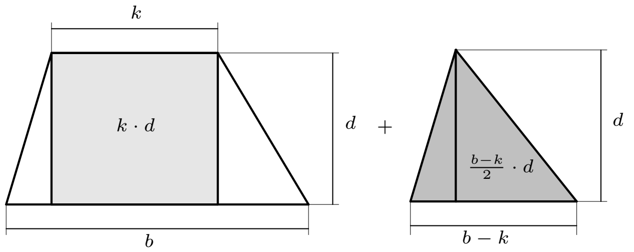
3.4 **a)** $u = 2 \cdot (4 \cdot x) + 2 \cdot (3 \cdot x) = 14 \cdot x$ **b)** $A = (4 \cdot x) \cdot (3 \cdot x) = 12 \cdot x^2$

3.5 **a)** $s + w = b$ **b)** $s = 2 \cdot w$ **c)** $w = 4 \cdot (b+s)$

3.6 **a)** $8 \cdot l + 9 \cdot b$ **b)** $161 \cdot l + 115 \cdot b$

3.7 **a)** $A = a \cdot c + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c$ **b)** $a = \frac{A - 2\cdot b\cdot c}{c + 2\cdot b}$ **c)** Wenn die Schachtel ohne Stückelung beklebt werden soll, muss die Folie mindestens $a + 2 \cdot b = 20\,\text{cm}$ lang und $c + 2 \cdot b = 14\,\text{cm}$ breit sein. Wenn nicht, reicht die Fläche der Folie ($195\,\text{cm}^2$) für die Schachtel ($A = 180\,\text{cm}^2$) aus.

3.8 **a)**



b) $F = \frac{b+k}{2} \cdot d$ **c)** $d = \frac{2\cdot F}{b+k}$ **d)** $k = \frac{2\cdot F}{d} - b$

3.9 **a)** $p = (\frac{N}{A} - 1) \cdot 100$ **b)** $A = \frac{100 \cdot N}{100+p}$

3.10 **a)** Richtig. Wie man an der Flächeninhaltsformel des Dreiecks $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ sieht, sind c und A direkt proportional.

b) Falsch. Da der Flächeninhalt des Quadrats mit d durch $A = \frac{d^2}{2}$ berechnet wird, vervierfacht sich der Flächeninhalt bei Verdopplung der Diagonale.

c) Richtig. Werden Länge und Breite jeweils auf das 0,9-fache verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt auf das $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$-fache, also um 19 %.

d) Falsch. Laut Flächeninhaltsformel $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$ sind Flächeninhalt und die Seite c nicht proportional.

3.11 Es sind 5 Rechenfehler in Zeile 2 und 1 Rechenfehler in Zeile 3. Die korrigierte Rechnung lautet:

$$(3x^2 - 4x + 5)(2x - 4) - (5x^2 - 4)(2x + 3) = \quad (1)$$

$$6x^3 - 8x^2 + 10x - 12x^2 + 16x - 20 - 10x^3 + 8x - 15x^2 + 12 = \quad (2)$$

$$-4x^3 - 35x^2 + 34x - 8 \quad (3)$$

3.12 Es sind 6 Rechenfehler in Zeile 2, 3 Rechenfehler in Zeile 3 und 1 Rechenfehler in Zeile 4. Die korrigierte Rechnung lautet:

$$(2a - 3b)^2 - (4a + b)^2 - 2(3a - 4b)(3a + 4b) = \quad (1)$$

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 - (16a^2 + 8ab + b^2) - 2(9a^2 - 16b^2) = \quad (2)$$

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 - 16a^2 - 8ab - b^2 - 18a^2 + 32b^2 = \quad (3)$$

$$-30a^2 - 20ab + 40b^2 \quad (4)$$

3.13 **a)** Die Gesamtzahl der Personen im Kinosaal beträgt 210. **b)** Es sind doppelt so viele Kinder wie Erwachsene im Kinosaal.

3.14 ☒ $x + y + z$ Gesamtmenge der am Vortag verkauften Äpfel

☒ $x \cdot a + y \cdot b + z \cdot c$ Gesamteinnahmen für die am Vortag verkauften Äpfel

☒ $\frac{x \cdot a + y \cdot b + z \cdot c}{x + y + z}$ Durchschnittspreis für 1 kg der am Vortag verkauften Äpfel

3.15 **a)** $G = T - \frac{1}{3} \cdot T = \frac{2}{3} \cdot T$ **b)** 50 %

4. Verhältnisse und Proportionen

Verhältnisse und Proportionen ✓ MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

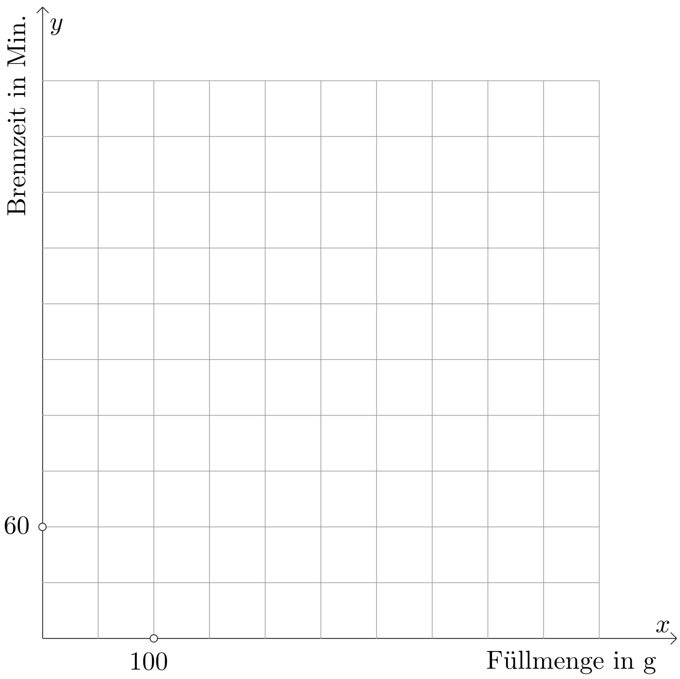
- Darstellen direkter und indirekter Proportionalitäten mithilfe von Tabellen und Diagrammen
- Beschreiben von Proportionalitäten mit Gleichungen und mithilfe von Verhältnissen (Beschreiben des direkt proportionalen Zusammenhangs zwischen einem Preis y und einer Warenmenge x durch $y = 2{,}5 \cdot x$ bzw. $\frac{y}{x} = \frac{5}{2}$ bzw. $y : x = 5 : 2$)
- Beschreiben, wie sich die Änderung von Größen auf eine andere Größe in einer Formel auswirkt (z. B. Wie ändert sich s in $s = v \cdot t$, wenn t verdreifacht wird und v verdoppelt wird? Wie ändert sich t, wenn v verdreifacht wird und s konstant bleibt?)
- Umformen von Proportionen, insbesondere durch Anwenden der Beziehung $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a : b = c : d \iff a \cdot d = b \cdot c$ (für $b, d \neq 0$)

4.1. Bei Trekkingtouren werden gerne Gaskocher verwendet. Sie bestehen aus einer Kartusche und einem aufschraubbaren Kochaufsatz. Die Füllmenge des Gaskochers und seine Brennzeit sind *direkt* proportional.

a) Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.

b) Veranschauliche die Tabelle, indem du alle Wertepaare (Füllmenge | Brennzeit) als Punkte in das vorbereitete Koordinatensystem einzeichnest. Es genügt, wenn du die Punkte gut schätzt. Zeichne eine Linie durch die Punkte. Fällt dir etwas auf?

Füllmenge in g	Brennzeit in Min.
480	300
160	
320	
400	
	75
	140
	45



MmF

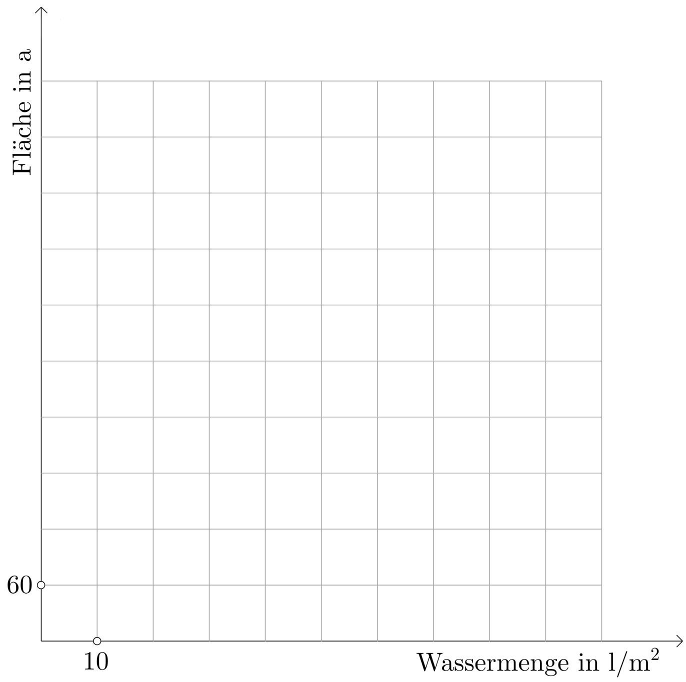
4.2. Die Größen x und y sind *direkt* proportional. Denke zum Beispiel an ein gleichmäßig schnell fahrendes Auto: x ist die Fahrzeit, y ist die Fahrstrecke. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründe deine Antworten möglichst genau.

a) Wenn man x um 20 % vergrößert, dann wird auch y um 20 % größer.
b) Wenn man x um 5 vergrößert, dann wird auch y um 5 größer.
c) Wenn man x mit 0,8 multipliziert, dann wird y um $1/5$ kleiner.

4.3. In einer trockenen Gegend bekommt ein Bauer eine Wasserration zum Bewässern seiner Felder zugeteilt. Mit dieser Wasserration muss er auskommen. Die pro m^2 verwendete Wassermenge und die Fläche, die er mit seiner gesamten Wasserration bewässern kann, sind *indirekt* proportional.

a) Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.
b) Veranschauliche die Tabelle, indem du alle Wertepaare (Wassermenge | Fläche) als Punkte in das vorbereitete Koordinatensystem einzeichnest. Es genügt, wenn du die Punkte gut schätzt. Zeichne eine Linie durch die Punkte. Fällt dir etwas auf?

Wassermenge in Liter pro m^2	bewässerte Fläche in a
24	100
8	
60	
15	
	600
	60
	24



4.4. Bei einem 400 m-Lauf wurden neben der Gesamtzeit die Durchlaufzeiten des Siegers bei 200 m, 300 m und 350 m gestoppt.

Strecke in m	200	300	350	400
Zeit in s	24,4	36,6	42,9	48,8

Bei einem gleichmäßigen Lauf (immer gleich schnell) müssten die Werte *direkt* proportional sein. Überprüfe, ob das der Fall ist.

4.5. In einer Zeitschrift siehst du eine Tabelle, wie lang man Glühbirnen in früherer Zeit um 1 Cent aufgedreht lassen konnte:

Leistung in Watt	100	60	24	18
Zeit in Minuten	32,4	54	135	180

Du kannst die Werte nicht überprüfen, da du den Strompreis nicht kennst. Die Werte müssten aber *indirekt* proportional sein. Überprüfe, ob das der Fall ist.

4.6. Die Größen x und y sind *indirekt* proportional. Denke z. B. an eine Radtour rund um den Neusiedlersee: x ist die Durchschnittsgeschwindigkeit, y ist die gesamte Fahrzeit. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründe deine Antworten.

a) Wenn man x um 20 % vergrößert, dann wird y um 20 % kleiner.
b) Wenn man x um 5 vergrößert, dann wird y um 5 kleiner.
c) Wenn man x um ein Viertel verkleinert, dann wird y um ein Drittel größer.

4.7. Der Aconcagua in Argentinien ist mit 6961 m Höhe der höchste Berg von Südamerika. Er wird auf einem Bild im Maßstab 1 : 75 000 dargestellt.
Runde zunächst die Höhe auf Tausend Meter und berechne im Anschluss die Größe des Berges auf dem Bild.

4.8. Vervollständige die Tabellen und ermittle den Proportionalitätsfaktor k. Gib die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors im Sachzusammenhang an.

a)

Brotmenge in kg	Preis in €
0,5	
1	3,20
1,5	
	9,60

$k = \boxed{}$

Bedeutung von k: ____________________

b)

Weintraubenmenge in g	Preis in €
100	
500	2,50
750	
1000	

$k = \boxed{}$

Bedeutung von k: ____________________

4.9. Bei einem Kindergeburtstag wird Saft – aus Fruchtsirup und Wasser gemischt – in 0,2 Liter-Gläsern gereicht. Der Hersteller des Fruchtsirups empfiehlt eine Verdünnung von Sirup zu Wasser im Verhältnis 1 : 8.

a) Berechne, wie viele Gläser laut Herstellerempfehlung aus dem Sirup einer 0,7 Liter-Flasche voll gefüllt werden können.
b) Ein weiteres Glas kann nur zur Hälfte mit Saft in der Standardmischung gefüllt werden. Der Rest wird mit Wasser aufgefüllt. In welchem Verhältnis stehen nun Sirup und Wasser in diesem Glas?

4.10. Zum Guss einer Glocke wird Bronze, eine Legierung aus Kupfer und Zinn, verwendet. Dazu werden a kg Kupfer (Dichte von Kupfer $\rho_{\text{Kupfer}} = 8{,}95\,\text{kg/dm}^3$) mit b kg Zinn (Dichte von Zinn $\rho_{\text{Zinn}} = 7{,}3\,\text{kg/dm}^3$) im Verhältnis von $a : b = 19 : 6$ eingeschmolzen.

Es soll eine Glocke mit einer Gesamtmasse von 8 t gegossen werden.

a) Berechne, wie viel Kupfer und Zinn für den Guss benötigt werden.

b) Ermittle näherungsweise das Volumenverhältnis von Kupfer und Zinn für die verwendete Glockenbronze.

Der Guss einer 5 Tonnen-Glocke ist misslungen. Die Glockenbronze wird gemeinsam mit reinem Kupfer für einen neuen Versuch wieder eingeschmolzen, sodass das Masseverhältnis von Kupfer und Zinn auf 4 : 1 steigt.

c) Berechne, wie viel Kupfer der Glockenbronze zugegeben werden muss.

4.1

Füllmenge in g	480	160	320	400	120	224	72
Brennzeit in Min.	300	100	200	250	75	140	45

Die Punkte liegen auf einer Geraden durch den Ursprung des Koordinatensystems.

4.2 a) Richtig. Eine Vergrößerung um 20 % entspricht einer Multiplikation von x mit dem Faktor 1,2. Weil y direkt proportional zu x ist, wird es mit demselben Faktor multipliziert und damit ebenfalls um 20 % größer.

b) Falsch. Eine Vergrößerung um 5 führt nur zufällig zum selben Faktor, wenn x und y gleich groß sind. In allen anderen Fällen ist die Aussage falsch.

c) Richtig. Wird x mit $0{,}8 = \frac{4}{5}$ multipliziert, wird x um $1/5$ kleiner. Wegen der direkten Proportionalität gilt das auch für y.

4.3 a)

Wassermenge in Liter pro m^2	24	8	60	15	4	40	100
bewässerte Fläche in a	100	300	40	160	600	60	24

b) Die Punkte liegen auf einer Hyperbel, einer gekrümmten Linie, die sich den beiden Koordinatenachsen bei größer werdenden Werten für x oder y annähert.

4.4 350 m liegt genau in der Mitte von 300 m und 400 m. Der Mittelwert von 36,6 s und 48,8 s ist aber $\frac{36{,}6+48{,}8}{2}$ s = 47,7 s und nicht 49,9 s. Der Lauf ist daher annähernd aber nicht exakt gleichmäßig.

4.5 $100 \cdot 32{,}4 = 60 \cdot 54 = 24 \cdot 135 = 18 \cdot 180 = 3240$ Die Werte sind tatsächlich indirekt proportional.

4.6 a) Falsch. Das Produkt aus $1{,}2 \cdot x$ und $0{,}8 \cdot y$ müsste $x \cdot y$ ergeben: $(1{,}2 \cdot x) \cdot (0{,}8 \cdot y) = 0{,}96 \cdot x \cdot y \neq x \cdot y$

b) Falsch. Das Produkt aus $x + 5$ und $y - 5$ müsste $x \cdot y$ ergeben: $(x + 5) \cdot (y - 5) = x \cdot y - 5 \cdot x + 5 \cdot y - 25 \neq x \cdot y$

c) Richtig. Das Produkt aus $\frac{3}{4} \cdot x$ und $\frac{4}{3} \cdot y$ muss $x \cdot y$ ergeben: $(\frac{3}{4} \cdot x) \cdot (\frac{4}{3} \cdot y) = x \cdot y$

4.7 $h \approx 7000$ m → 9,3… cm auf dem Bild

4.8 a)

Brotmenge in kg	Preis in €
0,5	1,60
1	3,20
1,5	4,80
3	9,60

$k = 3{,}20$ €/kg Bedeutung von k: Preis in € pro Kilogramm Brot

b)

Weintraubenmenge in g	Preis in €
100	0,50
500	2,50
750	3,75
1000	5,00

$k = 0{,}0005$ €/g Bedeutung von k: Preis in € pro Gramm Weintrauben

4.9 a) 31 Gläser **b)** 1 : 17

4.10 a) 6080 kg Kupfer, 1920 kg Zinn **b)** $V_{\text{Kupfer}} : V_{\text{Zinn}} = 2{,}5828\ldots : 1 \approx 31 : 12$ **c)** 1000 kg

5. Rechnen mit Potenzen

Rechnen mit Potenzen

Kompetenzen laut Lehrplan:

- Deuten des Potenzierens mit einem positiven ganzzahligen Exponenten als wiederholtes Multiplizieren
- Darstellen von Zahlen unter Verwendung von Zehnerpotenzen; Anwenden der Gleitkommadarstellung
- Kennen und Anwenden der Potenzdarstellung für Terme mit positiven ganzzahligen Exponenten
- Kennen und Anwenden der elementaren Rechenregeln für Potenzen
- Begründen der elementaren Rechenregeln für Potenzen
- Herleiten, grafisches Veranschaulichen und Anwenden der drei binomischen Formeln
- allenfalls Herleiten weiterer Rechenregeln (z. B. $(a+b)^3 = \dots$)

5.1. Schreibe die folgenden Terme vereinfacht mithilfe der Potenzschreibweise.

a) $(-3)\cdot(-3)\cdot 3\cdot(-3)\cdot 3 =$

b) $(-2)\cdot 7\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot 7\cdot(-2)\cdot 7 =$

c) $\frac{8}{9}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{9}\right) =$

e) $\left(-\frac{2}{15}\right)\cdot\frac{4}{9}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{5} =$

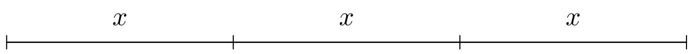
f) $(-u)\cdot(-u)\cdot(-u)\cdot(-u) =$

g) $(-x)\cdot y\cdot(-y)\cdot(-x)\cdot(-y)\cdot x\cdot(-y) =$

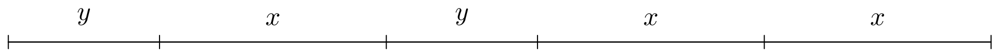
h) $r\cdot s\cdot r\cdot m\cdot s\cdot r\cdot m\cdot r\cdot r\cdot s\cdot m =$

5.2. Schreibe die dargestellte Summe mit einem Term an und vereinfache.

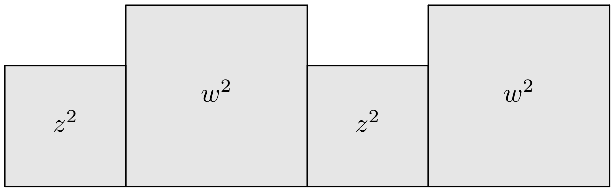
a)



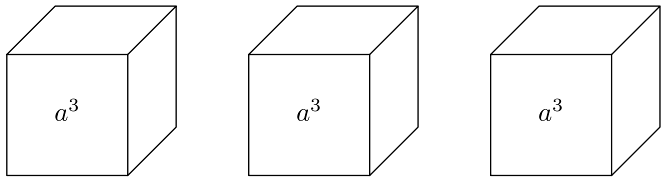
b)



c)



d)



5.3. Oskar hat sich Folgendes während einer Mathematikstunde überlegt:

$$(-2\cdot b)^3 = (-2)^3\cdot(b)^3 = -8\cdot b^3$$

Begründe mithilfe der Rechenregeln für Potenzen, ob Oskar richtig vorgegangen ist.

5.4. Vergleiche und setze ein: >, <, =
Um die Aufgabe lösen zu können, ist es nicht nötig, die Werte der Potenzen zu berechnen.

a) 2^4 ☐ $(-2)^4$ **b)** $(-1)^2$ ☐ $(-1)^3$ **c)** 3^2 ☐ $(-3)^2$ **d)** $(-3)^3$ ☐ $(-3)^4$ **e)** 2^{42} ☐ $(-2)^{42}$

5.5. Berechne.

a) $2^2+3^2=$ **b)** $(-2)^3+(-3)^2=$ **c)** $(-2)^2-3^2=$ **d)** $2^3+(-3)^3=$ **e)** $(-2)^3-(-3)^3=$

5.6. Stelle als eine Potenz dar und berechne den Wert.

a) $2^3 : 2^2 \cdot 2^4 =$ **b)** $1^7 \cdot 1^0 =$ **c)** $5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$ **d)** $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 4^2 =$

5.7. Schreibe als Gleitkommazahl mithilfe einer Zehnerpotenz an.

a) fünftausend **b)** siebenundsechzig Millionen **c)** neununddreißigtausend

5.8. Schreibe die Zahl ohne Zehnerpotenzen.

a) $2 \cdot 10^5$ **b)** $24 \cdot 10^7$ **c)** $-1{,}8 \cdot 10^4$ **d)** $-8{,}045 \cdot 10^2$ **e)** $6{,}5 \cdot 10^8$ **f)** $3{,}67 \cdot 10^3$

5.9. Ergänze die Terme jeweils auf ein vollständiges Quadrat und schreibe sie in der Form $(a+b)^2$ oder $(a-b)^2$, wobei $a \neq 0$ und $b \neq 0$ gilt.

a) $4 \cdot x^2 + \underline{\qquad} + y^2 = (\underline{\qquad} + \underline{\qquad})^2$

b) $64 - \underline{\qquad} + u^4 = (\underline{\qquad} - \underline{\qquad})^2$

c) $9 \cdot r^2 - 12 \cdot r \cdot s^2 + \underline{\qquad} = (\underline{\qquad} - \underline{\qquad})^2$

d) $\underline{\qquad} + 6 \cdot c \cdot d + d^2 = (\underline{\qquad} + \underline{\qquad})^2$

e) $k^2 \cdot l^2 - k \cdot l + \underline{\qquad} = (\underline{\qquad} - \underline{\qquad})^2$

f) $\underline{\qquad} - 2 \cdot s^6 \cdot t^4 + s^6 \cdot t^2 = (\underline{\qquad} + \underline{\qquad})^2$

g) $\underline{\qquad} + 8 \cdot u^2 \cdot v^2 + 4 \cdot v^2 = (\underline{\qquad} + \underline{\qquad})^2$

h) $9 \cdot e^2 + 5 \cdot \dfrac{e^2}{f} + \underline{\qquad} = (\underline{\qquad} + \underline{\qquad})^2$

Mithilfe der binomischen Formeln können bestimmte Terme in ein Produkt oder eine Potenz umgewandelt werden.
Beispiele:
- $16\,u^2 - 40\,u\,v^2 + 25\,v^4 = \left(4\,u - 5\,v^2\right)^2$
- $4\,u^2 - 9\,v^2 = (2\,u + 3\,v) \cdot (2\,u - 3\,v)$

5.10. Wandle den Term – wenn möglich – in ein Produkt oder eine Potenz um.

a) $25\,e^2 - 70\,e\,f^2 + 49\,f^4 =$

b) $4\,c^2 - 36\,c\,d + 9\,d^2 =$

c) $9\,k^2 + 12 + \frac{4}{k^2} =$

d) $81\,v^2 - 49\,w^8 =$

e) $49\,p^2 + 81\,q^8 =$

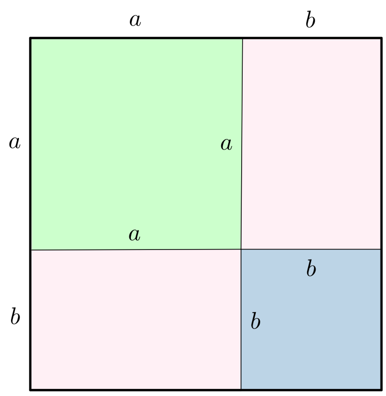
f) $\frac{121\,v^6}{49\,w^4} - \frac{25\,w^2}{36} =$

g) $9\,x^2\,y^4\,z^6 + \frac{24\,z}{y} + \frac{16}{x^2\,y^6\,z^4} =$

h) $\frac{36}{25}\,s^2 - \frac{42}{5}\,s\,t + \frac{49}{4}\,t^2 =$

i) $121\,x^2 - 225\,y^4 =$

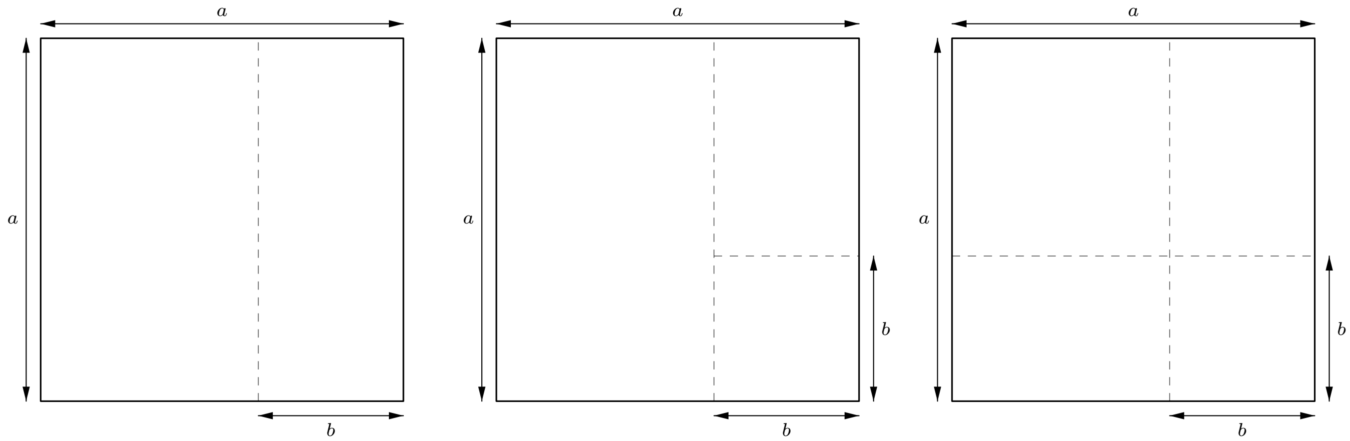
5.11. Dargestellt ist ein Quadrat, dem zwei Quadrate mit den Seitenlängen a und b eingeschrieben sind.



a) Drücke den Flächeninhalt A des großen Quadrats direkt durch seine Seitenlänge aus.

b) Drücke den Flächeninhalt A des großen Quadrats durch seine Teilflächen aus.

5.12. Dargestellt ist die schrittweise Zerlegung eines Quadrats mit der Seitenlänge a in Teilflächen.



a) Markiere eine Fläche mit folgendem Inhalt A_1:

$$A_1 = a^2 - a \cdot b$$

b) Markiere eine Fläche mit folgendem Inhalt A_2:

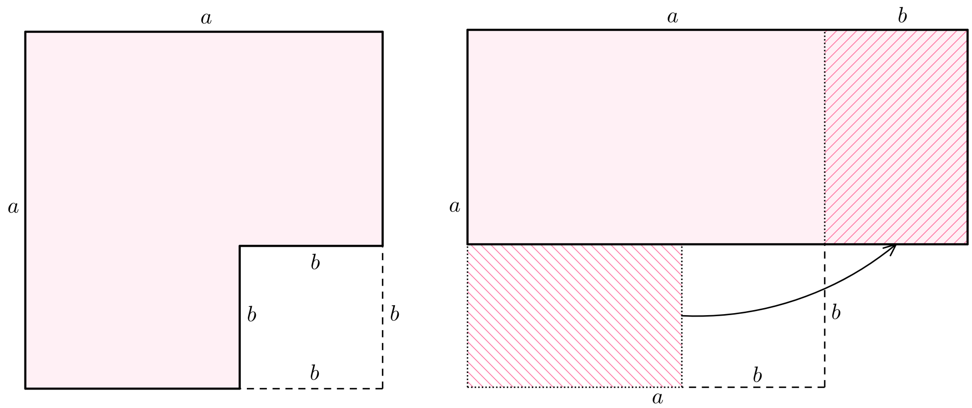
$$A_2 = A_1 + b^2 = a^2 - a \cdot b + b^2$$

c) Markiere eine Fläche mit folgendem Inhalt A_3:

$$A_3 = A_2 - a \cdot b = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Alternativ gilt auch $A_3 = (a - b)^2$.
Du hast damit die zweite binomische Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$ geometrisch hergeleitet.

5.13. Dargestellt sind zwei flächengleiche Vielecke.



a) Drücke den Flächeninhalt A_1 der links dargestellten Fläche über die Flächeninhalte der beiden Quadrate aus.
b) Gib eine Formel für den Flächeninhalt A_2 des rechts dargestellten Rechtecks an.
c) Begründe, warum die beiden Flächeninhalte gleich sind.
d) Zeige, dass auch die Umfänge der beiden Flächenstücke gleich groß sind.

5.14. Ein Quadrat mit der Seitenlänge $a > 0$ wird um x verlängert. Simon behauptet, dass dann der Flächeninhalt des Quadrats um x^2 größer wird. Überprüfe anhand einer Zeichnung die Richtigkeit von Simons Aussage und begründe deine Entscheidung.

5.1 **a)** $(-3)^3 \cdot 3^2 = -3^5$ **b)** $(-2)^4 \cdot 7^3 = 2^4 \cdot 7^3$ **c)** $\frac{2^4}{3^5}$ **d)** $\frac{2^2}{3^3 \cdot 5^2}$ **e)** u^4 **f)** $-x^3 \cdot y^4$ **g)** $m^3 \cdot r^5 \cdot s^3$

5.2 **a)** $3 \cdot x$ **b)** $3 \cdot x + 2 \cdot y$ **c)** $2 \cdot w^2 + 2 \cdot z^2$ **d)** $3 \cdot a^3$

5.3 Oskar hat richtig gerechnet: $(-2 \cdot b)^3 = (-2 \cdot b) \cdot (-2 \cdot b) \cdot (-2 \cdot b) = (-2) \cdot b \cdot (-2) \cdot b \cdot (-2) \cdot b = (-2)^3 \cdot b^3$

5.4 **a)** $2^4 = (-2)^4$ **b)** $(-1)^2 > (-1)^3$ **c)** $3^2 = (-3)^2$ **d)** $(-3)^3 < (-3)^4$ **e)** $2^{42} = (-2)^{42}$

5.5 **a)** 13 **b)** 1 **c)** -5 **d)** -19 **e)** 19

5.6 **a)** $2^5 = 32$ **b)** $1^7 = 1$ **c)** $5^1 = 5$ **d)** $\frac{1}{4}$

5.7 **a)** $5 \cdot 10^3$ **b)** $67 \cdot 10^6 = 6{,}7 \cdot 10^7$ **c)** $39 \cdot 10^3 = 3{,}9 \cdot 10^4$

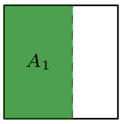
5.8 **a)** 200 000 **b)** 240 000 000 **c)** $-18\,000$ **d)** $-804{,}5$ **e)** 650 000 000 **f)** 3670

5.9 **a)** $4 \cdot x^2 + 4 \cdot x \cdot y + y^2 = (2 \cdot x + y)^2$ **b)** $64 - 16 \cdot u^2 + u^4 = \left(8 - u^2\right)^2$ **c)** $9 \cdot r^2 - 12 \cdot r \cdot s^2 + 4 \cdot s^4 = \left(3 \cdot r - 2 \cdot s^2\right)^2$
d) $9 \cdot c^2 + 6 \cdot c \cdot d + d^2 = (3 \cdot c + d)^2$ **e)** $k^2 \cdot l^2 - k \cdot l + \frac{1}{4} = \left(k \cdot l - \frac{1}{2}\right)^2$ **f)** $s^6 \cdot t^6 - 2 \cdot s^6 \cdot t^4 + s^6 \cdot t^2 = \left(s^3 \cdot t^3 + s^3 \cdot t\right)^2$
g) $4 \cdot u^4 \cdot v^2 + 8 \cdot u^2 \cdot v^2 + 4 \cdot v^2 = \left(2 \cdot u^2 \cdot v + 2 \cdot v\right)^2$ **h)** $9 \cdot e^2 + 5 \cdot \frac{e^2}{f} + \frac{25 \cdot e^2}{36 \cdot f^2} = \left(3 \cdot e + \frac{5 \cdot e}{6 \cdot f}\right)^2$

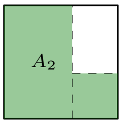
5.10 **a)** $\left(5\,e - 7\,f^2\right)^2$ **b)** – **c)** $\left(3\,k + \frac{2}{k}\right)^2$ **d)** $\left(9\,v + 7\,w^4\right)\left(9\,v - 7\,w^4\right)$ **e)** – **f)** $\left(\frac{11\,v^3}{7\,w^2} + \frac{5\,w}{6}\right)\left(\frac{11\,v^3}{7\,w^2} - \frac{5\,w}{6}\right)$
g) $\left(3\,x\,y^2\,z^3 + \frac{4}{x\,y^3\,z^2}\right)^2$ **h)** $\left(\frac{6}{5}\,s - \frac{7}{2}\,t\right)^2$ **i)** $(11\,x + 15\,y)\,(11\,x - 15\,y)$

5.11 **a)** $A = (a + b)^2$ **b)** $A = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

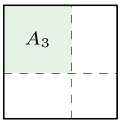
5.12 **a)**



b)

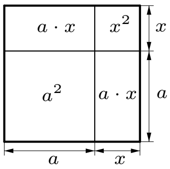


c)



5.13 **a)** $A_1 = a^2 - b^2$ **b)** $A_2 = (a + b) \cdot (a - b)$ **c)** Die rechte Fläche geht aus der linken durch Verschiebung eines Teils hervor. Außerdem gilt: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b + a \cdot b - b^2 = a^2 - b^2$ **d)** $u_{\text{links}} = 4 \cdot a$ und $u_{\text{rechts}} = a + b + (a - b) + b + a + (a - b) = 4 \cdot a$

5.14



Die Skizze zeigt: $(a + x)^2 \neq a^2 + x^2$, es fehlen die beiden Rechtecke mit dem Flächeninhalt $2 \cdot a \cdot x$

6. Lineare Gleichungen und Äquivalenzumformungen

Lineare Gleichungen und Äquivalenzumformungen MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

- Lösen von linearen Gleichungen durch Äquivalenzumformungen; allenfalls Begründen einzelner Umformungsschritte
- Lösen von Gleichungen, die sich durch einfache Umformungen auf lineare Gleichungen zurückführen lassen
- Anwenden von Gleichungen in Sachsituationen; kritisches Betrachten der Angemessenheit der mathematischen Beschreibung, der Ergebnisse und ihrer Genauigkeit
- Umformen einfacher Formeln (z. B. $A = G \cdot \frac{p}{100} \iff G = \frac{100 \cdot A}{p}$), insbesondere auch bei Flächeninhaltsformeln von Dreiecken und besonderen Vierecken

6.1. Schreibe bei den folgenden Aufgaben zuerst eine Gleichung an, bevor du die Lösung ermittelst.

a) Berechne jene Zahl, die man zu -10 addieren muss, um -8 zu erhalten.
b) Berechne jene Zahl, die man zu $+4$ addieren muss, um -5 zu erhalten.
c) Berechne jene Zahl, die man von $+10$ subtrahieren muss, um, -20 zu erhalten.
d) Berechne jene Zahl, die man von -6 subtrahieren muss, um -16 zu erhalten. MmF

6.2. Löse die Klammern auf und berechne den Wert der Unbekannten.

a) $(3 + a) \cdot 2 - (3 - a) = 9$ **b)** $(5 - 3\,b) \cdot (-2) = 9\,b - 1$ MmF

6.3. Löse die Gleichung durch schrittweise Umformungen:

$$\frac{3\,x}{2} + 1 = 12 - \frac{x}{3}$$

MmF

6.4. Die Winkelsumme in jedem Dreieck beträgt 180°. In einem Dreieck ist der Winkel β dreimal so groß wie α und β halb so groß wie γ.

a) Stelle eine Gleichung auf, mit der man den Winkel α berechnen kann.
b) Löse die Gleichung und berechne α.
c) Skizziere ein mögliches Dreieck, das die angegebenen Eigenschaften erfüllt. MmF

6.5. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt $50\,\text{cm}^2$. Die Seite a ist doppelt so lang wie die Seite b.

a) Stelle eine Gleichung auf, mit der man entweder a oder b berechnen kann.
b) Berechne die Länge der Seiten a und b. MmF

Sachaufgaben mit Proportionsangaben MmF

Proportionen in Sachaufgaben löst man am einfachsten auf, indem man eine neue Variable einführt. So bedeutet zum Beispiel $a : b : c = 3 : 7 : 11$, dass a das 3-fache, b das 7-fache und c das 11-fache einer noch unbekannten Zahl t ausmachen:

$$a = 3 \cdot t \qquad b = 7 \cdot t \qquad c = 11 \cdot t$$

Ersetzt man a, b und c durch die angegebenen Ausdrücke, reduziert sich die Problemstellung meist auf das Lösen einer Gleichung in der Variablen t.

6.6. In einem Rechteck verhalten sich Länge l und Breite b wie 5 : 7. Der Umfang beträgt 54 cm. Berechne die Abmessungen dieses Rechtecks. **MmF**

6.7. Bei einer Lotterie haben vier Personen einen Anteil am späteren Gewinnlos erworben. Entsprechend ihren Einzahlungsbeträgen wird der Gewinn in Höhe von € 75 000 im Verhältnis 1 : 2 : 2 : 3 aufgeteilt. Berechne die Höhe der vier Geldbeträge, die ausgezahlt werden. **MmF**

6.8. Führe jeweils die angegebene Äquivalenzumformung aus und berechne die Lösung der Gleichung.

a) $4+\dfrac{3-4\,x}{10}=-\dfrac{3}{5}\quad\Big|\cdot 10$ **b)** $\dfrac{5\,x-3}{6}-\dfrac{7}{9}=\dfrac{2\,x}{3}\quad\Big|\cdot 18$ **c)** $\dfrac{5}{6}-\dfrac{3\,x-5}{12}=x\quad\Big|\cdot 12$ **MmF**

6.9. Drücke jeweils die angegebene Größe aus.

a) $A=\dfrac{c\cdot h_c}{2}$ $h_c=\,?$ **e)** $A=\dfrac{(a+c)\cdot h}{2}$ $c=\,?$ **h)** $l=4\cdot a+4\cdot b+4\cdot c$ $c=\,?$

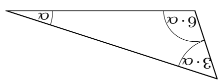
b) $A=\dfrac{e\cdot f}{2}$ $f=\,?$ **f)** $V=a\cdot b\cdot c$ $b=\,?$ **i)** $O=2\cdot a\cdot b+2\cdot b\cdot c+2\cdot a\cdot c$ $c=\,?$

c) $A=\dfrac{(a+c)\cdot h}{2}$ $h=\,?$ **g)** $V=\dfrac{a^2\cdot h}{3}$ $h=\,?$ **MmF**

6.1 **a)** $-10+x=-8\rightarrow x=+2$ **b)** $+4+x=-5\rightarrow x=-9$ **c)** $+10-x=-20\rightarrow x=+30$ **d)** $-6-x=-16\rightarrow x=+10$
6.2 **a)** $a=2$ **b)** $b=-3$
6.3

$$\begin{aligned}\frac{3\,x}{2}+1&=12-\frac{x}{3} && \Big|-1\\ \frac{3\,x}{2}&=11-\frac{x}{3} && \Big|+\frac{x}{3}\\ \frac{11\,x}{6}&=11 && \Big|\cdot 6\\ 11\,x&=11\cdot 6 && \Big|:11\\ x&=6\end{aligned}$$

6.4 **a)** $180^\circ=\alpha+3\,\alpha+6\,\alpha\rightarrow 180^\circ=10\,\alpha$ **b)** $\alpha=18^\circ$ **c)**



6.5 **a)** $50=2\cdot b^2$ oder $50=\frac{a^2}{2}$ **b)** $a=10\,\text{cm}$, $b=5\,\text{cm}$
6.6 $l=11{,}25\,\text{cm}$, $b=15{,}75\,\text{cm}$
6.7 € 9 375, € 18 750, € 18 750, € 28 125
6.8 **a)** $40+3-4\,x=-6\rightarrow x=\frac{49}{4}$ **b)** $15\,x-9-14=12\,x\rightarrow x=\frac{23}{3}$ **c)** $10-(3\,x-5)=12\,x\rightarrow x=1$
6.9 **a)** $h_c=\dfrac{2\cdot A}{c}$ **b)** $f=\dfrac{2\cdot A}{e}$ **c)** $h=\dfrac{2\cdot A}{a+c}$ **d)** $c=\dfrac{2\cdot A}{h}-a$ **e)** $b=\dfrac{V}{a\cdot c}$ **f)** $h=\dfrac{3\cdot V}{a^2}$ **g)** $c=\dfrac{l-4\cdot a-4\cdot b}{4}$ **h)** $\dfrac{O-2\cdot a\cdot b}{2\cdot b+2\cdot a}$

7. Wachstums- und Abnahmeprozesse

Wachstums- und Abnahmeprozesse ✓ MmF

- Erkennen, Bearbeiten und Darstellen linearer Wachstums- und Abnahmeprozesse in Sachsituationen
- Überprüfen der Anwendbarkeit linearer Modelle (z. B. absolute Änderung pro Zeiteinheit ist konstant)
- vertiefendes Bearbeiten von Aufgaben zur Prozentrechnung in ein- und mehrstufigen Situationen, insbesondere unter Verwendung von Änderungsfaktoren (z. B. Erhöhen von a um 20 % und Verringern des neuen Wertes um 5 % ergibt $0{,}95 \cdot 1{,}2 \cdot a$)
- Aufstellen von Formeln im Zusammenhang mit Zinsen bzw. Zinseszinsen
- Bearbeiten von Aufgaben im Kontext von Wachstums- und Abnahmeprozessen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, insbesondere bei konstanter prozentueller Änderung pro Zeiteinheit

7.1. Die beiden Teilstücke der A21 bei Steinhäusl und Gießhübl gehören zu den steilsten Abschnitten des Autobahnnetzes in Österreich. Ein Fahrzeug muss dort auf 500 m waagrechter Entfernung durchschnittlich 26 m Höhenunterschied überwinden. Ermittle die durchschnittliche Steigung dieser Autobahnabschnitte. **MmF**

7.2. Der Preis einer Ware wurde zuerst um 20 % erhöht, dann nochmals um 5 %. Daraufhin ging der Absatz stark zurück und man musste die Ware wieder ermäßigen. Zuerst um 10 % und anschließend noch einmal um 10 %.

a) Berechne den Preis nach der letzten Ermäßigung, wenn die Ware ursprünglich € 100 gekostet hat.
b) Gib eine Formel für den Endbetrag an, wenn die Ware ursprünglich P € gekostet hat. **MmF**

7.3. Ergänze die fehlende Zahl.

a) 30 kg von 100 kg sind ☐ %.
b) 80 m^2 sind 10 % von ☐ m^2.
c) 5 km von 20 km sind ☐ %.
d) 5 cm sind 20 % von ☐ cm **MmF**.

7.4. Zu Mittag isst du ein Viertel einer Pizza, der Rest kommt in den Kühlschrank. Am Abend isst du $^2/_5$ von der restlichen Pizza, der Rest kommt wieder in den Kühlschrank.

a) Welcher Bruchteil der gesamten Pizza ist wieder im Kühlschrank gelandet? Löse die Aufgabe mit Hilfe einer Skizze und durch eine Rechnung.
b) Wie viel Prozent der Pizza hast du insgesamt gegessen?
c) Das restliche Pizzastück im Kühlschrank wiegt 31,5 dag. Wieviel dag hast du insgesamt gegessen? **MmF**

7.5. Schottischer Whisky wird in kleinen Fässern 10 Jahre lang gelagert. In ein Fass wurden 56 Liter Whisky gefüllt. Nach 10 Jahren sind $^2/_5$ verdunstet. Nun wird der Whisky in $^3/_4$-Liter-Flaschen abgefüllt.

a) Wie viele volle Flaschen erhält man?
b) Die letzte Flasche wird nicht ganz voll. Wie voll wird sie? Gib den Flascheninhalt als möglichst einfachen Bruchteil der vollen Flasche an.
c) Wie viel Whisky ist in der letzten Flasche? Gib das Ergebnis in cl an. **MmF**

7.6. Du hast den Kopierer auf eine Verkleinerung von 80 % eingestellt und eine Zeichnung verkleinert. Dann möchtest du die verkleinerte Zeichnung wieder auf ihre Originalgröße vergrößern. Auf welchen Prozentsatz musst du den Kopierer einstellen?

MmF

7.7. Herr Kundmann hat vor einem Jahr einen neuen Job angenommen. Er verdient dadurch um 28 % mehr als zuvor. Leider stellt er nun nach einem Jahr fest, dass ihn der Job unglücklich macht. Seine alte Firma ist bereit, ihn wieder aufzunehmen. Er muss aber eine Gehaltseinbuße von 25 % im Vergleich zum neuen Job in Kauf nehmen.

a) Verdient Herr Kundmann bei seiner alten Firma jetzt mehr oder weniger als früher? Drücke das neue Gehalt in Prozent seines ursprünglichen Gehalts aus.

b) Wenn er umgekehrt nach einer Gehaltseinbuße von 25 % eine Gehaltserhöhung von 28 % bekommen hätte, wäre das neue Gehalt dann anders? Begründe deine Antwort.

MmF

7.8. Der Verkehrswert einer Baumaschine gibt an, wie viel sie zu einem bestimmten Zeitpunkt wert ist.

Eine bestimmte Baumaschine wurde um € 200 000 gekauft. Wie hoch ist ihr Verkehrswert nach 8 Jahren, wenn man davon ausgeht, dass ihr jährlicher Wertverlust bei 10 % liegt?

MmF

7.9. Viele Gegenstände verlieren an Wert, wenn sie benutzt werden.

a) Ein Fahrrad kostet neu € 200. Anfangs verliert es pro Jahr ca. 20 % seines Wertes. Berechne den Wert des Fahrrads nach 2 Jahren.

b) Ein Auto kostet neu € 40 000. In den ersten Jahren verliert es pro Jahr ein Viertel seines Wertes. Berechne den Wert des Autos nach 2 Jahren.

MmF

7.10. Welcher Term könnte welchen Prozess beschreiben? Ordne zu.

Eine Bakterienkultur mit x Bakterien wächst stündlich um 1 %. Gefragt ist die Anzahl nach 10 Stunden.	
Eine Bakterienkultur mit x Bakterien nimmt stündlich um 10 Bakterien ab. Gefragt ist die Anzahl nach 10 Stunden.	
Eine Bakterienkultur mit x Bakterien nimmt stündlich um 1 % ab. Gefragt ist die Anzahl nach 10 Stunden.	
Eine Bakterienkultur mit x Bakterien nimmt stündlich um 10 Bakterien zu. Gefragt ist die Anzahl nach 10 Stunden.	

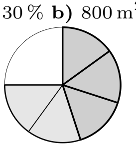
A	$x + 10 \cdot 10$
B	$x - 10 \cdot 10$
C	$x \cdot 1{,}01^{10}$
D	$x \cdot 0{,}99^{10}$

MmF

7.1 5,2 %

7.2 **a)** € 102,06 **b)** $P \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = P \cdot 1{,}0206$

7.3 **a)** 30 % **b)** 800 m^2 **c)** 25 % **d)** 25 cm

7.4 **a)**  $\frac{3}{5}$ von $\frac{3}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$ **b)** 55 % **c)** 38,5 dag

7.5 **a)** 44 **b)** $\frac{4}{5}$ **c)** $\frac{3}{5}$ l = 60 cl

7.6 125 %

7.7 **a)** Herr Kundmann verdient weniger als früher: 96 % vom ursprünglichen Gehalt

b) Wegen des Vertauschungsgesetzes (Kommutativgesetzes) bleibt das Ergebnis gleich: $1{,}28 \cdot 0{,}75 = 0{,}75 \cdot 1{,}28 = 0,96$

7.8 € 86 093,44

7.9 **a)** € 128 **b)** € 22 500

7.10 CBDA

8. Vielecke und ihr Flächeninhalt

Vielecke und ihr Flächeninhalt ✓ MmF

Kompetenzen laut Lehrplan:

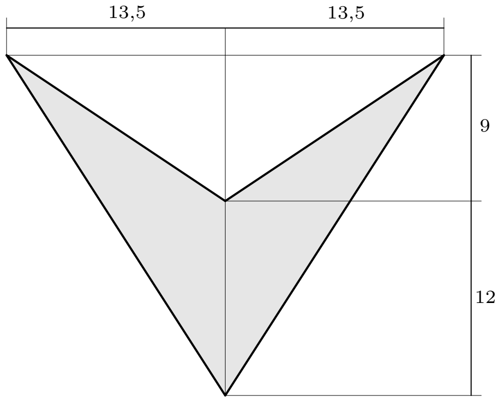
- Konstruieren regelmäßiger Sechsecke und allenfalls weiterer regelmäßiger Vielecke
- Berechnen von Flächeninhalten allgemeiner Vierecke im Koordinatensystem
- Lösen von Umkehraufgaben zu Flächeninhalten, insbesondere durch Umformen von Formeln
- Untersuchen, wie sich Längenänderungen bei Dreiecken und besonderen Vierecken auf den Flächeninhalt auswirken (z. B. Wie ändert sich A in $A = \frac{c \cdot h}{2}$, wenn c verdoppelt und h verdreifacht wird?)

8.1. Wie groß ist die Breite eines 40 cm langen Rechtecks, das dieselbe Fläche aufweist, wie ein Quadrat mit 60 cm Seitenlänge?

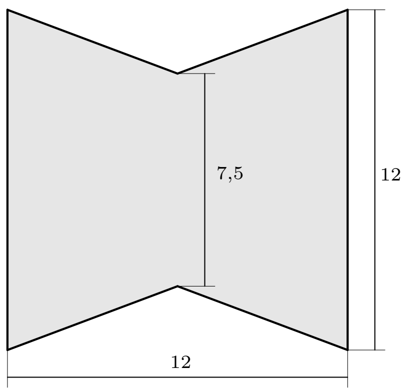
MmF

8.2. Berechne die Flächeninhalte der dargestellten Flächen.

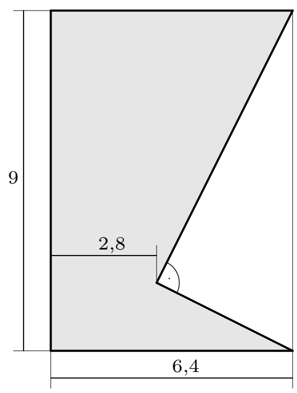
a)



b)



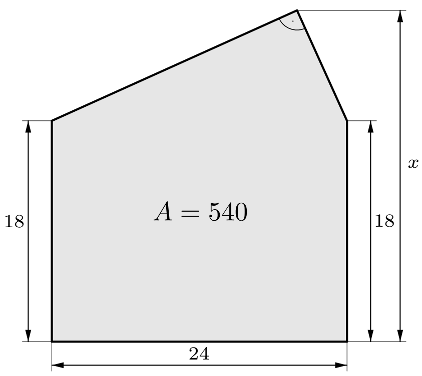
c)



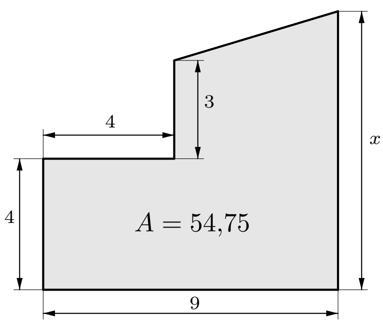
MmF

8.3. Bei den skizzierten Flächen ist der Flächeninhalt A bekannt. Berechne jeweils die unbekannte Abmessung x.

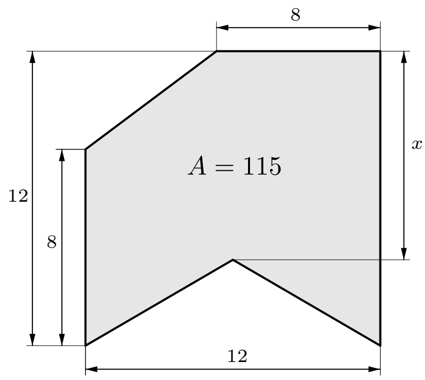
a)



b)



c)



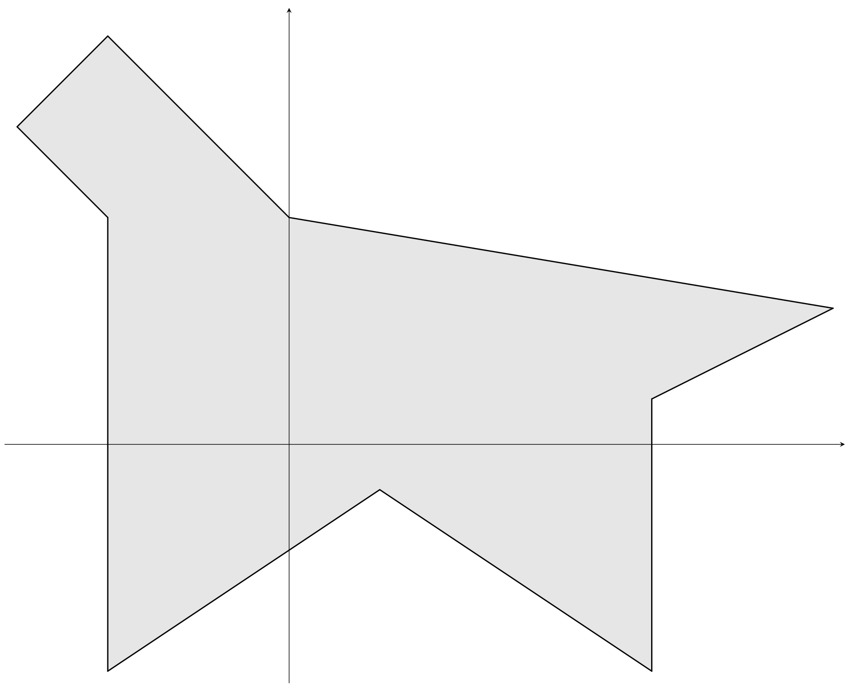
MmF

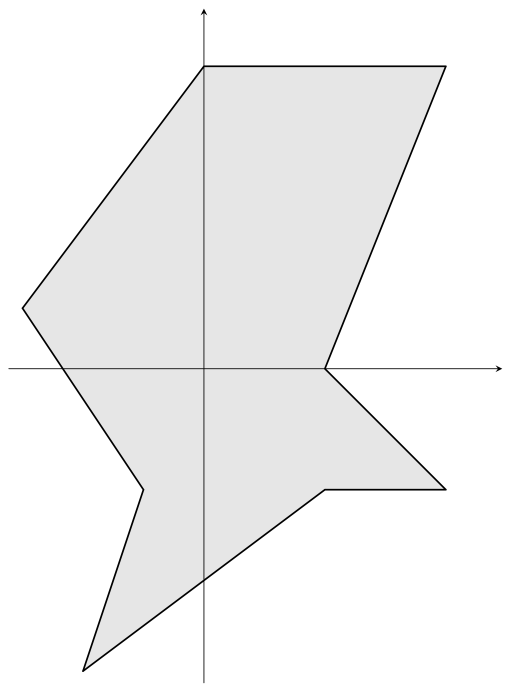
8.4. Berechne jeweils den Flächeninhalt.

Zur Berechnung der beiden Flächeninhalte ist ein umschriebenes Rechteck sehr praktisch. Beschrifte zuerst die Eckpunkte der Fläche; schau dabei genau auf die Koordinaten. Trage die zur Flächenberechnung erforderlichen Abmessungen in die Zeichnung ein.

a) $A(-4 \mid -5), B(8 \mid -5), C(8 \mid 1), D(2 \mid -1), E(12 \mid 3), F(-4 \mid 9), G(-4 \mid 5), H(-6 \mid 7), I(0 \mid 5)$

b) $A(-2 \mid -5), B(4 \mid -2), C(2 \mid -2), D(2 \mid 0), E(0 \mid 5), F(4 \mid 5), G(-3 \mid 1), H(-1 \mid -2)$

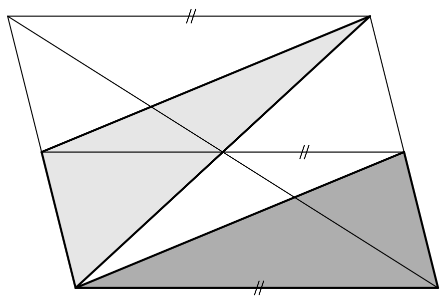


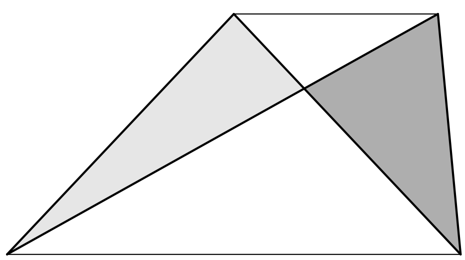


8.5. Die grauen Dreiecke sind einem Parallelogramm (linkes Bild) bzw. einem Trapez (rechtes Bild) eingeschrieben.

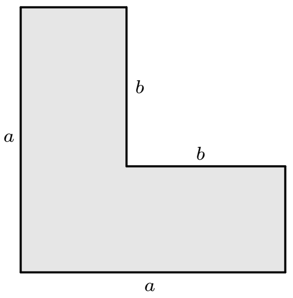
a) Im linken Bild hat das dunkelgraue Dreieck einen Flächeninhalt von $16{,}8\,\text{cm}^2$. Berechne den Flächeninhalt des hellgrauen Dreiecks.

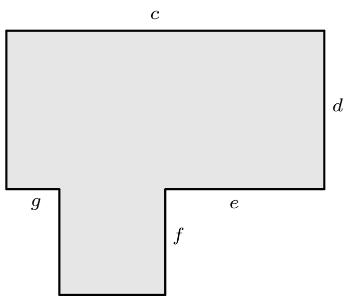
b) Im rechten Bild hat das hellgraue Dreieck einen Flächeninhalt von $16{,}1\,\text{cm}^2$. Berechne den Flächeninhalt des dunkelgrauen Dreiecks.

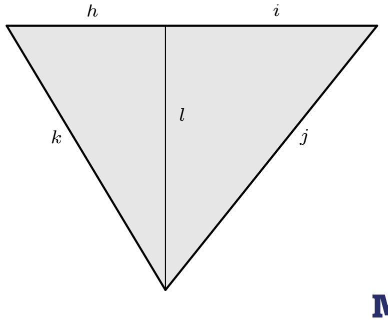




8.6. Gib eine möglichst einfache Formel für die Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts der Figuren an.

a) 

b) 

c) 

8.7. Vervollständige die Sätze.

a) Verdoppelt man bei einem Parallelogramm die Länge der Höhe h_a und lässt die Seite a unverändert, dann wird der Flächeninhalt ______.

b) Halbiert man bei einer Raute die Länge der Seite a und lässt die Höhe h unverändert, dann wird der Flächeninhalt ______.

c) Verdoppelt man bei einem Deltoid jeweils die Längen der beiden Diagonalen e und f, dann wird der Flächeninhalt ______.

8.1 90 cm
8.2 **a)** 162 **b)** 117 **c)** 41,4
8.3 **a)** $x = 27$ **b)** $x = 8{,}5$ **c)** $x = 8{,}5$
8.4 **a)** $A = 108$ **b)** $A = 37{,}5$
8.5 **a)** $A = 16{,}8\,\text{cm}^2$ **b)** $A = 16{,}1\,\text{cm}^2$
8.6 **a)** $u = 4 \cdot a$, $A = a^2 - b^2$ **b)** $u = 2 \cdot c + 2 \cdot d + 2 \cdot f$, $A = c \cdot d + c \cdot f - e \cdot f - f \cdot g$ **c)** $u = h + i + j + k$, $A = \frac{(h+i) \cdot l}{2}$
8.7 **a)** verdoppelt **b)** halbiert **c)** vervierfacht

9. Ähnliche Figuren

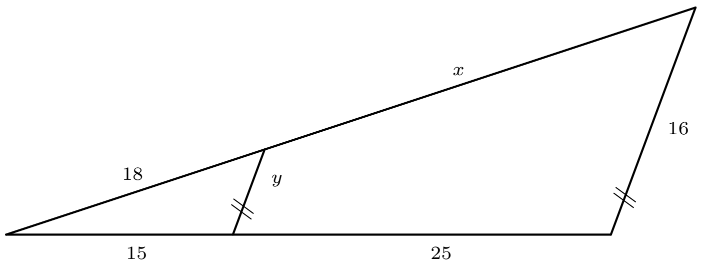
Ähnliche Figuren

Kompetenzen laut Lehrplan:

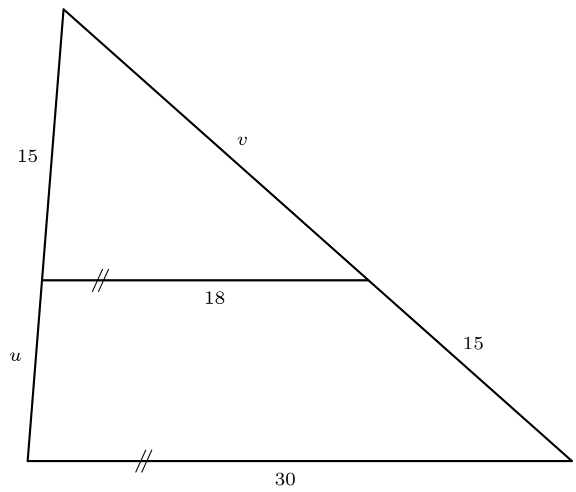
- zentrisches Vergrößern bzw. Verkleinern von Figuren mit einem positiven Faktor k; Erkennen, dass einander entsprechende Winkel gleich groß sind, dass alle neuen Strecken k-mal so lang wie die ursprünglichen Strecken sind und dass der neue Flächeninhalt k^2-mal so groß wie der ursprüngliche Flächeninhalt ist
- Beschreiben von Eigenschaften ähnlicher Figuren; Kennen und Anwenden des Ähnlichkeitsfaktors; Anwenden und allenfalls Begründen, dass Dreiecke mit paarweise gleich großen Winkeln zueinander ähnlich sind
- Teilen von Strecken in einem gegebenen Verhältnis durch Konstruktion

9.1. Berechne die fehlenden Streckenlängen x und y sowie u und v.

a)



b)

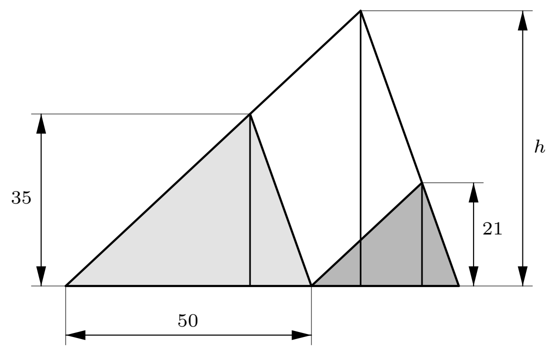


9.2. Die beiden kleinen, grauen Dreiecke sind zueinander ähnlich.

a) Berechne die Höhe h des großen Dreiecks.

b) Drücke das Verhältnis der Flächeninhalte der beiden grauen Dreiecke mit möglichst kleinen natürlichen Zahlen aus.

c) Um wie viel Prozent ist der Umfang des dunkelgrauen Dreiecks kleiner als der Umfang des hellgrauen Dreiecks?

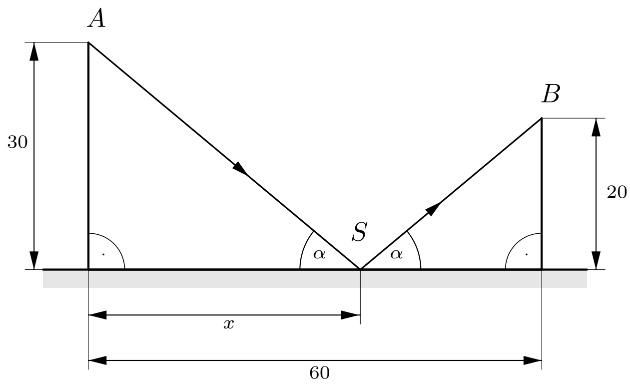


9.3. Ein vom Punkt A ausgehender Lichtstrahl wird im Punkt S zum Punkt B reflektiert.

a) Berechne die Entfernung x.

b) Gib die Länge der Strecke BS als Bruchteil der Länge der Strecke AS an, ohne die Längen zu berechnen.

c) Spiegle den Punkt B an der waagrechten Spiegelgeraden. Begründe, dass der gespiegelte Punkt B^* auf der Verlängerung der Strecke AS liegt.



9.4. Mit einem Kopierer können Vorlagen vergrößert und verkleinert werden.

a) Wenn du einen Kopierer auf 120 % Vergrößerung einstellst, werden alle Strecken um 20 % länger. Um wie viel Prozent werden die Flächeninhalte größer?

b) Auf wie viel Prozent Verkleinerung musst du den Kopierer einstellen, damit die Flächeninhalte um 36 % kleiner werden?

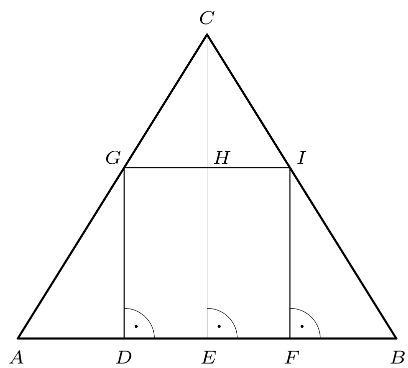
9.5. Dargestellt ist ein gleichschenkeliges Dreieck mit einem eingeschriebenen Rechteck.

a) Gib möglichst viele ähnliche Dreiecke zu den beiden unten genannten an.

b) Begründe jeweils deine Auswahl.

1) $\Delta ABC \sim$

2) $\Delta ADG \sim$

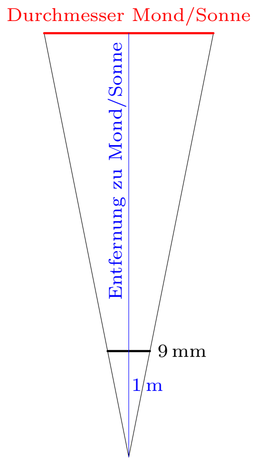


9.6. Obwohl die Sonne um ein Vielfaches größer ist als der Mond, erscheinen beide wegen ihrer unterschiedlichen Entfernungen von der Erde aus in etwa gleich groß, wie eine totale Sonnenfinsternis von Zeit zu Zeit beweist.

Eine Faustregel besagt, dass man mit ausgestrecktem Arm die Sonnen- bzw. Mondscheibe mit dem Daumen genau abdecken kann. Das funktioniert deshalb, weil in 1 m Entfernung Sonne und Mond einen scheinbaren Durchmesser von etwa 9 mm besitzen.

a) Der Mond hat in Wahrheit einen Durchmesser von 3474 km. Berechne die Entfernung des Mondes von der Erde mithilfe der Faustformel.

b) Die Sonne ist rund 150 Millionen Kilometer von der Erde entfernt. Ermittle einen Näherungswert für den Durchmesser der Sonne mithilfe der Faustformel.



9.7. Sam und Vic bewundern an einem sonnigen Tag ihre eigenen Schatten vor sich am Boden. Sams Schatten ist 32 cm lang, Vics dagegen 34 cm.

a) Sam ist 168 cm groß. Wie groß ist Vic?

b) Wie lange wäre der Schatten ihres gemeinsamen Freundes Marc, der 189 cm groß ist?

9.8. Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a_1 = 11\,\text{cm}$, $b_1 = 6{,}2\,\text{cm}$ und $c_1 = 7{,}8\,\text{cm}$.
Der Umfang eines dazu ähnlichen, zweiten Dreiecks beträgt $u_2 = 12{,}5\,\text{cm}$.

a) Berechne die Seitenlängen a_2, b_2 und c_2 des zweiten Dreiecks.

b) Gib das Verhältnis an, in dem die beiden Flächeninhalte A_1 und A_2 zueinander stehen.

$$A_1 : A_2 = \boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad}$$

9.9. Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a_1 = 42\,\text{mm}$, $b_1 = 50\,\text{mm}$ und $c_1 = 76\,\text{mm}$.
Der Flächeninhalt A_1 dieses Dreiecks und der Flächeninhalt A_2 eines dazu ähnlichen zweiten Dreiecks verhalten sich wie $4 : 9$.
Der Flächeninhalt A_2 des zweiten Dreieck beträgt rund $2205\,\text{mm}^2$

a) Gib das Verhältnis an, in dem die beiden Umfänge u_1 und u_2 zueinander stehen.

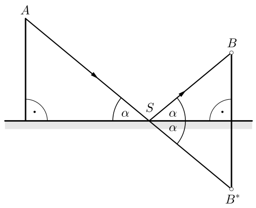
$$u_1 : u_2 = \boxed{\quad\quad} : \boxed{\quad\quad}$$

b) Berechne die Seitenlängen a_2, b_2 und c_2 des zweiten Dreiecks.

c) Ermittle den Flächeninhalt A_1 des ersten Dreiecks.

9.1 a) $x = 30$, $y = 6$ **b)** $u = 10$, $v = 22{,}5$
9.2 a) $h = 56$ **b)** $25 : 9$ **c)** um 40 % kleiner
9.3 a) $x = 36$ **b)** $\frac{\overline{BS}}{\overline{AS}} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

c)



Die Strecken AS und SB^* schließen mit der Spiegelgeraden denselben Winkel α ein, d. h. AS und SB^* sind parallel. Da S ein gemeinsamer Punkt ist, liegt B^* auf der Geraden durch A und S.

9.4 a) um 44 % **b)** auf 80 %
9.5 a) 1) $\Delta ABC \sim \Delta GIC$ 2) $\Delta ADG \sim \Delta AEC \sim \Delta GHC \sim \Delta FBI \sim \Delta EBC \sim \Delta HIC$
b) 1) Die Winkel bei G und I sind Parallelwinkel zu den Winkeln bei A und B. Daher sind alle Winkel der beiden Dreiecke ΔABC und ΔGIC gleich groß.
2) Wegen der Symmetrie sind die Winkel bei A und B gleich groß, als Parallelwinkel dazu auch die Winkel bei G und I. Alle angeführten Dreiecke haben neben diesem Winkel noch einen rechten Winkel und stimmen daher in allen drei Winkeln überein.
9.6 a) ca. 386 000 km **b)** ca. 1 350 000 km
9.7 a) 178,5 cm **b)** 36 cm
9.8 a) $a_2 = 5{,}5$ cm, $b_2 = 3{,}1$ cm, $c_1 = 3{,}9$ cm **b)** $A_1 : A_2 = 4 : 1$
9.9 a) $u_1 : u_2 = \sqrt{4} : \sqrt{9} = 2 : 3$ **b)** $a_2 = 63$ mm, $b_2 = 75$ mm, $c_1 = 111$ mm **c)** $A_1 \approx 980\,\text{mm}^2$

10. Oberfläche und Rauminhalt von Prismen und Pyramiden

Oberfläche und Rauminhalt von Prismen und Pyramiden

Kompetenzen laut Lehrplan:

- Skizzieren von Schrägrissen von geraden Prismen und von Pyramiden
- Berechnen von Oberflächeninhalten gerader Prismen
- Kennen und Anwenden der Formeln für den Rauminhalt von geraden Prismen und von Pyramiden; Begründen solcher Formeln
- Bearbeiten von Sachaufgaben zu diesen Körpern, insbesondere Berechnen von Massen und Dichten
- Untersuchen, wie sich Längenänderungen auf Oberflächen- und Rauminhalte auswirken

10.1. Die Rauminhalte zweier Würfel verhalten sich wie 27 : 8.

In welchem Verhältnis stehen **a)** die Kantenlängen? **b)** die Oberflächen?

10.2. ☆ Ein Holzwürfel (Dichte $\rho_{\text{Holz}} = 0{,}8\,\text{g/cm}^3$) mit der Kantenlänge $a = 5\,\text{cm}$ schwimmt auf dem Wasser (Dichte $\rho_{\text{Wasser}} \approx 1\,\text{g/cm}^3$).

a) Berechne, wie tief der Würfel ins Wasser eintaucht.

b) Wie tief taucht derselbe Holzwürfel ein, wenn man ihn statt auf Wasser in der metallischen Flüssigkeit Quecksilber (Dichte $\rho_{\text{Quecksilber}} \approx 13{,}6\,\text{g/cm}^3$) schwimmen lässt?

Hinweis: Laut Archimedischem Prinzip ist das Gewicht des Würfels gleich groß wie das Gewicht des von ihm verdrängten Wassers.

10.3. Unwetterwarnung: Es werden 400 Liter Regen pro Quadratmeter in wenigen Stunden fallen!

Berechne wie viele mm hoch das Wasser dann auf einer ebenen Fläche stehen wird, wenn es nicht zuvor abläuft.

10.4. Auf dem Werbefoto eines Zeltherstellers siehst du ein Zelt in Form einer quadratischen Pyramide.

a) Schätze mithilfe des neben der Pyramide stehenden erwachsenen Mannes die Größe des Zeltes ab.

b) Berechne mithilfe deiner abgeschätzten Größen näherungsweise, wie viele m^3 Luft in diese Pyramide passen.

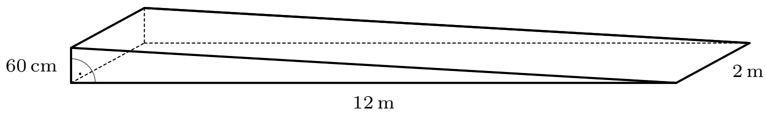
Quelle: http://www.airshapeeurope.com/de

10.5. Gegeben sind verschiedene Rauminhalte. Wie groß wäre die Kantenlänge eines Würfels mit diesem Rauminhalt ungefähr?
Schätze und ordne die korrekte Kantenlänge zu.

Rauminhalt	
Eis auf der Erde: 40 Millionen km^3	
Wassermenge im Bodensee: 48 km^3	
Volumen der Erde: 1 Billion km^3	
jährlicher Holzzuwachs in Deutschland: 0,1 km^3	

A	10 000 km
B	350 km
C	100 km
D	3,5 km
E	1 km
F	0,5 km

10.6. Ein öffentliches Gebäude soll eine barrierefreie Auffahrtsrampe wie abgebildet erhalten.



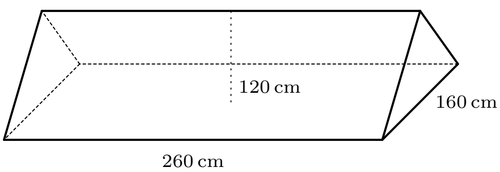
a) Ermittle, wie viel Kubikmeter Beton für die Errichtung der Rampe notwendig sind.

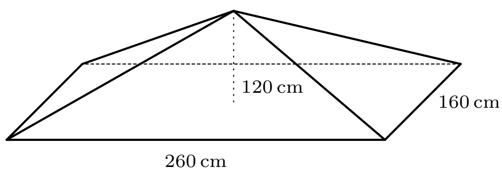
b) Rollstuhltaugliche Rampen dürfen maximal eine Steigung von 6 % aufweisen. Überprüfe, ob die abgebildete Rampe die gesetzliche Vorgabe erfüllt.

10.7. Der Eingang des Louvre in Paris ist in Form einer quadratischen Pyramide aus Glas ausgeführt.

Das berühmte Bauwerk ist 21,65 m hoch und 35,42 m breit. Ermittle das Volumen dieser Pyramide.

10.8. Ein Hersteller von Camping-Zelten bietet zwei Standardausführungen jeweils mit einer Länge von 260 cm, einer Breite von 160 cm und einer Höhe von 120 cm an.

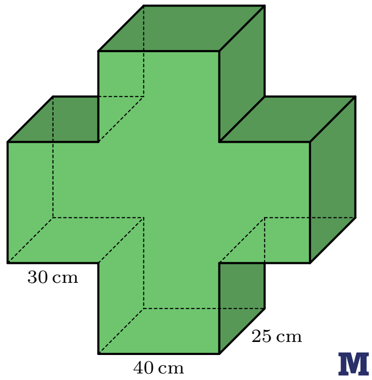




a) Berechne, wie viel Raum in beiden Zelten zur Verfügung steht.

b) In welchem Verhältnis stehen die Volumina der beiden Camping-Zelte?

10.9. Zur Kennzeichnung einer neuen Apotheke wird eine Leuchtreklame aus Glas in der Form eines grünen Kreuzes angebracht.



a) Zur Herstellung des Kreuzes muss die gesamte Oberfläche mit transparenter grüner Folie beklebt werden. Ermittle, welche Gesamtfläche an Folie dafür notwendig ist.

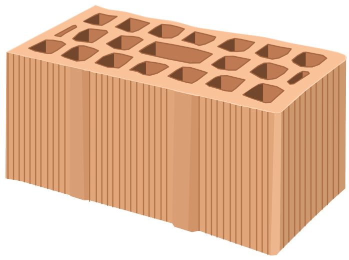
b) Berechne, welches Volumen des Reklamekreuz einnimmt.

Das Reklamekreuz wird aus 1 cm dicken Glasplatten gefertigt.

c) ☆ Berechne das Volumen des verarbeiteten Glases und das Volumen des Hohlkörpers im Inneren des Kreuzes.

d) ☆ Die verwendete Glassorte hat eine Dichte von $2{,}5\,\text{g/cm}^3$. Ermittle die Masse des Glaskreuzes.

10.10. Der klassische Hochlochziegel hat eine Länge von 25 cm, eine Breite von 12 cm und eine Höhe von 14 cm.



a) Die Luftkammern machen 40 % des Ziegels aus. Ermittle das Luftvolumen, das in einem Ziegel gespeichert wird.

b) Die Dichte des gebrannten Tons im Ziegel beträgt $2{,}5\,\text{g/cm}^3$. Berechne die Masse eines Ziegels.

Aus dieser Ziegelsorte soll eine $5\,\text{m} \times 2{,}4\,\text{m}$ große und 25 cm dicke Zwischenwand mit Mörtel gemauert werden. Die Mörtelfugen zwischen den Ziegeln sind jeweils 1 cm breit bzw. hoch.

c) Berechne, wie viele Ziegel für diese Wand mindestens benötigt werden.

d) ☆ Schätze die Masse der gesamten Wand, wenn der Mörtel eine Dichte von $1{,}5\,\text{g/cm}^3$ aufweist.

10.1 **a)** 3 : 2 **b)** 9 : 4
10.2 **a)** 4 cm **b)** 0,3 cm
10.3 400 mm
10.4 **a)** Höhe $\approx 5\,\text{m}$; Grundkante $\approx 6\,\text{m}$ **b)** $V \approx 60\,\text{m}^3$
10.5 von oben nach unten: B, D, A, F
10.6 **a)** $14{,}4\,\text{m}^3$ **b)** $\frac{0{,}60}{12} < \frac{0{,}60}{10} = 6\,\%$
10.7 $V = 9053{,}8\ldots\,\text{m}^3$
10.8 **a)** $2{,}496\,\text{m}^3$ und $1{,}664\,\text{m}^3$ **b)** 3 : 2
10.9 **a)** $228\,\text{dm}^2$ **b)** $160\,\text{dm}^3$ **c)** $V_{\text{Glas}} = 21{,}908\,\text{dm}^3$, $V_{\text{Hohlraum}} = 138{,}092\,\text{dm}^3$ **d)** $m = 54{,}77\,\text{kg}$
10.10 **a)** $1680\,\text{cm}^3$ **b)** 6,3 kg **c)** 616 **d)** ca. 4,5 t

11. Wahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeiten ✓

Kompetenzen laut Lehrplan:

- grafisches Darstellen von Häufigkeitsverteilungen (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Liniendiagramm, Kreisdiagramm, Prozentstreifen)
- Interpretieren verschiedener grafischer Darstellungen von Häufigkeitsverteilungen
- Verwenden geeigneter Darstellungsformen zur Hervorhebung ausgewählter Aspekte
- Verwenden eines intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriffs zur Quantifizierung von Sicherheit
- Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe empirisch gewonnener relativer Häufigkeiten
- Ermitteln von Laplace-Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten (z. B. Münzwurf, Würfeln); Interpretieren solcher Wahrscheinlichkeiten als Vorhersagewert für relative Häufigkeiten

11.1. Ein D20 ist ein fairer 20-seitiger Spielwürfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 20 durchnummeriert sind. Du wirfst einen D20 einmal.

Berechne die angegebene Wahrscheinlichkeit und trage die richtige Zahl in das Kästchen ein.

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass die geworfene Augenzahl 13 ist, beträgt $\square$ %.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die geworfene Augenzahl entweder 7 oder 15 ist, beträgt $\square$ %.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass die geworfene Augenzahl kleiner als 10 ist, beträgt $\square$ %.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass die geworfene Augenzahl mindestens 17 ist, beträgt $\square$ %.

e) Die Wahrscheinlichkeit, dass die geworfene Augenzahl *nicht* 1 ist, beträgt $\square$ %.

11.2. In einem Murmelbeutel befinden sich 12 rote, 8 blaue und 10 grüne Murmeln.

Du ziehst eine Murmel nach dem Zufallsprinzip heraus. Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Murmel rot ist, beträgt $\frac{\square}{\square}$.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Murmel blau oder grün ist, beträgt $\frac{\square}{\square}$.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Murmel *nicht* blau ist, beträgt $\frac{\square}{\square}$.

11.3. Vor dir liegen zwei Schachteln, in denen jeweils nur rote Kugeln und grüne Kugeln sind.
Du darfst dir eine Schachtel aussuchen und eine Kugel nach dem Zufallsprinzip herausziehen.
Bei welcher Schachtel ist es wahrscheinlicher, dass du eine grüne Kugel ziehst? Oder sind die Wahrscheinlichkeiten für beide Schachteln gleich groß? Begründe deine Antwort.

a) Schachtel A: 2 rote Kugeln, 3 grüne Kugeln
Schachtel B: 5 rote Kugeln, 7 grüne Kugeln

b) Schachtel A: 6 rote Kugeln, 9 grüne Kugeln
Schachtel B: 4 rote Kugeln, 6 grüne Kugeln

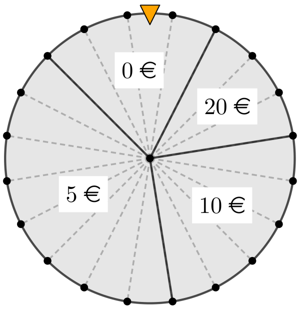
c) Schachtel A: 11 rote Kugeln, 7 grüne Kugeln
Schachtel B: 7 rote Kugeln, 5 grüne Kugeln

11.4. Ein Zufallsgenerator erzeugt eine natürliche Zahl von 1 bis 100 nach dem Zufallsprinzip.
Ermittle die Wahrscheinlichkeit der angegebenen Ereignisse in %.

a) Die Zufallszahl ist 1-stellig.
b) Die Zufallszahl ist 2-stellig.
c) Die Zufallszahl ist 3-stellig.
d) Die Zufallszahl ist größer als 42.
e) Die Einerziffer der Zufallszahl ist 7.
f) Die Einerziffer der Zufallszahl ist *nicht* 7.

MmF

11.5. Das dargestellte faire Glücksrad hat 20 gleich große Sektoren.
Das Glücksrad ist in 4 Bereiche mit verschiedenen Gewinnbeträgen aufgeteilt.
Felix darf das Glücksrad einmal drehen und gewinnt den angegebenen Betrag.



a) Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Felix 0 € gewinnt, beträgt $p_1 = \frac{\square}{\square} = \square\,\%$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Felix 5 € gewinnt, beträgt $p_2 = \frac{\square}{\square} = \square\,\%$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Felix 10 € gewinnt, beträgt $p_3 = \frac{\square}{\square} = \square\,\%$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Felix 20 € gewinnt, beträgt $p_4 = \frac{\square}{\square} = \square\,\%$.

2) Das Spiel ist *fair*, wenn Felix vor seiner Drehung den Geldbetrag

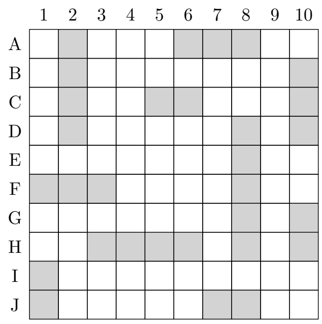
$$E = p_1 \cdot 0\text{ €} + p_2 \cdot 5\text{ €} + p_3 \cdot 10\text{ €} + p_4 \cdot 20\text{ €}$$

bezahlen muss. Berechne E.

MmF

11.6. Beim Spiel *Schiffe versenken* zeichnest du in ein 10×10-Raster folgende Schiffe ein:

- ein gerades Schiff mit 5 Kästchen
- zwei gerade Schiffe mit 4 Kästchen
- drei gerade Schiffe mit 3 Kästchen
- vier gerade Schiffe mit 2 Kästchen



a) Du startest das Spiel gegen den Computer.
Der Computer wählt ein Kästchen im Raster nach dem Zufallsprinzip aus.
Berechne die Wahrscheinlichkeit (in %), dass der Computer eines deiner Schiffe trifft.

b) Du startest das Spiel mit den rechts oben dargestellten Schiffen gegen deine Schwester.
Erfahrungsgemäß weißt du, dass deine Schwester beim ersten Versuch niemals ein Kästchen am Rand auswählt.
Von den Kästchen im Inneren wählt sie eines nach dem Zufallsprinzip aus.
Berechne die Wahrscheinlichkeit (in %), dass deine Schwester eines deiner Schiffe trifft.

MmF

11.7. Eine Maschine soll PET-Flaschen mit jeweils 500 ml Orangensaft befüllen.
Die Füllmengen (in ml) der letzten 40 PET-Flaschen sind in der folgenden Tabelle sortiert dargestellt:

497	497	498	499	501	501	501	502	503	503
503	503	504	504	504	504	505	505	505	507
507	507	508	508	508	509	509	509	509	509
509	509	512	512	512	513	515	515	516	518

Ein Kontrolleur nimmt eine dieser PET-Flaschen nach dem Zufallsprinzip.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit in %, dass die Füllmenge der kontrollierten PET-Flasche kleiner als 500 ml ist.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit in %, dass die Füllmenge der kontrollierten PET-Flasche größer als 510 ml ist.

11.8. Um die Wahrscheinlichkeiten für die 6 Seiten eines gezinkten Würfels zu schätzen, wirfst du ihn 50 Mal und notierst die Ergebnisse. Die absoluten Häufigkeiten sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Ergebnis	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Absolute Häufigkeit	18	8	9	3	8	4

a) Berechne die relativen Häufigkeiten als Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten.

Ergebnis	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Relative Häufigkeit						

b) Berechne mithilfe dieser Schätzwerte die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Augenzahl zu würfeln.

11.9. ☆ Die Seiten eines 6-seitigen gezinkten Würfels sind von 1 bis 6 durchnummeriert.

- Die Wahrscheinlichkeit, dass das Würfelergebnis höchstens 3 ist, beträgt 42 %.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass das Würfelergebnis mindestens 3 ist, beträgt 70 %.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Würfelergebnis genau 3 ist.

11.10. In einer Klasse haben an einem bestimmten Tag 16 Schüler*innen ihre Mathematikhausübung gemacht, 8 dagegen nicht. Jede Stunde kontrolliert die Lehrperson ein Hausübungsheft.
Wie groß ist bei zufälliger Auswahl die Wahrscheinlichkeit, dass das an diesem Tag ausgewählte Heft die aktuelle Hausübung enthält?

11.11. Ein Zufallsgenerator erzeugt natürliche Zahlen von 1 bis 6 nach dem Zufallsprinzip.

1) Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Zufallszahl kleiner als 3 ist.
2) Wie viele der ersten 3000 Zufallszahlen sind vermutlich kleiner als 3?
Kreuze richtig an und begründe deine Entscheidung.

☐ höchstens 900 ☐ zwischen 900 und 1100 ☐ zwischen 1100 und 1300 ☐ mindestens 1300

11.12. Hans wirft einen Reißnagel 400 Mal in die Luft.
Bei jedem Wurf notiert er, ob der Reißnagel auf der Seite oder am Kopf landet.
Bei seinen 400 Versuchen landet der Reißnagel 320 Mal auf der Seite.
Am nächsten Tag wirft Hans diesen Reißnagel 100 Mal.
Wie oft wird der Reißnagel bei diesen 100 Versuchen vermutlich am Kopf landen?
Kreuze richtig an und begründe deine Entscheidung.

Seite

Kopf

☐ weniger als 10 Mal ☐ 10 bis 16 Mal ☐ 17 bis 23 Mal ☐ mehr als 23 Mal

11.13. Im Rahmen einer wissenschaftlichen Untersuchung an einer AHS zur Haltung von Katzen wurden Daten erhoben. Die Tabelle gibt die Anzahl der Schüler*innen der Unterstufe und Oberstufe mit Katzen und ohne Katzen im Haushalt wieder.
Als Belohnung für die Teilnahme an der Untersuchung wurde ein Jahresvorrat Katzenfutter ausgelobt, der nun unter allen teilnehmenden Schüler*innen verlost wird.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein*e Katzenbesitzer*in das Katzenfutter gewinnt.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein*e Katzenbesitzer*in der Oberstufe den Preis gewinnt.

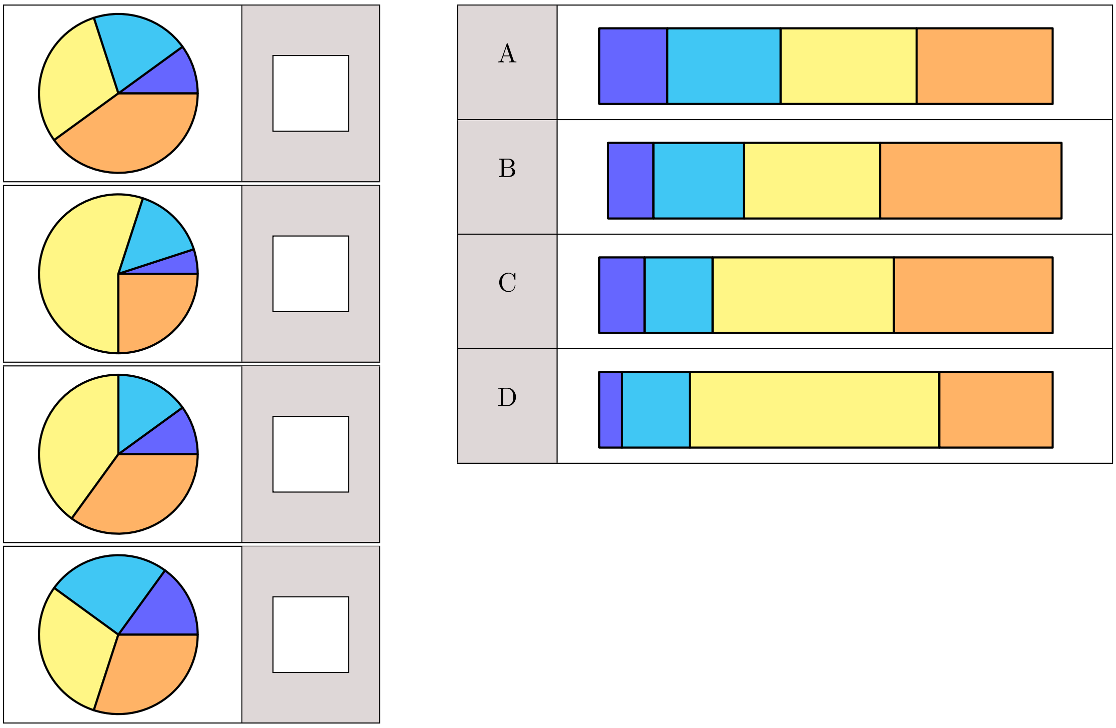
	besitzt eine Katze	besitzt keine Katze
Unterstufe	243	270
Oberstufe	182	158

11.14. Ein Laplace-Experiment ist ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.

a) Benjamin wirft eine faire Münze. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Münze Kopf zeigt.
b) Noel würfelt mit einem fairen sechsseitigen Würfel.
  1) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel eine Sechs zeigt.
  2) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel eine Primzahl zeigt.
  3) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel eine Zahl zeigt, die durch 3 teilbar ist.

c) Robin und Walter spielen das Kartenspiel *Bauernschnapsen*. Dabei verwenden sie ein Kartendeck mit 20 Karten. Jeder der 5 Kartenwerte *Sau*, *Zehner*, *König*, *Ober* und *Unter* gibt es genau einmal in jeder der 4 Farben *Herz*, *Schellen*, *Grün* und *Eichel*. Robin zieht eine dieser Karten nach dem Zufallsprinzip.
  1) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin den Grün König zieht.
  2) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin *nicht* den Grün König zieht.
  3) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin einen Zehner zieht.
  4) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin eine Eichel-Karte zieht.
  5) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin *keine* Herz-Karte zieht.

11.15. Ordne den Kreisdiagrammen jeweils den entsprechenden Prozentstreifen zu.



11.1 **a)** 5 % **b)** 10 % **c)** 45 % **d)** 20 % **e)** 95 %

11.2 **a)** $\frac{12}{30} = 40\,\%$ **b)** $\frac{18}{30} = 60\,\%$ **c)** $\frac{22}{30} = 73{,}33\ldots\,\%$

11.3 **a)** Bei Schachtel A ist die Wahrscheinlichkeit für eine grüne Kugel größer: $\underbrace{\frac{3}{5}}_{=\frac{36}{60}} > \underbrace{\frac{7}{12}}_{=\frac{35}{60}}$

b) Bei beiden Schachteln ist die gleiche Wahrscheinlichkeit für eine grüne Kugel gleich groß: $\underbrace{\frac{9}{15}}_{=\frac{3}{5}} = \underbrace{\frac{6}{10}}_{=\frac{3}{5}}$ $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

c) Bei Schachtel B ist die Wahrscheinlichkeit für eine grüne Kugel größer: $\underbrace{\frac{7}{18}}_{=\frac{14}{36}} < \underbrace{\frac{5}{12}}_{=\frac{15}{36}}$

11.4 **a)** 9 % **b)** 90 % **c)** 1 % **d)** 58 % **e)** 10 % **f)** 90 %

11.5 **1)** $p_1 = \frac{4}{20} = 20\,\%$ $p_2 = \frac{8}{20} = 40\,\%$ $p_3 = \frac{5}{20} = 25\,\%$ $p_4 = \frac{3}{20} = 15\,\%$
2) $E = 7{,}5$ €

11.6 **a)** 30 % **b)** 25 %

11.7 **a)** 10 % **b)** 20 %

11.8 **1)**

Ergebnis	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Relative Häufigkeit	0,36	0,16	0,18	0,06	0,16	0,08

2) 30 %

11.9 12 %

11.10 66,6… %

11.11 **1)** $\frac{1}{3}$ **2)** zwischen 900 und 1100 Begründung: Ungefähr ein Drittel der 3000 Zufallszahlen, also 1000 Zufallszahlen, sollten kleiner als 3 sein.

11.12 17 bis 23 Mal Begründung: Bei ungefähr $\frac{80}{400} = \frac{1}{5}$ der 100 Versuche, also 20 Versuchen, sollte der Reißnagel am Kopf landen.
Oder: Wenn er bei 400 Versuchen 80 Mal am Kopf landet, dann sollte er bei 100 Versuchen ungefähr 20 Mal am Kopf landen.

11.13 **a)** 49,8… % **b)** 21,3… %

11.14 **a)** 50 % **b)** **1)** 16, 6… % **2)** 50 % **3)** 33, 3… % **c)** **1)** 5 % **2)** 95 % **3)** 20 % **4)** 25 % **5)** 75 %

11.15 von oben nach unten: B, D, C, A