AUFGABENSAMMLUNG – ZAHLENBEREICHE

Inhaltsverzeichnis

Unterrichtsmaterialien – Zahlenbereiche

Zur Bearbeitung der Aufgabensammlung empfehlen wir die dazugehörigen Materialien in dieser Reihenfolge:

- ✓ Arbeitsblatt – Teilbarkeit und Primfaktorzerlegung
- ✓ Arbeitsblatt – Ganze Zahlen
- ✓ Arbeitsblatt – Bruchrechnung
- ✓ Arbeitsblatt – Relative Anteile und Prozentrechnung
- ✓ Arbeitsblatt – Reelle Zahlen
- ✓ Arbeitsblatt – Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung
- ✓ Arbeitsblatt – Umrechnung von Einheiten

Aufgaben zu Komplexen Zahlen sind in der Aufgabensammlung – Vektorrechnung und Komplexe Zahlen.

Wie darf ich die Aufgaben verwenden?

Das MmF-Team entwickelt eigene Aufgabenstellungen. Sie sind mit dem Projektlogo MmF gekennzeichnet.

Diese Aufgaben werden unter einer Creative Commons BY-NC-ND 4.0 Lizenz bereitgestellt.
Das bedeutet:

- Die Aufgaben stehen *kostenfrei* zur Verfügung.
- Es dürfen auch nur einzelne Aufgaben aus der Aufgabensammlung für nicht-kommerzielle Zwecke (Lehre, Übungen, Prüfungen, etc.) kopiert werden. In diesem Fall *muss* der Ursprung der Aufgabe aber z.B. anhand des MmF-Logos erkennbar sein.

Alle anderen Aufgaben stammen aus den SR(D)P-Aufgabenpools der AHS bzw. BHS.

Bei diesen Aufgaben ist das BMBWF-Logo Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung mit der entsprechenden Aufgabe verlinkt.

Am Ende jedes Abschnitts befinden sich die Ergebnisse der Aufgaben.

Wir freuen uns über Feedback zu den Unterrichtsmaterialien und Aufgaben an mmf@univie.ac.at.

Datum: 18. Juli 2024

1. Natürliche Zahlen

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Teilbarkeit und Primfaktorzerlegung

1.1

Berechne den größten gemeinsamen Teiler mithilfe von Primfaktorzerlegungen.

a) $\mathrm{ggT}(42, 150)$ **b)** $\mathrm{ggT}(210, 405)$ **c)** $\mathrm{ggT}(12, 24, 126)$

1.2

Für die Primfaktorzerlegung von 4242 gilt: $4242 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 101$

Für die Primfaktorzerlegung von 424242 gilt: $424242 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

a) Kreuze alle Zahlen an, die gemeinsame Teiler von 4242 und 424242 sind.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ $3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 7$ ☐ $7 \cdot 7$ ☐ $2 \cdot 3 \cdot 7$ ☐ $2 \cdot 13$ ☐ 4242

b) Berechne den größten gemeinsamen Teiler von 4242 und 424242.

1.3

Berechne das kleinste gemeinsame Vielfache mithilfe von Primfaktorzerlegungen.

a) $\mathrm{kgV}(12, 45)$ **b)** $\mathrm{kgV}(14, 42)$ **c)** $\mathrm{kgV}(3, 21, 25)$

1.4

Für die Primfaktorzerlegung von $123\,456\,789$ gilt: $123\,456\,789 = 3 \cdot 3 \cdot 3607 \cdot 3803$

a) Kreuze alle Zahlen an, die Teiler von $123\,456\,789$ sind.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ $3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 3607$ ☐ $2 \cdot 3803$ ☐ $3 \cdot 3 \cdot 3607 \cdot 3803$

b) Trage jeweils eine Primzahl so in die Kästchen ein, dass die Zahl ein Vielfaches von $123\,456\,789$ ist.

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3803 \cdot \boxed{} \cdot \boxed{}$

1.5

Ein gemeinsames Vielfaches von 60 und 525 ist $60 \cdot 525 = 31\,500$, aber $31\,500$ ist *nicht* das kgV von 60 und 525.

a) Berechne die 5 kleinsten Vielfache von 60

b) Berechne die 5 kleinsten Vielfache von 525.

c) Berechne das kleinste gemeinsame Vielfache von 60 und 525 mithilfe ihrer Primfaktorzerlegungen.

1.6

Gesucht sind *alle* natürlichen Zahlen, die Teiler von 660 sind. Alle Zahlen von 1 bis 660 durchprobieren dauert lange.
Zerlege die Zahl 660 in ihr Produkt von 5 Primfaktoren.

a) Gib alle Teiler von 660 an, die eine Primzahl sind.

b) Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 2 Primzahlen sind.

c) Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 3 Primzahlen sind.

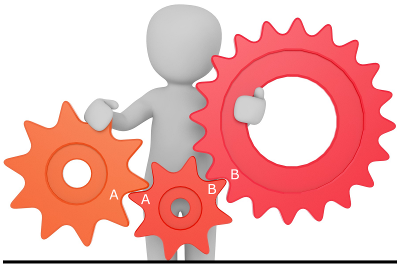
d) Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 4 Primzahlen sind.

e) Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 5 Primzahlen sind.

f) Wie viele Teiler hat die Zahl 660 also insgesamt?

1.7

Die drei rechts dargestellten Zahnräder greifen ineinander.

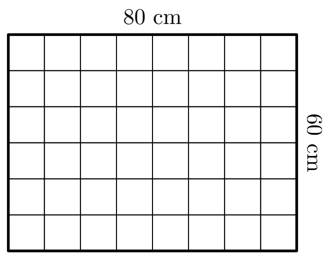


a) Das größte Zahnrad wird einmal vollständig im Kreis gedreht.
Befinden sich dann auch die anderen beiden Zahnräder wieder in der Ausgangsposition?
Falls nein, wie oft muss das größte Zahnrad vollständig gedreht werden, bis sich alle Zahnräder in der Ausgangsposition befinden?

b) Löse die gleiche Aufgabe für drei Zahnräder mit 12, 30 und 35 Zähnen.

1.8

Ein Rechteck mit 80 cm Länge und 60 cm Breite soll – wie dargestellt – in Quadrate gleicher Größe geteilt werden.



a) Die rechts dargestellte Zerlegung besteht aus 48 Quadraten mit 10 cm Seitenlänge.
Gibt es eine Zerlegung, die aus weniger gleich großen Quadraten besteht?
Falls ja, wie viele Quadrate sind mindestens notwendig?
Welche Seitenlänge können die Quadrate maximal haben?

b) Löse die gleiche Aufgabe für ein Rechteck mit 360 cm Länge und 300 cm Breite.

Anmerkung: Bei solchen Aufgaben ist auf den ersten Blick *nicht* offensichtlich, dass die maximale Seitenlänge eine ganze Zahl sein muss. Wegen „Seitenlänge × Anzahl = Rechteckbreite“ wäre bei ganzzahliger Rechteckbreite zunächst auch jede Bruchzahl als Seitenlänge denkbar. Angenommen, die maximale Seitenlänge $s = \frac{m}{n}$ ist keine natürliche Zahl. Dann kommt im Nenner mindestens ein Primfaktor p öfter vor als im Zähler. Wegen „Seitenlänge × Anzahl = Rechteckbreite“ muss p also mindestens einmal in der Anzahl vorkommen. Das gilt aber sowohl für die Anzahl in der Breite als auch für die Anzahl in der Länge. Das ist ein Widerspruch: Wenn p beide Anzahlen teilt, dann könnte man immer $p \times p$ Quadrate zu einer Zerlegung mit größerer Seitenlänge vereinigen. Also muss die maximale Seitenlänge tatsächlich ganzzahlig sein.

1.9

Beim Bau eines mehrstöckigen Wohnhauses sollen in allen Treppen die Stufen die gleiche Höhe haben.
Vom Erdgeschoß in den Keller führt eine Treppe mit einer Gesamthöhe von 3,6 m.
Vom Erdgeschoß in das Obergeschoß führt eine Treppe mit einer Gesamthöhe von 3,36 m.

a) Welche Höhe (in cm) kann jede einzelne Stufe maximal haben?

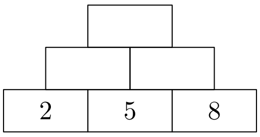
b) Aus wie vielen Stufen bestehen die beiden Treppen jeweils mindestens?

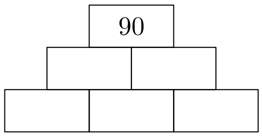
1.10

Wir bauen Rechentürme nach folgender Vorschrift:

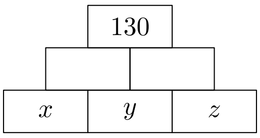
- In der untersten Ebene stehen 3 natürliche Zahlen, die größer als 1 sind.
- Jede Zahl darüber ist das Produkt der beiden benachbarten Zahlen in der Ebene darunter.

a) Vervollständige die beiden dargestellten Rechentürme. Gibt es beim rechten Rechenturm nur eine Möglichkeit?





b) ☆ Begründe, warum es keinen Rechenturm mit der Zahl 130 in der obersten Ebene geben kann.



1.1 **a)** 6 **b)** 15 **c)** 6

1.2 **a)** ☒ ☒ ☒ ☐ ☒ ☐ ☒ ☐ ☐ **b)** $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

1.3 **a)** 180 **b)** 42 **c)** 525

1.4 **a)** ☒ ☐ ☒ ☒ ☐ ☒ ☐ ☒ **b)** 3 und 3607

1.5 **a)** 60, 120, 180, 240, 300 **b)** 525, 1050, 1575, 2100, 2625
c) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $525 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ $\text{kgV}(60, 525) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 2100$

1.6 $660 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ **a)** $2, 3, 5, 11$ **b)** $4, 6, 10, 15, 22, 33, 55$ **c)** $12, 20, 30, 44, 66, 110, 165$ **d)** $60, 132, 220, 330$ **e)** 660 **f)** 660 hat also zusammen mit der Zahl 1 insgesamt 24 Teiler.

1.7 **a)** Nein, weil die 3 Zahnräder 8, 10 und und 20 Zähne haben. Das kleinste Zahnrad hat dann 2,5 Umdrehungen.
2 Umdrehungen beim größten Zahnrad ↔ 4 Umdrehungen beim mittleren Zahnrad ↔ 5 Umdrehungen beim kleinsten Zahnrad

b) Es sind $\text{kgV}(12, 30, 35) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ „Schritte“ notwendig. 12 Umdrehungen beim größten Zahnrad ↔ 14 Umdrehungen beim mittleren Zahnrad ↔ 35 Umdrehungen beim kleinsten Zahnrad

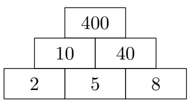
1.8 **a)** Ja, es sind mindestens 12 Quadrate notwendig. Ihre Seitenlänge ist dann 20 cm.

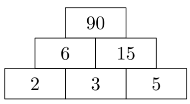
b) Bei einem Rechteck mit 360 cm Länge und 300 cm Breite können die Quadrate maximal $\text{ggT}(360; 300) = 60$ cm lang sein. Damit sind $6 \cdot 5 = 30$ Quadrate notwendig.

1.9 **a)** Jede Stufe kann maximal 24 cm hoch sein.

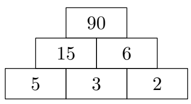
b) Die Treppe in das Obergeschoß hat dann 14 Stufen. Die Treppe in den Keller hat dann 15 Stufen.

1.10 **a)**





oder



b) Hinweis: Untersuche die Primfaktorzerlegung von 130

2. Ganze Zahlen

MmF-Materialien

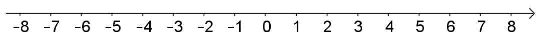
Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Ganze Zahlen

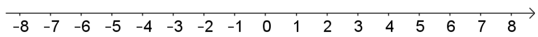
2.1

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Veranschauliche die Rechnung rechts auf der Zahlengerade.

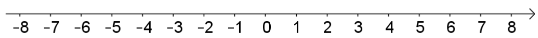
a) $3+5=\boxed{}$



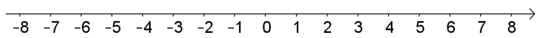
b) $3+(-5)=\boxed{}$



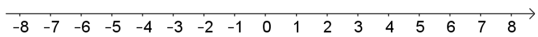
c) $-3+5=\boxed{}$



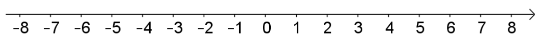
d) $-3+(-5)=\boxed{}$



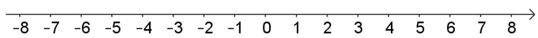
e) $3-5=\boxed{}$



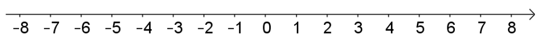
f) $3-(-5)=\boxed{}$



g) $-3-5=\boxed{}$



h) $-3-(-5)=\boxed{}$



2.2

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $8\cdot 4=\boxed{}$ **b)** $8\cdot(-4)=\boxed{}$ **c)** $(-8)\cdot 4=\boxed{}$ **d)** $(-8)\cdot(-4)=\boxed{}$

e) $8:4=\boxed{}$ **f)** $8:(-4)=\boxed{}$ **g)** $(-8):4=\boxed{}$ **h)** $(-8):(-4)=\boxed{}$

2.3

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $20\cdot 18=\boxed{}$ **b)** $42\cdot 50=\boxed{}$ **c)** $14\cdot(10+2)=\boxed{}$ **d)** $42\cdot(20+1)=\boxed{}$

2.4

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $100\cdot 42=\boxed{}$ **b)** $5\cdot 300=\boxed{}$ **c)** $400\cdot 800=\boxed{}$ **d)** $12\,000\cdot 8=\boxed{}$

2.5

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $35 - 7 \cdot 6 + 2 \cdot 3 \quad =$

b) $(35 - 7) \cdot 6 + 2 \cdot 3 =$

c) $(35 - 7 \cdot 6 + 2) \cdot 3 =$

d) $35 - (7 \cdot 6 + 2) \cdot 3 =$

e) $35 - (7 \cdot 6 + 2 \cdot 3) =$

f) $35 - 7 \cdot (6 + 2) \cdot 3 =$

g) $35 - 7 \cdot (6 + 2 \cdot 3) =$

2.6

Das Symbol $-$ wird auf 2 verschiedene Arten verwendet. Der Taschenrechner hat deshalb auch 2 Tasten dafür: $\boxed{-}$ und $\boxed{(-)}$

Markiere die „Rechenzeichen $-$“ und die „Vorzeichen $-$“ mit 2 verschiedenen Farben:

$$-12 - 3 \cdot (-8) + (-2) \cdot (-5) - 4 =$$

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Kontrolliere das Ergebnis mit dem Taschenrechner.

2.7

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $42 - 8 \cdot 3 + 24 : 3 - (3 + 2 \cdot (-5)) =$

b) $-5 \cdot (-2) - (-16) : (-4) + 2 \cdot (-7) =$

c) $3 \cdot (-4) - [-5 + (-12) : 2] =$

d) $-2 - 3 + 14 : (-7) - 2 \cdot (3 + (-8)) =$

2.8

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

Beachte dabei den Unterschied zwischen Klammern $(\dots)$ und Absolutbeträgen $|\dots|$.

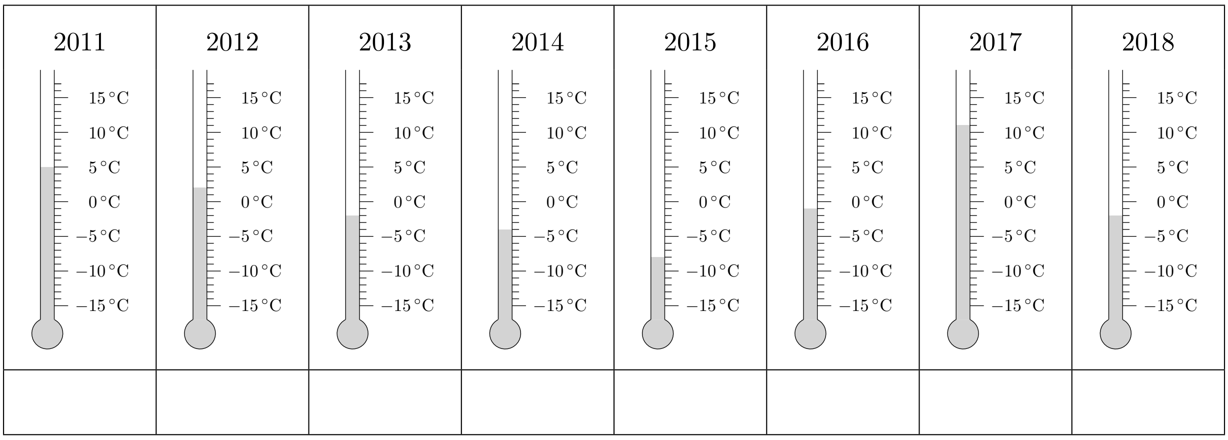
a) $|-2 - 5| - 6 \cdot |8 - 2 \cdot 5| - (-3) + (-1) \cdot (-1) =$

b) $|-2| - |5| - 6 \cdot |8| - |2 \cdot 5| - (-3) + |-1| \cdot (-1) =$

c) $(-2 - 5) - 6 \cdot (8 - 2 \cdot 5) - |-3| + |-1| \cdot |-1| =$

2.9

Bei einer Wetterstation wird jedes Jahr am 1. Jänner um 12 Uhr die Temperatur gemessen:



a) Lies die (ganzzahligen) Temperaturen ab und trage sie in die Kästchen ein.

b) In welchen beiden aufeinander folgenden Jahren war der Temperaturunterschied am größten?

c) Im Jahr 2010 war es zu diesem Zeitpunkt um 6 °C kälter als 2012. Wie hoch war die Temperatur?

d) In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit (°F) angegeben.
Die Umrechnung von °C in °F funktioniert so:
„Dividiere die Temperatur (in °C*) durch* 5*, multipliziere das Ergebnis mit* 9 *und addiere* 32 *zum Ergebnis.“*
Wandle die Temperatur 30 °C in °F um. Wandle die Temperatur 59 °F in °C um.

e) ☆ In einem Zeitungsbericht steht folgender Satz:
„Am 1. *Jänner* 2014 *war es um* 12 *Uhr doppelt so kalt wie zu diesem Zeitpunkt* 2013.*“*
Warum ist diese Aussage unsinnig? Begründe mithilfe von **d)**.

2.10

a) a und $b \neq 0$ sind natürliche Zahlen.
Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine natürliche Zahl als Ergebnis haben.
Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a+b$ ☐ $a-b$ ☐ $a\cdot b$ ☐ $a:b$ ☐ $|a+b|$ ☐ $|a-b|$ ☐ $|a\cdot b|$ ☐ $|a:b|$

b) a und $b \neq 0$ sind ganze Zahlen.
Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine ganze Zahl als Ergebnis haben.
Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a+b$ ☐ $a-b$ ☐ $a\cdot b$ ☐ $a:b$ ☐ $|a+b|$ ☐ $|a-b|$ ☐ $|a\cdot b|$ ☐ $|a:b|$

2.11

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

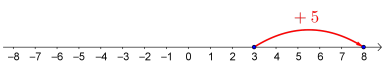
Für zwei ganze Zahlen a, b mit $a < 0$ und $b < 0$ gilt: $b = 2 \cdot a$.

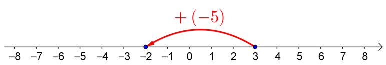
Aufgabenstellung:

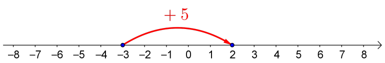
Welche der nachstehenden Berechnungen haben stets eine natürliche Zahl als Ergebnis?

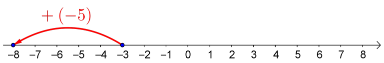
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Berechnungen an!

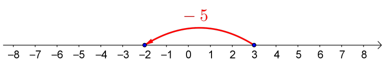
$a + b$	☐
$b : a$	☐
$a : b$	☐
$a \cdot b$	☐
$b - a$	☐

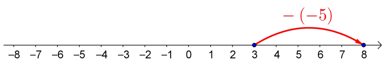
2.1 **a)** 8


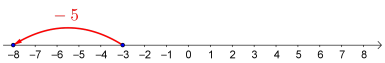
b) −2


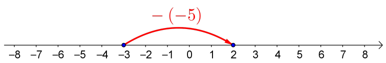
c) 2


d) −8


e) −2


f) 8


g) −8


h) 2


2.2 **a)** 32 **b)** −32 **c)** −32 **d)** 32 **e)** 2 **f)** −2 **g)** −2 **h)** 2

2.3 **a)** 360 **b)** 2100 **c)** 168 **d)** 882

2.4 **a)** 4200 **b)** 1500 **c)** 320 000 **d)** 96 000

2.5 **a)** −1 **b)** 174 **c)** −15 **d)** −97 **e)** −13 **f)** −133 **g)** −49

2.6 Taschenrechner: $\boxed{(-)}\,\boxed{1}\,\boxed{2}\,\boxed{-}\,\boxed{3}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{(-)}\,\boxed{8}\,\boxed{+}\,\boxed{(-)}\,\boxed{2}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{(-)}\,\boxed{5}\,\boxed{-}\,\boxed{4} = 18$

2.7 **a)** 33 **b)** −8 **c)** −1 **d)** 3

2.8 **a)** −1 **b)** −59 **c)** 3

2.9 **a)** 2011: $5\,°C$ 2012: $2\,°C$ 2013: $-2\,°C$ 2014: $-4\,°C$ 2015: $-8\,°C$ 2016: $-1\,°C$ 2017: $11\,°C$ 2018: $-2\,°C$
b) 2017/2018 ($13\,°C$ Unterschied) **c)** $-4\,°C$ **d)** $30\,°C = 86\,°F$ $59\,°F = 15\,°C$
e) Hinweis: Verdopple zum Beispiel $0\,°C = 32\,°F$.

2.10 **a)** ☒ $a + b$ $\underbrace{☐\ a - b}_{1-3=-2}$ ☒ $a \cdot b$ $\underbrace{☐\ a : b}_{1:2=0{,}5}$ ☒ $|a + b|$ ☒ $|a - b|$ ☒ $|a \cdot b|$ $\underbrace{☐\ |a : b|}_{|1:2|=0{,}5}$

b) ☒ $a + b$ ☒ $a - b$ ☒ $a \cdot b$ $\underbrace{☐\ a : b}_{1:2=0{,}5}$ ☒ $|a + b|$ ☒ $|a - b|$ ☒ $|a \cdot b|$ $\underbrace{☐\ |a : b|}_{|1:2|=0{,}5}$

2.11 2. Antwort und 4. Antwort von oben

3. Rationale Zahlen und Prozentrechnung

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Bruchrechnung
- ✓ Arbeitsblatt – Relative Anteile und Prozentrechnung

In der Aufgabensammlung Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

3.1

Berechne ohne Taschenrechner und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$ **b)** $\left(\frac{3}{7}-1\right):\frac{6}{5}$ **c)** $\left(5-2\cdot\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{2}{3}$

3.2

Berechne ohne Taschenrechner und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

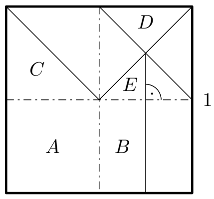
a) $\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}+\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}$

3.3

Das rechts dargestellte Quadrat mit Flächeninhalt 1 wird durch zwei Symmetrieachsen und 4 weitere Strecken in mehrere Teile zerlegt.

Gib die Flächeninhalte jeweils als vollständig gekürzten Bruch an:

$A = \frac{\square}{\square}$ $B = \frac{\square}{\square}$ $C = \frac{\square}{\square}$ $D = \frac{\square}{\square}$ $E = \frac{\square}{\square}$



3.4

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $2\cdot\frac{3}{5}=\frac{\square}{\square}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $2\cdot\frac{x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $\frac{2\cdot x}{2\cdot 5}$ ☐ $\frac{2\cdot x}{5}$ ☐ $\frac{x}{2\cdot 5}$ ☐ $\frac{x\cdot 2}{5}$ ☐ $\frac{2\cdot x}{10}$

3.5

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}=\frac{\square}{\square}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $\frac{x}{5}+\frac{2\cdot x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $\frac{x+2\cdot x}{10}$ ☐ $\frac{x+2\cdot x}{5}$ ☐ $\frac{2\cdot x+2}{5}$ ☐ $\frac{3\cdot x}{5}$ ☐ $\frac{3\cdot x}{10}$

3.6

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $\frac{3}{5} : 2 = \frac{\square}{\square}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $\frac{x}{5} : 2$ äquivalent sind.

☐ $\frac{5}{x} \cdot \frac{1}{2}$ ☐ $\frac{x}{5 \cdot 2}$ ☐ $2 : \frac{x}{5}$ ☐ $\frac{x \cdot 2}{5}$ ☐ $\frac{x \cdot 5}{2}$

3.7

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $2 : \frac{3}{5} = \frac{\square}{\square}$

b) Es gilt $x \neq 0$. Kreuze genau jene Terme an, die zu $2 : \frac{x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $2 \cdot \frac{5}{x}$ ☐ $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{x}$ ☐ $\frac{5}{2 \cdot x}$ ☐ $\frac{10}{x}$ ☐ $\frac{x}{10}$

3.8

Berechne ohne Taschenrechner, und stelle die Ergebnisse jeweils als vollständig gekürzten Bruch dar.

Hinweis: Verwende das Ergebnis von **a)** für **b)**, dann **b)** für **c)** usw.

Berechne dann mit dem Taschenrechner die zugehörigen Dezimalzahlen.

a) $2 + \frac{1}{2}$ **b)** $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$ **c)** $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ **d)** $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$ **e)** $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}$

Setzt man diesen Prozess unendlich fort, spricht man von einem Kettenbruch.
Der sogenannte Grenzwert bei dieser Aufgabe ist $1 + \sqrt{2} = 2{,}414\,213\,5\ldots$.

3.9

Ein *Stammbruch* ist ein Bruch der Form $\frac{1}{n}$ mit einer positiven natürlichen Zahl n, also $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$

a) Schreibe den Bruch $\frac{3}{7}$ als Summe von Stammbrüchen:

$$\frac{3}{7} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$$

Jede Bruchzahl zwischen 0 und 1 kann auch als Summe *verschiedener* Stammbrüche dargestellt werden.
Man kann zeigen, dass die folgende Methode dabei immer funktioniert:

i) Ermittle den größten Stammbruch, der noch kleiner als der gegebene Bruch ist.
Spalte diesen Stammbruch ab.

ii) Wiederhole mit dem gekürzten verbleibenden Bruch.

Zum Beispiel können wir den Bruch $\frac{3}{7}$ folgendermaßen als Summe von *verschiedenen* Stammbrüchen darstellen:

$$\frac{3}{7} = \underbrace{\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{3}\right)}_{\frac{1}{2} > \frac{3}{7} \text{ aber } \frac{1}{3} < \frac{3}{7}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{21} = \frac{1}{3} + \underbrace{\frac{1}{11} + \left(\frac{2}{21} - \frac{1}{11}\right)}_{\frac{1}{10} > \frac{2}{21} \text{ aber } \frac{1}{11} < \frac{2}{21}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$$

b) Stelle den Bruch $\frac{13}{17}$ als Summe verschiedener Stammbrüche dar.

3.10

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Die Menge $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 8\}$ ist eine Teilmenge der natürlichen Zahlen und die Menge $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 8\}$ ist eine Teilmenge der rationalen Zahlen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Beide Mengen *A* und *B* enthalten rationale Zahlen.	☐
Die Menge *B* ist eine Teilmenge der Menge *A*.	☐
Die zwei Mengen *A* und *B* enthalten gleich viele Zahlen.	☐
Die Menge *A* enthält genau 6 Zahlen, die auch in der Menge *B* enthalten sind.	☐
Beide Mengen *A* und *B* enthalten Zahlen, die größer als 7 sind.	☐

3.11 MmF

Im Jahr 2015 betrug der Markenwert von Google 173,6 Mrd. \$ und jener von Apple 247 Mrd. \$.
Von 2015 auf 2016 stieg der Markenwert von Google um 32 %, während sich jener von Apple um 8 % verringerte.
Begründe, welche der beiden Firmen im Jahr 2016 einen höheren Markenwert hatte.

3.12 MmF

a) Das Kapital auf einem Sparbuch wächst pro Jahr um 2 %.
Um wie viel Prozent wächst das Kapital in 5 Jahren insgesamt?

b) Das Kapital auf einem Sparbuch wächst in 5 Jahren insgesamt um 10 %.
Um wie viel Prozent wächst das Kapital durchschnittlich pro Jahr?

3.13 MmF

Ein „−5 %-Gutschein“ reduziert den Preis einer Sonnenbrille auf 42,83 €.
Wieviel würdest du für diese Sonnenbrille mit einem „−15 %-Gutschein“ bezahlen?

3.14 MmF

Ein Supermarkt lockt Kunden mit folgendem Angebot:

„*Heute −25 % auf Tiernahrung und zusätzlich −20 % bei Verwendung der Kundenkarte.*“

a) Vor der Reduktion kostet die Tiernahrung 100 €. Wie viel kostet sie nach Anwendung beider Rabatte?

b) Angenommen du legst Tiernahrung um P € in den Warenkorb.
Erstelle eine Formel für den reduzierten Preis R (in Euro) nach Anwendung beider Rabatte.

c) Um wie viel Prozent wird der Preis von Tiernahrung bei Verwendung der Kundenkarte insgesamt reduziert?

3.15

In Geschäften wird als Verkaufspreis der sogenannte *Bruttopreis* angegeben.
Um den *Bruttopreis* zu erhalten, wird der sogenannte *Nettopreis* um 20 % Mehrwertsteuer (MwSt.) vergrößert.
B ist der Bruttopreis eines Artikels. N ist der Nettopreis dieses Artikels. Dann gilt:

$$B = \boxed{} \cdot N \qquad \text{und} \qquad N = \boxed{} \cdot B$$

Ein Geschäft wirbt mit dem Slogan: *„Heute 20 % Mehrwertsteuer geschenkt.“*
Das heißt: Anstelle des Bruttopreises bezahlt man an diesem Tag den zugehörigen Nettopreis.
Um wie viel Prozent kostet jeder Einkauf an diesem Tag weniger?

3.16

Bei einem bestimmten Taxiunternehmen setzt sich der Tagestarif folgendermaßen zusammen:
Zusätzlich zu einer festgelegten Grundgebühr G ist pro Kilometer zurückgelegter Strecke eine Gebühr K zu bezahlen. Für eine Fahrt, die nachts zwischen 20:00 Uhr und 6:00 Uhr beginnt, ist ein Aufschlag auf den Tagestarif von 30 % zu entrichten. Ein Fahrgast steigt um 22:00 Uhr in ein Taxi dieses Taxiunternehmens ein und fährt damit eine Strecke von S Kilometern.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der gesamten Fahrtkosten F für diese Fahrt auf. Verwenden Sie dabei G, S und K.

$F =$ ______________________________

3.17

Der Umsatz des Weltmarktführers im Seilbahnbau betrug im Geschäftsjahr 2015/16 rund 834 Millionen Euro und lag somit um 5,04 % über dem Umsatz im Geschäftsjahr 2014/15.

1) Berechnen Sie den Umsatz im Geschäftsjahr 2014/15 in Millionen Euro.

3.18

In einer Zeitung wird folgende Analyse veröffentlicht:
„Der Wert der Ein-Unzen-Krugerrand-Goldmünze ist im Jahr 2010 um 20 % gestiegen. Im Jahr 2011 stieg der Wert nochmals um 10 %. Also ist der Wert der Münze in diesen beiden Jahren insgesamt um 30 % gestiegen.“

1) Begründen Sie, warum diese Aussage über die Wertentwicklung nicht richtig ist.

3.19

Am Ende des Jahres 2017 lag der Preis eines bestimmten Kleidungsstücks bei € 49,90. Damit war es um 17,8 % teurer als zu Beginn des Jahres 2017.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um welchen Geldbetrag das Kleidungsstück im Laufe des Jahres 2017 teurer geworden ist.

3.20

Seit 2015 werden in Deutschland bestimmte Hörbücher statt mit 19 % Mehrwertsteuer (MWSt.) mit dem ermäßigten Mehrwertsteuersatz von 7 % belegt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Formel auf, mit deren Hilfe für ein Hörbuch, das ursprünglich inklusive 19 % MWSt. € x kostete, der ermäßigte Preis € y inklusive 7 % MWSt. berechnet werden kann!

3.21

Ein bestimmtes Medikament wird in flüssiger Form eingenommen. Es beinhaltet pro Milliliter Flüssigkeit 30 Milligramm eines Wirkstoffs. Martin nimmt 85 Milliliter dieses Medikaments ein. Vom Wirkstoff gelangen 10 % in seinen Blutkreislauf.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Milligramm dieses Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf gelangen.

Es gelangen ____________ Milligramm des Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf.

3.22

Die nachstehenden Angaben beziehen sich auf Straßenverkehrsunfälle im Zeitraum von 2014 bis 2016.

A ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2014, davon a % mit Personenschaden
B ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2015, davon b % mit Personenschaden
C ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2016, davon c % mit Personenschaden

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term für die Gesamtanzahl N der Straßenverkehrsunfälle mit Personenschaden im Zeitraum von 2014 bis 2016 an.

$N =$ ________________________________

3.23

Viele Zusammenhänge können in der Mathematik durch Gleichungen ausgedrückt werden.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Beschreibungen eines möglichen Zusammenhangs zweier Zahlen a und b mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ jeweils die entsprechende Gleichung (aus A bis F) zu!

a ist halb so groß wie b.	
b ist 2 % von a.	
a ist um 2 % größer als b.	
b ist um 2 % kleiner als a.	

A	$2 \cdot a = b$
B	$2 \cdot b = a$
C	$a = 1{,}02 \cdot b$
D	$b = 0{,}02 \cdot a$
E	$1{,}2 \cdot b = a$
F	$b = 0{,}98 \cdot a$

3.24

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Mit einem *Aktienspam* wird durch massenhaften Versand von E-Mails eine meist wertlose Aktie beworben, um deren Kurs in die Höhe zu treiben. Der Versender ist selbst Besitzer der Aktie, die er nach der Kurssteigerung gewinnbringend verkauft, worauf der Kurs wieder fällt.
Ein Händler behauptet: „Wenn der Kurs der Aktie in einem Quartal um 50 % steigt und im nächsten Quartal um 50 % fällt, dann haben Sie weder Gewinn noch Verlust gemacht.“

1) Zeigen Sie, dass diese Aussage falsch ist.

3.25

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Eine Gruppe von n Personen bestellt Eintrittskarten für einen anderen Zirkus zu einem Eintrittspreis von p Euro pro Person. Bis zum Tag der Vorstellung hat sich die Gruppengröße jedoch um k Personen erhöht, und der Veranstalter gewährt deshalb allen eine Ermäßigung von 5 % auf den Eintrittspreis.

1) Kreuzen Sie den richtigen Ausdruck zur Berechnung des insgesamt bezahlten Eintritts an. [1 aus 5]

$\frac{(n+k)\cdot p}{0{,}95}$	☐
$(n+k)\cdot p\cdot 0{,}95$	☐
$0{,}95\cdot(n+k\cdot p)$	☐
$0{,}05\cdot(n+k)\cdot p$	☐
$(n\cdot k+p)\cdot 0{,}95$	☐

3.1 **a)** $\frac{1}{5}$ **b)** $-\frac{10}{21}$ **c)** $\frac{38}{15}$
3.2 **a)** $\frac{61}{30}$ **b)** $\frac{50}{27}$
3.3 $A=\frac{1}{4}$ $B=\frac{1}{8}$ $C=\frac{1}{8}$ $D=\frac{1}{16}$ $E=\frac{1}{32}$
3.4 **a)** $\frac{6}{5}$ **b)** $\frac{2\cdot x}{5}$ und $\frac{x\cdot 2}{5}$
3.5 **a)** $\frac{6}{5}$ **b)** $\frac{x+2\cdot x}{5}$ und $\frac{3\cdot x}{5}$
3.6 **a)** $\frac{3}{10}$ **b)** $\frac{x}{5\cdot 2}$
3.7 **a)** $\frac{10}{3}$ **b)** $2\cdot\frac{5}{x}$ und $\frac{10}{x}$
3.8 **a)** $\frac{5}{2}=2{,}5$ **b)** $\frac{12}{5}=2{,}4$ **c)** $\frac{29}{12}=2{,}4166\ldots$ **d)** $\frac{70}{29}=2{,}4137\ldots$ **e)** $\frac{169}{70}=2{,}4142\ldots$
3.9 **a)** Zum Beispiel: $\frac{3}{7}=\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$ **b)** $\frac{13}{17}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{68}$
3.10 1. Antwort und 4. Antwort von oben
3.11 Google: 229,152 Mrd. \$ Apple: 227,24 Mrd. \$ $\Longrightarrow$ Google hatte im Jahr 2016 einen größeren Markenwert.
3.12 **a)** Das Kapital wächst in 5 Jahren um 10,40... %. **b)** Das Kapital wächst pro Jahr durchschnittlich um 1,92... %.
3.13 38,32... €
3.14 **a)** 60 € **b)** $R=P\cdot 0{,}6$ **c)** 40 %
3.15 $B=1{,}2\cdot N$ $N=0{,}833\ldots\cdot B$ Jeder Einkauf kostet 16,66... % weniger.
3.16 $F=1{,}3\cdot(G+S\cdot K)$
3.17 793,98... Millionen Euro
3.18 Die angegebenen Prozentsätze dürfen nicht addiert werden, weil sie sich nicht auf denselben Grundwert beziehen. Der Wert der Goldmünze ist mit dem Faktor $1{,}2\cdot 1{,}1=1{,}32$ gestiegen, also um 32 %.
3.19 € 7,54...
3.20 $y=\frac{x}{1{,}19}\cdot 1{,}07$
3.21 255
3.22 $N=A\cdot\frac{a}{100}+B\cdot\frac{b}{100}+C\cdot\frac{c}{100}$
3.23 Von oben nach unten: A, D, C, F
3.24 Der Kurs der Aktie ändert sich insgesamt mit dem Faktor $1{,}5\cdot 0{,}5=0{,}75$, d.h., der Aktienkurs ist um 25 % gefallen. (Man hat also Verlust gemacht.)
3.25 2. Antwort von oben

4. Reelle Zahlen, Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung

✓ Arbeitsblatt – Reelle Zahlen

In der Aufgabensammlung Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

4.1

a) a und $b \neq 0$ sind rationale Zahlen.
Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine rationale Zahl als Ergebnis haben.
Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a+b$ ☐ $a-b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a+b|$ ☐ $|a-b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

b) a und b sind positive rationale Zahlen.
Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine positive rationale Zahl als Ergebnis haben.
Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a+b$ ☐ $a-b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a+b|$ ☐ $|a-b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

rational mal irrational

Die Zahl R ist eine rationale Zahl ungleich 0. Die Zahl I ist eine irrationale Zahl.
Ist das Produkt $R \cdot I$ dann sicher rational oder sicher irrational oder ist beides möglich?

Wir beweisen indirekt, dass $R \cdot I$ eine irrationale Zahl sein muss. Also nehmen wir das Gegenteil an und zeigen, dass das nicht möglich sein kann:

Angenommen, das Produkt $R \cdot I$ ist rational. Dann gibt es ganze Zahlen a und $b \neq 0$, für die gilt:

$$R \cdot I = \frac{a}{b}$$

Da R eine rationale Zahl ungleich 0 ist, gibt es auch ganze Zahlen $c \neq 0$ und $d \neq 0$, für die gilt:

$$R = \frac{c}{d}$$

Wir setzen oben ein und formen nach I um:

$$\frac{c}{d} \cdot I = \frac{a}{b} \iff I = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Zum Beispiel könnte man aus der falschen Annahme $\frac{4}{5} \cdot \sqrt{2} = \frac{11}{10}$ dann folgern, dass für die irrationale Zahl $\sqrt{2}$ gilt: $\sqrt{2} = \frac{55}{40}$
Aber das kann eben nicht sein, weil $\sqrt{2}$ irrational ist.

Wir haben also die irrationale Zahl I als Bruch zweier ganzer Zahlen $a \cdot d$ und $b \cdot c \neq 0$ darstellen können. ↯

Das ist ein Widerspruch zu der Voraussetzung, dass I irrational ist. Also muss die Annahme, dass $R \cdot I$ eine rationale Zahl sein kann, falsch gewesen sein. Damit haben wir bewiesen, dass das Produkt einer rationalen Zahl ungleich 0 und einer irrationalen Zahl stets eine irrationale Zahl ist.

4.2

Die Zahl R ist eine rationale Zahl. Die Zahl I ist eine irrationale Zahl.
Zeige, dass die Summe $R + I$ jedenfalls eine irrationale Zahl ist.

4.3

Die Summe zweier irrationaler Zahlen kann irrational sein, aber kann auch rational sein.
Die Kreiszahl π ist irrational.

a) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass die Summe *irrational* ist:

$\pi + \boxed{} = \boxed{}$

b) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass die Summe *rational* ist:

$\pi + \boxed{} = \boxed{}$

4.4

Das Produkt zweier irrationaler Zahlen kann irrational sein, aber kann auch rational sein.
Die Zahl $\sqrt{n}$ mit einer natürlichen Zahl n ist ...

- ...rational, falls n eine Quadratzahl ist. Zum Beispiel ist $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6 = \frac{6}{1}$ rational.
- ...irrational, falls n keine Quadratzahl ist. Zum Beispiel ist $\sqrt{42}$ irrational.

a) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass das Produkt *irrational* ist:

$\sqrt{2} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

b) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass das Produkt *rational* ist:

$\sqrt{2} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

4.5

Kreuze jeweils alle Zahlenbereiche an, in denen die Zahl enthalten ist.

	42	$-\frac{6}{2}$	$\frac{7}{4}$	$-8{,}91$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{12}$	$\frac{2}{\sqrt{25}}$	$2{,}7\overline{13}$	π
$\mathbb{N}$										
$\mathbb{Z}$										
$\mathbb{Q}$										
$\mathbb{R}$										

☆ Begründe, ob die Zahl $0{,}0|1|0|11|0|111|0|1111|0|\ldots$ rational oder irrational ist.

4.6

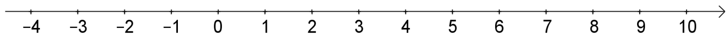
Welche der folgenden Zahlen sind im Intervall $]-3; 7]$ enthalten? Kreuze an.

-3	7	5	-5	$-\frac{9}{4}$	$\frac{43}{6}$	$\sqrt{50}$	$-\sqrt{8}$	$2 \cdot \pi$	$5{,}\dot{9}$

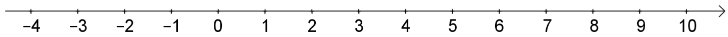
4.7

Schreibe die Mengen als Intervall an. Veranschauliche das Intervall auf der Zahlengerade.

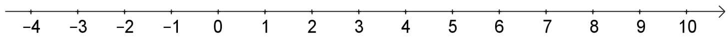
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 4\} = \boxed{}$



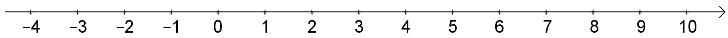
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 8\} = \boxed{}$



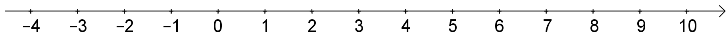
c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2{,}5 < x \leq 5{,}5\} = \boxed{}$



d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\} = \boxed{}$



e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} = \boxed{}$



4.8

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Für Zahlen gibt es verschiedene Darstellungsmöglichkeiten. So ist etwa $\frac{1}{2} = 0{,}5$ als endliche Dezimalzahl oder $\frac{1}{6} = 0{,}1\dot{6}$ als periodische Dezimalzahl darstellbar. Unten stehend sind Aussagen zu Darstellungsmöglichkeiten verschiedener Zahlen gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Jede rationale Zahl lässt sich als endliche Dezimalzahl oder als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden.	☐
Jeder Bruch zweier ganzer Zahlen kann als endliche Dezimalzahl dargestellt werden.	☐
Es gibt rationale Zahlen, die man nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.	☐
Es gibt Quadratwurzeln natürlicher Zahlen, die nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden können.	☐

4.9

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Gegeben sind zwei natürliche Zahlen a und b, wobei gilt: $b \neq 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, die auf jeden Fall eine natürliche Zahl als Ergebnis liefern.

$a + b$	☐
$a - b$	☐
$\frac{a}{b}$	☐
$a \cdot b$	☐
$\sqrt[a]{b}$	☐

4.10

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Gegeben sind fünf Aussagen zu Zahlen und Zahlenmengen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

$\sqrt{\frac{9}{2}}$ ist eine rationale Zahl.	☐
$-\sqrt{100}$ ist eine ganze Zahl.	☐
$\sqrt{15}$ hat eine endliche Dezimaldarstellung.	☐
$\sqrt{2}$ ist eine rationale Zahl.	☐
-4 ist kein Quadrat einer reellen Zahl.	☐

4.11

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen und Zahlenmengen angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl ist eine irrationale Zahl.	☐
Jede natürliche Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ dargestellt werden.	☐
Das Produkt zweier rationaler Zahlen kann eine natürliche Zahl sein.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ dargestellt werden.	☐
Es gibt eine kleinste ganze Zahl.	☐

4.12

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Für zwei Zahlen a und b mit $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $a + b = a \cdot b$

Aufgabenstellung:

Begründen Sie allgemein, warum es unter dieser Voraussetzung nicht möglich ist, dass sowohl a als auch b negativ sind.

4.13

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Untenstehend sind fünf Aussagen über Zahlen aus den Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die korrekt sind!

Reelle Zahlen mit periodischer oder endlicher Dezimaldarstellung sind rationale Zahlen.	☐
Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets eine natürliche Zahl.	☐
Alle Wurzelausdrücke der Form $\sqrt{a}$ für $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ sind stets irrationale Zahlen.	☐
Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen a, b existiert stets eine weitere rationale Zahl.	☐
Der Quotient zweier negativer ganzer Zahlen ist stets eine positive ganze Zahl.	☐

4.14

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Gegeben ist die Zahlenmenge $\mathbb{Q}^+$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Zahlen an, die Elemente dieser Zahlenmenge sind!

$\sqrt{5}$	☐
$0{,}9 \cdot 10^{-3}$	☐
$\sqrt{0{,}01}$	☐
$\frac{\pi}{4}$	☐
$-1{,}41 \cdot 10^{3}$	☐

4.15

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Gegeben sind vier Eigenschaften von Zahlen sowie sechs Zahlen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Eigenschaften von Zahlen jeweils die Zahl mit dieser Eigenschaft aus A bis F zu.

negative ganze Zahl	
negative irrationale Zahl	
positive ganze Zahl	
positive irrationale Zahl	

A	$2 - \sqrt{10}$
B	10^{-2}
C	$-\sqrt{10^2}$
D	$2 : (-10)$
E	$\sqrt{10} : 2$
F	$(-\sqrt{10})^2$

4.1 **a)** $\boxtimes\, a+b$ $\boxtimes\, a-b$ $\boxtimes\, a\cdot b$ $\boxtimes\, a:b$ $\boxtimes\, |a+b|$ $\boxtimes\, |a-b|$ $\boxtimes\, |a\cdot b|$ $\boxtimes\, |a:b|$

b) $\boxtimes\, a+b$ $\underbrace{\square\, a-b}_{1-2=-1}$ $\boxtimes\, a\cdot b$ $\boxtimes\, a:b$ $\boxtimes\, |a+b|$ $\underbrace{\square\, |a-b|}_{1-1=0}$ $\boxtimes\, |a\cdot b|$ $\boxtimes\, |a:b|$

4.2 Indirekter Beweis: Angenommen, die Summe ist eine rationale Zahl. Dann gibt es ganze Zahlen a und $b\neq 0$, für die $R+I=\frac{a}{b}$ gilt. Wir formen nach I um: $I=\frac{a}{b}-R$
Dann wäre I als Differenz zweier rationaler Zahlen eine rationale Zahl. ↯
Das ist ein Widerspruch, also muss die Summe eine irrationale Zahl sein.

4.3 **a)** Zum Beispiel: $\pi+\pi=2\cdot\pi$ ist irrational.
b) Zum Beispiel: $\pi+(-\pi)=0$ ist rational.

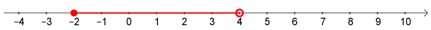
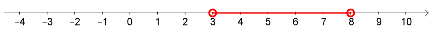
4.4 **a)** Zum Beispiel: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$ ist irrational.
b) Zum Beispiel: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$ ist rational.

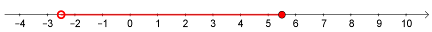
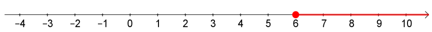
4.5

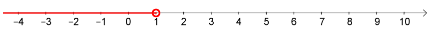
	42	$-\frac{6}{2}$	$\frac{7}{4}$	$-8{,}91$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{12}$	$\frac{2}{\sqrt{25}}$	$2{,}7\overline{13}$	π
$\mathbb{N}$	✓					✓				
$\mathbb{Z}$	✓	✓				✓				
$\mathbb{Q}$	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	
$\mathbb{R}$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

4.6

-3	7	5	-5	$-\frac{9}{4}$	$\frac{43}{6}$	$\sqrt{50}$	$-\sqrt{8}$	$2\cdot\pi$	$5{,}\dot{9}$
	✓	✓		✓			✓	✓	✓

4.7 **a)** $[-2;4[$  **b)** $]3;8[$ 

c) $]-2{,}5;5{,}5]$  **d)** $[6;\infty[$ 

e) $]-\infty;1[$ 

4.8 1. Antwort und 5. Antwort von oben

4.9 1. Antwort und 4. Antwort von oben

4.10 2. Antwort und 5. Antwort von oben

4.11 2. Antwort und 3. Antwort von oben

4.12 Die Summe zweier negativer Zahlen ist negativ, das Produkt zweier negativer Zahlen ist positiv. Daher können die Summe und das Produkt der beiden Zahlen nicht übereinstimmen.

4.13 1. Antwort und 4. Antwort von oben

4.14 2. Antwort und 3. Antwort von oben

4.15 Von oben nach unten: C, A, F, E

5. Umrechnung von Einheiten

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Umrechnung von Einheiten

In der Aufgabensammlung Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

5.1

Lerne die ersten 3 Spalten der Tabelle und die besonderen Maßeinheiten unterhalb auswendig.

Zehnerpotenz	**Vorsilbe**	**Abkürzung**	Zahlenname	Beispiel	Anwendung in der Größenordnung
$\mathbf{10^{12}}$	**Tera**	**T**	Billion	Terabyte (TB)	Speichergröße einer Festplatte
$\mathbf{10^{9}}$	**Giga**	**G**	Milliarde	Gigabyte (GB)	Speichergröße einer DVD / Blu-Ray
$\mathbf{10^{6}}$	**Mega**	**M**	Million	Megabyte (MB)	Speichergröße eines Fotos
$\mathbf{10^{3}}$	**Kilo**	**k**	Tausend	Kilogramm (kg)	Masse eines bestimmten Platin/Iridium-Zylinders
$\mathbf{10^{2}}$	**Hekto**	**h**	Hundert	Hektoliter (hℓ)	Tankvolumen eines Geländewagens
$\mathbf{10^{1}}$	**Deka**	**da**	Zehn	Deka(gramm) (dag)	Masse einer Scheibe Schinken
$\mathbf{10^{-1}}$	**Dezi**	**d**	Zehntel	Dezimeter (dm)	Seitenlänge einer würfelförmigen Literpackung
$\mathbf{10^{-2}}$	**Centi**	**c**	Hundertstel	Centimeter (cm)	Länge eines Fingernagels
$\mathbf{10^{-3}}$	**Milli**	**m**	Tausendstel	Milligramm (mg)	Masse einer (kleinen) Ameise
$\mathbf{10^{-6}}$	**Mikro**	$\boldsymbol{\mu}$	Millionstel	Mikrometer (μm)	Partikelgröße von Feinstaub
$\mathbf{10^{-9}}$	**Nano**	**n**	Milliardstel	Nanometer (nm)	Durchmesser der DNA-Doppelhelix
$\mathbf{10^{-12}}$	**Piko**	**p**	Billionstel	Pikoliter (pl)	Tintenmenge zum Drucken eines Pixels

Besondere Maßeinheiten: $\underbrace{1\,\ell}_{\text{1 Liter}} = 1\,\text{dm}^3$, $\underbrace{1\,\text{t}}_{\text{1 Tonne}} = 1000\,\text{kg}$, $1\,\text{h} = 60\,\text{min} = 3600\,\text{s}$, $\underbrace{1\,\text{a}}_{\text{1 Ar}} = 100\,\text{m}^2$

5.2

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $1\,\text{km} = 10^{\square}\,\text{m}$
b) $10^4\,\text{MV} = 10^{\square}\,\text{V}$
c) $10^{-7}\,\text{GPa} = 10^{\square}\,\text{Pa}$
d) $10^{15}\,\text{n}\ell = 10^{\square}\,\ell$
e) $10^4\,\mu\text{Hz} = 10^{\square}\,\text{Hz}$
f) $10^2\,\text{km}^2 = 10^{\square}\,\text{m}^2$
g) $10^2\,\text{cm}^2 = 10^{\square}\,\text{m}^2$
h) $10^{-4}\,\text{km}^3 = 10^{\square}\,\text{m}^3$
i) $10^6\,\text{mm}^3 = 10^{\square}\,\text{m}^3$

5.3

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $1\,\text{g} = 10^{\square}\,\text{kg}$
b) $10^5\,\text{J} = 10^{\square}\,\text{GJ}$
c) $10^8\,\text{Wh} = 10^{\square}\,\text{MWh}$
d) $10^{-1}\,\text{A} = 10^{\square}\,\text{mA}$
e) $10^{-3}\,\text{N} = 10^{\square}\,\mu\text{N}$
f) $10^{-4}\,\text{m}^2 = 10^{\square}\,\text{mm}^2$
g) $10^5\,\text{m}^2 = 10^{\square}\,\text{km}^2$
h) $10^{-6}\,\text{m}^3 = 10^{\square}\,\text{cm}^3$
i) $10^2\,\text{m}^3 = 10^{\square}\,\text{dm}^3$

5.4 MmF

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $1\,\text{km} = 10^{\square}\,\text{cm}$ **d)** $10^3\,\text{dag} = 10^{\square}\,\text{kg}$ **g)** $10^1\,\text{cm}^2 = 10^{\square}\,\mu\text{m}^2$

b) $10^{-5}\,\text{TB} = 10^{\square}\,\text{MB}$ **e)** $10^2\,\text{MJ} = 10^{\square}\,\text{mJ}$ **h)** $10^{42}\,\text{nm}^3 = 10^{\square}\,\text{km}^3$

c) $10^4\,\text{m}\Omega = 10^{\square}\,\text{k}\Omega$ **f)** $10^5\,\text{mm}^2 = 10^{\square}\,\text{dm}^2$ **i)** $10^{-6}\,\text{dm}^3 = 10^{\square}\,\text{mm}^3$

5.5 MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $81\,300\,\text{mm} = 8{,}13 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{m} = 8{,}13 \cdot 10^{\square}\,\text{m}$

b) $0{,}0023\,\text{GV} = 2{,}3 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{V} = 2{,}3 \cdot 10^{\square}\,\text{V}$

c) $0{,}000\,076\,\text{km}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{m}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{\square}\,\text{m}^2$

d) $520\,000\,\text{cm}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{m}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{\square}\,\text{m}^3$

5.6 MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $12\,500\,\text{g} = 1{,}25 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{kg} = 1{,}25 \cdot 10^{\square}\,\text{kg}$

b) $0{,}000\,021\,\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{m}\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{\square}\,\text{m}\Omega$

c) $0{,}000\,000\,42\,\text{m}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{mm}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{\square}\,\text{mm}^2$

d) $21\,500\,\text{m}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{km}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{\square}\,\text{km}^3$

5.7 MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $0{,}000\,02\,\text{kN} = 2 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{mN} = 2 \cdot 10^{\square}\,\text{mN}$

b) $8760\,\text{dag} = 8{,}76 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{kg} = 8{,}76 \cdot 10^{\square}\,\text{kg}$

c) $0{,}000\,056\,\text{dm}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\mu\text{m}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{\square}\,\mu\text{m}^2$

d) $800\,000\,\text{nm}^3 = 8 \cdot 10^{\square} \cdot 10^{\square}\,\text{mm}^3 = 8 \cdot 10^{\square}\,\text{mm}^3$

5.8 MmF

Trage richtige Zahlen in die Kästchen ein.

a) $93\,\dfrac{\text{mg}}{\ell} = 9{,}3 \cdot 10^{\square} \cdot \dfrac{10^{\square}\,\mu\text{g}}{10^{\square}\,\text{d}\ell} = 9{,}3 \cdot 10^{\square}\,\dfrac{\mu\text{g}}{\text{d}\ell}$

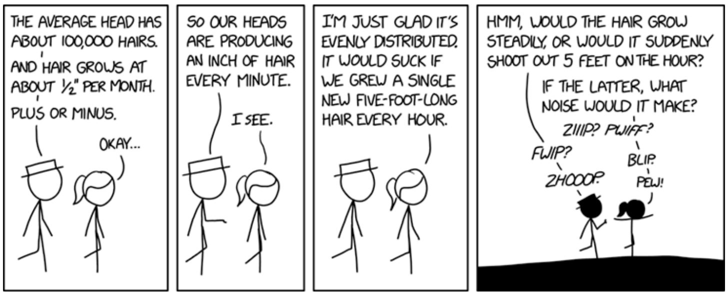
b) $0{,}36\,\dfrac{\text{km}}{\text{min}} = 360 \cdot 10^{\square}\,\dfrac{10^{\square}\,\text{m}}{\square\,\text{s}} = \square \cdot 10^{\square}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $710\,\dfrac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 7{,}1 \cdot 10^{\square} \cdot \dfrac{10^{\square}\,\text{kN}}{10^{\square}\,\text{cm}^2} = 7{,}1 \cdot 10^{\square}\,\dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

d) $960\,\dfrac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 9{,}6 \cdot 10^{\square} \cdot \dfrac{10^{\square}\,\text{kg}}{10^{\square}\,\text{m}^3} = 9{,}6 \cdot 10^{\square}\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

5.9 MmF

Ein bestimmter Mensch hat 100 000 Haare am Kopf.
Jedes Haar wächst mit der Geschwindigkeit $6''/\text{Jahr}$. Dabei gilt: $1'' = 2{,}54\,\text{cm}$
Angenommen, das gesamte Haarwachstum wird auf einziges Haar zusammengefasst.
Um wie viele Zentimeter würde dieses Haar pro Stunde wachsen?



Quelle: https://xkcd.com/2316/

5.10 MmF

Internet-Provider geben die maximale Download-Geschwindigkeit in der Einheit MBit/s an.
Die Download-Geschwindigkeit im Browser wird in der Einheit MB/s angegeben.
Dabei gilt $8\text{ Bit} = 1\text{ Byte} = 1\,\text{B}$, also $8\,\text{MBit/s} = 1\,\text{MB/s}$.

Für ein Computer-Spiel musst du 42 GB herunterladen. Wie viele Minuten dauert der Download, wenn deine maximale Download-Geschwindigkeit 250 MBit/s durchgehend erreicht wird?

5.11 MmF

Der Energieumsatz („Stromverbrauch“) wird häufig in der Einheit kWh angegeben.
Zum Beispiel: Die Leistung eines laufenden unbenutzten Computers beträgt rund 100 W.
Wenn dieser Computer 10 h unbenutzt läuft, dann ist sein Energieumsatz $100\,\text{W} \cdot 10\,\text{h} = 1000\,\text{Wh} = 1\,\text{kWh}$.

In einem Schul-Computerraum laufen von einem Freitag ab 11:30 Uhr bis zum darauffolgenden Montag um 8:00 Uhr insgesamt 18 Computer unbenutzt.
Berechne die dadurch verursachten Stromkosten, wenn der Strompreis 21 Cent/kWh beträgt.

5.12 MmF

Die Sonne verliert durch Energieabstrahlung pro Sekunde rund 4 Millionen Tonnen an Masse. Um wieviel Prozent wird sich ihre derzeitige Masse von $2 \cdot 10^{30}$ kg in den nächsten 10 Milliarden Jahren verringern?

5.13 MmF

Das Licht legt pro Sekunde rund 300 Millionen Meter zurück.

a) Die Sonne ist rund 152 Millionen Kilometer von der Erde entfernt. Wie viele Minuten benötigt das Licht von der Sonne bis zur Erde?

b) Wie viele Tage muss ein Formel-1-Auto mit der Geschwindigkeit 378 km/h fahren, um die gleiche Strecke zurückzulegen wie das Licht in einer Sekunde?

5.14 MmF

18 Liter Wasser enthalten rund $6 \cdot 10^{26}$ Moleküle.

a) Ein Nebeltröpfchen hat ein Volumen von $4 \cdot 10^{-6}\,\text{mm}^3$. Wie viele Moleküle sind in diesem Nebeltröpfchen enthalten?

b) Die Erdoberfläche ist ca. 510 Millionen km^2 groß. Angenommen, es wird 1/8 Liter Wasser gleichmäßig über die Erdoberfläche verteilt. Wie viele Moleküle würden sich dann auf jedem cm^2 der Erdoberfläche befinden?

c) Das Mittelmeer enthält ca. $5 \cdot 10^{15}\,\text{m}^3$ Wasser. Angenommen, die Moleküle in 1/8 Liter Wasser werden grün gefärbt und dann gleichmäßig in das Mittelmeer eingemischt. Wie viele dieser „grünen Moleküle“ würden sich dann in jedem cm^3 des Mittelmeeres befinden?

5.15 MmF

Der *spezifische Widerstand* ρ ist eine Materialkonstante, die zur Berechnung des elektrischen Widerstands verwendet wird. Der spezifische Widerstand wird in den Einheiten $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ und $\Omega \cdot \text{m}$ angegeben.

Für den spezifischen Widerstand von Kupfer gilt: $\rho_K = 0{,}017\,21\,\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Rechne ρ_K in die Einheit $\Omega \cdot \text{m}$ um, und trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$\rho_K = 1{,}721 \cdot 10^{\boxed{}}\,\Omega \cdot \text{m}$$

5.16 MmF

Die Suchmaschine Google beantwortet rund 3,5 Milliarden Suchanfragen pro Tag.
Der Energieumsatz („Stromverbrauch“) pro Suchanfrage beträgt rund 0,3 Wh.
Ein 1-Personen-Haushalt hat einen jährlichen Energieumsatz von rund 2000 kWh.
Rund wie viele 1-Personen-Haushalte haben in Summe den gleichen Energieumsatz wie Google für die Beantwortung der Suchanfragen?

5.17 MmF

Die Geschwindigkeit wird in „Weg pro Zeit“ angegeben, zum Beispiel: „Kilometer pro Stunde“
Im Laufsport wird der sogenannte *Pace* in „Zeit pro Weg“ angegeben, zum Beispiel: „Minuten pro Kilometer“
Welche Geschwindigkeit in km/h entspricht dem Pace 5 min/km? Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

$$5\,\frac{\text{min}}{\text{km}} = \boxed{}\,\frac{\text{km}}{\text{min}} = \boxed{}\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot \frac{\boxed{}\,\text{min}}{1\,\text{h}} = \boxed{}\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Hinweis: Bei der Umrechnung von „Minuten pro Kilometer“ auf „Kilometer pro Minute“ wird der Kehrwert gebildet.

5.18 ☆ MmF

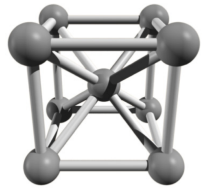
Mit einem sogenannten Hochdruck-Hochtemperatur-Verfahren können künstliche Diamanten hergestellt werden.
Dazu wird Graphit mit bis zu 6 Gigapascal bei einer Temperatur von 1500 °C zusammengedrückt.
In einer Dokumentation wird behauptet, dass dieser Druck in etwa jenem entspricht, wenn 80 Elefanten auf deiner großen Zehe stehen. Überprüfe, ob diese Behauptung in der richtigen Größenordnung liegt.

Hinweise: **1)** Masse eines Elefanten $\approx$ 5 Tonnen **2)** Kraft $F = m \cdot a \approx m \cdot 10\,\text{m/s}^2$ **3)** $1\,\text{N} = 1\,\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
4) Fläche einer großen Zehe $\approx 10\,\text{cm}^2$ **5)** Druck $p = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ **6)** 1 Pascal = $1\,\text{N/m}^2$

5.19

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Das Atomium ist ein Gebäude, das in Brüssel anlässlich der Weltausstellung 1958 errichtet wurde.
Die nachstehende Abbildung stellt ein Modell dieses würfelförmigen Gebäudes dar.



Eine Kugel des Atomiums mit einem Durchmesser von 18 m soll ein Eisenatom in 165-milliardenfacher Vergrößerung darstellen.

1) Geben Sie den Durchmesser eines Eisenatoms in Nanometern (nm) an.

5.20

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Die Sonne ist das Zentrum unseres Sonnensystems.
Das Volumen der Sonne wird mit $V = 1{,}41 \cdot 10^{18}\,\text{km}^3$ und ihre mittlere Dichte mit $\rho = 1{,}41\,\text{g/cm}^3$ angegeben.

1) Berechnen Sie die Masse m der Sonne in kg, wenn der Zusammenhang zwischen dem Volumen, der Dichte und der Masse gegeben ist durch $\rho = \frac{m}{V}$.

5.21

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Der Blutkreislauf ist ein wichtiges Versorgungssystem des menschlichen Körpers.
Ein wichtiger Bestandteil des Blutes sind die roten Blutkörperchen.
$1\,\text{cm}^3$ Blut enthält rund 5 Milliarden rote Blutkörperchen.

1) Ermitteln Sie, wie viele rote Blutkörperchen sich in 6 L Blut befinden. Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung in der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ an.

Der Durchmesser eines roten Blutkörperchens beträgt $7{,}5\,\mu\text{m}$. Nehmen Sie an, man würde alle Blutkörperchen, die in 6 L Blut enthalten sind, aneinanderreihen.

2) Berechnen Sie, welche Länge in Metern die Kette der aneinandergereihten Blutkörperchen hätte.

5.22

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Der World Gold Council, eine globale Lobby-Organisation der Goldminenindustrie, schätzt die bis zum Jahr 2012 weltweit geförderte Goldmenge auf rund $1{,}713 \cdot 10^8$ Kilogramm (kg).
Gold hat eine Dichte von 19,3 Gramm pro Kubikzentimeter (g/cm^3). Die Masse ist das Produkt von Volumen und Dichte.
Stellen Sie sich vor, dass die gesamte weltweit geförderte Goldmenge in einen Würfel gegossen wird.

1) Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels in Metern.

5.23

Bundesministerium Bildung, Wissenschaft und Forschung

Eine Windkraftanlage setzt Bewegungsenergie in elektrische Energie um. Ihre Nennleistung (= maximal mögliche Leistung) wird in Megawatt (MW) angegeben. Die tatsächlich erreichte Leistung hängt von den Windverhältnissen vor Ort ab und liegt im Jahresdurchschnitt zwischen 20 % und 40 % der Nennleistung.

Eine Windkraftanlage mit einer Nennleistung von 1,5 MW erreicht an einem bestimmten Standort im Jahresdurchschnitt 28 % der Nennleistung. Die Energie E ist das Produkt aus Leistung P und der Zeit t, also $E = P \cdot t$.

1) Berechnen Sie, wie viel Energie in Megawattstunden (MWh) diese Anlage durchschnittlich pro Jahr (365 Tage) liefert.

5.24

Im Jahr 2019 betrug die weltweite Gesamtproduktion von Papier 412 Millionen Tonnen. Im Folgenden sind die Produktionsmengen der vier Staaten mit der größten Papierproduktion im Jahr 2019 angegeben.

China: 109 Millionen Tonnen
USA: 69 Millionen Tonnen
Japan: 25 Millionen Tonnen
Deutschland: 22 Millionen Tonnen

Datenquelle: DIE PAPIERINDUSTRIE – Leistungsbericht PAPIER 2021

1) Berechnen Sie, wie viel Prozent der weltweiten Gesamtproduktion von Papier im Jahr 2019 von diesen vier Staaten insgesamt hergestellt wurden.

Der mittlere Energieverbrauch für die Herstellung von 1 kg Papier in Deutschland wird mit 2,5 Kilowattstunden (kWh) angegeben.

2) Berechnen Sie den Gesamtenergieverbrauch für die Papierherstellung in Deutschland im Jahr 2019 in Gigawattstunden (GWh).

5.25

In einer Zeitungsmeldung wird behauptet: „Nach dem Unfall im japanischen Kraftwerk Fukushima war die Dosisleistung in Fukushima 10 000-mal höher als in Österreich.“
Es liegen folgende Vergleichsdaten vor:

- Österreich/Sonnblick: 150 Nanosievert pro Stunde (nSv/h)
- nach dem Zwischenfall im Kernkraftwerk Fukushima: 1500 Millisievert pro Stunde (mSv/h)

1) Überprüfen Sie anhand der Vergleichsdaten die Zeitungsmeldung auf ihre Richtigkeit.

5.26

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. $18\,400\,\text{km}^3$.

a) 1) Berechnen Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996.

2) Stellen Sie das Ergebnis in km^3 in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ dar.

b) Die Fläche des Baikalsees betrug 1996 ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.

1) Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die Fläche F_{Bodensee} im Jahr 1996 mithilfe der damaligen Fläche $F_{\text{Baikalsee}}$ berechnen kann.

$F_{\text{Bodensee}} =$ ______________________

c) Man geht davon aus, dass jeder Mensch täglich 150 Liter (L) Wasser benötigt.
In einer Zeitung wird behauptet:
Mit dem Süßwasser des Baikalsees ($V = 18\,400\,\text{km}^3$) können 7 Milliarden Menschen 50 Jahre lang mit Wasser versorgt werden.

1) Weisen Sie nach, dass diese Behauptung falsch ist.

5.1 ☺

5.2 **a)** 3 **b)** 10 **c)** 2 **d)** 6 **e)** -2 **f)** 8 **g)** -2 **h)** 5 **i)** -3

5.3 **a)** -3 **b)** -4 **c)** 2 **d)** 2 **e)** 3 **f)** 2 **g)** -1 **h)** 0 **i)** 5

5.4 **a)** 5 **b)** 1 **c)** -2 **d)** 1 **e)** 11 **f)** 1 **g)** 9 **h)** 6 **i)** 0

5.5 **a)** $81\,300\,\text{mm} = 8{,}13 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 8{,}13 \cdot 10^1\,\text{m}$

b) $0{,}0023\,\text{GB} = 2{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9\,\text{B} = 2{,}3 \cdot 10^6\,\text{B}$

c) $0{,}000\,076\,\text{km}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6\,\text{m}^2 = 7{,}6 \cdot 10^1\,\text{m}^2$

d) $520\,000\,\text{cm}^3 = 5{,}2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{-1}\,\text{m}^3$

5.6 **a)** $12\,500\,\text{g} = 1{,}25 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} = 1{,}25 \cdot 10^1\,\text{kg}$

b) $0{,}000\,021\,\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3\,\text{m}\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{-2}\,\text{m}\Omega$

c) $0{,}000\,000\,42\,\text{m}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^6\,\text{mm}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{-1}\,\text{mm}^2$

d) $21\,500\,\text{m}^3 = 2{,}15 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9}\,\text{km}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{-5}\,\text{km}^3$

5.7 **a)** $0{,}000\,02\,\text{kN} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6\,\text{mN} = 2 \cdot 10^1\,\text{mN}$

b) $8760\,\text{dag} = 8{,}76 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}\,\text{kg} = 8{,}76 \cdot 10^1\,\text{kg}$

c) $0{,}000\,056\,\text{dm}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{10}\,\mu\text{m}^2 = 5{,}6 \cdot 10^5\,\mu\text{m}^2$

d) $800\,000\,\text{nm}^3 = 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-18}\,\text{mm}^3 = 8 \cdot 10^{-13}\,\text{mm}^3$

5.8 **a)** $93\,\frac{\text{mg}}{\ell} = 9{,}3 \cdot 10^1 \cdot \frac{10^3\,\mu\text{g}}{10^1\,\text{d}\ell} = 9{,}3 \cdot 10^3\,\frac{\mu\text{g}}{\text{d}\ell}$

b) $0{,}36\,\frac{\text{km}}{\text{min}} = 360 \cdot 10^{-3}\,\frac{10^3\,\text{m}}{60\,\text{s}} = 6 \cdot 10^0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $710\,\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 7{,}1 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-3}\,\text{kN}}{10^{-2}\,\text{cm}^2} = 7{,}1 \cdot 10^1\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

d) $960\,\frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 9{,}6 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-6}\,\text{kg}}{10^{-6}\,\text{m}^3} = 9{,}6 \cdot 10^2\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

5.9 173,9... cm/h

5.10 22,4 min

5.11 25,89... €

5.12 0,063... %

5.13 **a)** $\approx 8{,}4$ min **b)** ≈ 33 Tage

5.14 **a)** $1{,}333\ldots \cdot 10^{14}$ Moleküle **b)** $\approx 817\,000$ Moleküle pro cm^2 **c)** ≈ 830 grüne Moleküle pro cm^3

5.15 $\rho_K = 1{,}721 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot \text{m}$

5.16 191 625, also rund 200 000 Ein-Personen-Haushalte

5.17 $5\,\frac{\text{min}}{\text{km}} = \frac{1}{5}\,\frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{1}{5}\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot \frac{60\,\text{min}}{1\,\text{h}} = 12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

5.18 Mit den angegeben Werten beträgt der Druck bei 80 Elefanten auf einer großen Zehe insgesamt 4 Gigapascal. Die Behauptung liegt also in der richtigen Größenordnung.

5.19 $d = 0{,}1090\ldots$ nm

5.20 Die Sonnenmasse beträgt $1{,}9881 \cdot 10^{30}$ kg.

5.21 **1)** $3 \cdot 10^{13}$ rote Blutkörperchen sind in 6 L Blut. **2)** Die Kette wäre $2{,}25 \cdot 10^8$ m lang.

5.22 $a = 20{,}70\ldots$ m

5.23 3679,2 MWh

5.24 **1)** 54,61... % **2)** 55 000 GWh

5.25 Die Behauptung der Zeitung ist falsch. In Fukushima war die Dosisleistung 10 000 000-mal höher als am Sonnblick.

5.26 **a)** **1)** $122\,666{,}6\ldots\,\text{km}^3$ **2)** $1{,}22 \cdot 10^5\,\text{km}^3$

b) $F_{\text{Bodensee}} = \frac{1}{44} \cdot F_{\text{Baikalsee}}$

c) 7 Milliarden Menschen würden laut dieser Behauptung $19\,162{,}5\,\text{km}^3$ und nicht $18\,400\,\text{km}^3$ verbrauchen.

Dieses Werk des Projekts MmF unterliegt einer CC BY-NC-ND 4.0 Lizenz.
https://mmf.univie.ac.at