

AUFGABENSAMMLUNG – ZAHLENBEREICHE UND MENGEN

INHALTSVERZEICHNIS

1. Natürliche Zahlen	2
2. Ganze Zahlen	6
3. Rationale Zahlen und Prozentrechnung	10
4. Reelle Zahlen, Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung	16
5. Umrechnung von Einheiten	22
6. Mengen	29



Unterrichtsmaterialien – Zahlenbereiche



Zur Bearbeitung der Aufgabensammlung empfehlen wir die dazugehörigen Materialien in dieser Reihenfolge:

- ✓ [Arbeitsblatt – Teilbarkeit und Primfaktorzerlegung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Ganze Zahlen](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Bruchrechnung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Relative Anteile und Prozentrechnung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Reelle Zahlen](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Umrechnung von Einheiten](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Mengen](#)

Aufgaben zu Komplexen Zahlen sind in der [Aufgabensammlung – Vektorrechnung und Komplexe Zahlen](#).

Wie darf ich die Aufgaben verwenden?



Das [MmF-Team](#) entwickelt eigene Aufgabenstellungen. Sie sind mit dem Projektlogo **MmF** gekennzeichnet.

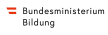
Diese Aufgaben werden unter einer Creative Commons BY-NC-ND 4.0 Lizenz bereitgestellt.

Das bedeutet:



- Die Aufgaben stehen *kostenfrei* zur Verfügung.
- Es dürfen auch nur einzelne Aufgaben aus der Aufgabensammlung für nicht-kommerzielle Zwecke (Lehre, Übungen, Prüfungen, etc.) kopiert werden. In diesem Fall *muss* der Ursprung der Aufgabe aber z.B. anhand des MmF-Logos erkennbar sein.

Alle anderen Aufgaben stammen aus den SR(D)P-Aufgabenpools der [AHS](#) bzw. [BHS](#).

Bei diesen Aufgaben ist das BMB-Logo  mit der entsprechenden Aufgabe verlinkt.

Am Ende jedes Abschnitts befinden sich die Ergebnisse der Aufgaben.

Wir freuen uns über Feedback zu den Unterrichtsmaterialien und Aufgaben an mmf@univie.ac.at.

1. NATÜRLICHE ZAHLEN



MmF-Materialien



MmF

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ [Arbeitsblatt – Teilbarkeit und Primfaktorzerlegung](#)

1.1

MmF

Berechne den größten gemeinsamen Teiler mithilfe von Primfaktorzerlegungen.

- a) ggT(42, 150) b) ggT(210, 405) c) ggT(12, 24, 126)

1.2

MmF

Für die Primfaktorzerlegung von 4242 gilt: $4242 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 101$

Für die Primfaktorzerlegung von 424242 gilt: $424242 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

- a) Kreuze alle Zahlen an, die gemeinsame Teiler von 4242 und 424242 sind.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ $3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 7$ ☐ $7 \cdot 7$ ☐ $2 \cdot 3 \cdot 7$ ☐ $2 \cdot 13$ ☐ 4242

- b) Berechne den größten gemeinsamen Teiler von 4242 und 424242.

1.3

MmF

Berechne das kleinste gemeinsame Vielfache mithilfe von Primfaktorzerlegungen.

- a) kgV(12, 45) b) kgV(14, 42) c) kgV(3, 21, 25)

1.4

MmF

Für die Primfaktorzerlegung von 123 456 789 gilt: $123\,456\,789 = 3 \cdot 3 \cdot 3607 \cdot 3803$

- a) Kreuze alle Zahlen an, die Teiler von 123 456 789 sind.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ $3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 3 \cdot 3$ ☐ $3 \cdot 3607$ ☐ $2 \cdot 3803$ ☐ $3 \cdot 3 \cdot 3607 \cdot 3803$

- b) Trage jeweils eine Primzahl so in die Kästchen ein, dass die Zahl ein Vielfaches von 123 456 789 ist.

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3803 \cdot$

1.5

MmF

Ein gemeinsames Vielfaches von 60 und 525 ist $60 \cdot 525 = 31\,500$, aber 31 500 ist *nicht* das kgV von 60 und 525.

- a) Berechne die 5 kleinsten Vielfache von 60
 b) Berechne die 5 kleinsten Vielfache von 525.
 c) Berechne das kleinste gemeinsame Vielfache von 60 und 525 mithilfe ihrer Primfaktorzerlegungen.

1.6

Gesucht sind *alle* natürlichen Zahlen, die Teiler von 660 sind.
Zerlege die Zahl 660 in ihr Produkt von 5 Primfaktoren.

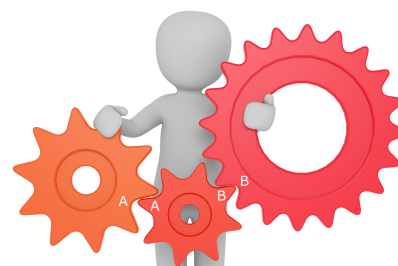
Alle Zahlen von 1 bis 660 durchprobieren dauert lange.

- Gib alle Teiler von 660 an, die eine Primzahl sind.
- Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 2 Primzahlen sind.
- Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 3 Primzahlen sind.
- Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 4 Primzahlen sind.
- Gib alle Teiler von 660 an, die ein Produkt von 5 Primzahlen sind.
- Wie viele Teiler hat die Zahl 660 also insgesamt?

1.7

Die drei rechts dargestellten Zahnräder greifen ineinander.

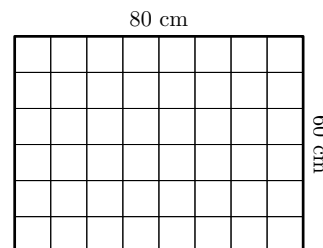
- Das größte Zahnrad wird einmal vollständig im Kreis gedreht. Befinden sich dann auch die anderen beiden Zahnräder wieder in der Ausgangsposition?
Falls nein, wie oft muss das größte Zahnrad vollständig gedreht werden, bis sich alle Zahnräder in der Ausgangsposition befinden?
- Löse die gleiche Aufgabe für drei Zahnräder mit 12, 30 und 35 Zähnen.



1.8

Ein Rechteck mit 80 cm Länge und 60 cm Breite soll – wie dargestellt – in Quadrate gleicher Größe geteilt werden.

- Die rechts dargestellte Zerlegung besteht aus 48 Quadraten mit 10 cm Seitenlänge.
Gibt es eine Zerlegung, die aus weniger gleich großen Quadraten besteht?
Falls ja, wie viele Quadrate sind mindestens notwendig?
Welche Seitenlänge können die Quadrate maximal haben?
- Löse die gleiche Aufgabe für ein Rechteck mit 360 cm Länge und 300 cm Breite.



Anmerkung: Bei solchen Aufgaben ist auf den ersten Blick *nicht* offensichtlich, dass die maximale Seitenlänge eine ganze Zahl sein muss. Wegen „Seitenlänge $\times$ Anzahl = Rechteckbreite“ wäre bei ganzzahliger Rechteckbreite zunächst auch jede Bruchzahl als Seitenlänge denkbar. Angenommen, die maximale Seitenlänge $s = \frac{m}{n}$ ist keine natürliche Zahl. Dann kommt im Nenner mindestens ein Primfaktor p öfter vor als im Zähler. Wegen „Seitenlänge $\times$ Anzahl = Rechteckbreite“ muss p also mindestens einmal in der Anzahl vorkommen. Das gilt aber sowohl für die Anzahl in der Breite als auch für die Anzahl in der Länge. Das ist ein Widerspruch: Wenn p beide Anzahlen teilt, dann könnte man immer $p \times p$ Quadrate zu einer Zerlegung mit größerer Seitenlänge vereinigen. Also muss die maximale Seitenlänge tatsächlich ganzzahlig sein.

1.9

Beim Bau eines mehrstöckigen Wohnhauses sollen in allen Treppen die Stufen die gleiche Höhe haben.
Vom Erdgeschoß in den Keller führt eine Treppe mit einer Gesamthöhe von 3,6 m.
Vom Erdgeschoß in das Obergeschoß führt eine Treppe mit einer Gesamthöhe von 3,36 m.

- Welche Höhe (in cm) kann jede einzelne Stufe maximal haben?
- Aus wie vielen Stufen bestehen die beiden Treppen jeweils mindestens?

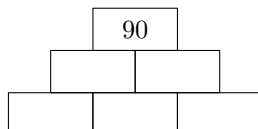
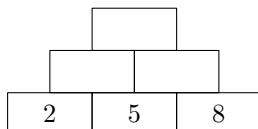
1.10



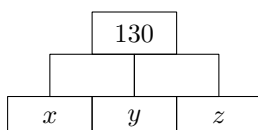
Wir bauen Rechentürme nach folgender Vorschrift:

- In der untersten Ebene stehen 3 natürliche Zahlen, die größer als 1 sind.
- Jede Zahl darüber ist das Produkt der beiden benachbarten Zahlen in der Ebene darunter.

a) Vervollständige die beiden dargestellten Rechentürme. Gibt es beim rechten Rechenturm nur eine Möglichkeit?



b) ★ Begründe, warum es keinen Rechenturm mit der Zahl 130 in der obersten Ebene geben kann.



1.11



Das *Sieb des Eratosthenes* ist ein Verfahren, um alle Primzahlen bis zu einer bestimmten Zahl zu ermitteln. Verwende das Sieb des Eratosthenes, um alle Primzahlen bis 100 zu ermitteln:

- Die Zahl 1 hat nur einen Teiler.
Sie ist also keine Primzahl. Streiche die Zahl 1 rechts durch.
- Die Zahl 2 hat genau zwei Teiler.
Sie ist also eine Primzahl. Kreise die Zahl 2 rechts ein.
Alle Vielfachen von 2 sind keine Primzahlen.
Streiche sie durch.
- Suche die kleinste Zahl, die weder durchgestrichen noch eingekreist ist. Diese Zahl ist eine Primzahl. Kreise sie ein.
Alle Vielfachen dieser Zahl sind keine Primzahlen.
Streiche sie durch. Wiederhole Schritt **3**), bis alle Zahlen entweder eingekreist oder durchgestrichen sind.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Kannst du erklären, warum jede eingekreiste Zahl *sicher* eine Primzahl ist?

- 1.1 a) 6 b) 15 c) 6
- 1.2 a) $\square\square\square\square\square\square\square\square$ b) $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$
- 1.3 a) 180 b) 42 c) 525
- 1.4 a) $\square\square\square\square\square\square\square$ b) 3 und 3607
- 1.5 a) 60, 120, 180, 240, 300 b) 525, 1050, 1575, 2100, 2625
 c) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $525 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ $\text{kgV}(60, 525) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2100$
- 1.6 $660 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ a) 2, 3, 5, 11 b) 4, 6, 10, 15, 22, 33, 55 c) 12, 20, 30, 44, 66, 110, 165 d) 60, 132, 220, 330 e) 660 f) 660
 hat also zusammen mit der Zahl 1 insgesamt 24 Teiler.
- 1.7 a) Nein, weil die 3 Zahnräder 8, 10 und 20 Zähne haben. Das kleinste Zahnrad hat dann 2,5 Umdrehungen.
 2 Umdrehungen beim größten Zahnrad $\leftrightarrow$ 4 Umdrehungen beim mittleren Zahnrad $\leftrightarrow$ 5 Umdrehungen beim kleinsten Zahnrad
 b) Es sind $\text{kgV}(12, 30, 35) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ „Schritte“ notwendig. 12 Umdrehungen beim größten Zahnrad $\leftrightarrow$ 14 Umdrehungen beim mittleren Zahnrad $\leftrightarrow$ 35 Umdrehungen beim kleinsten Zahnrad
- 1.8 a) Ja, es sind mindestens 12 Quadrate notwendig. Ihre Seitenlänge ist dann 20 cm.
 b) Bei einem Rechteck mit 360 cm Länge und 300 cm Breite können die Quadrate maximal $\text{ggT}(360; 300) = 60$ cm lang sein. Damit sind $6 \cdot 5 = 30$ Quadrate notwendig.
- 1.9 a) Jede Stufe kann maximal 24 cm hoch sein.
 b) Die Treppe in das Obergeschoß hat dann 14 Stufen. Die Treppe in den Keller hat dann 15 Stufen.
- 1.10 a)

400		
10	40	
2	5	8

90		
6	15	
2	3	5

 oder

90		
15	6	
5	3	2
- b) Hinweis: Untersuche die Primfaktorzerlegung von 130
- 1.11 ig0.3images/eratosthenes-loesung.pdf

2. GANZE ZAHLEN



MmF-Materialien



MmF

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

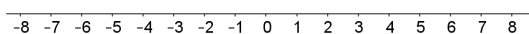
✓ [Arbeitsblatt – Ganze Zahlen](#)

2.1

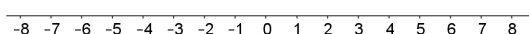
MmF

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Veranschauliche die Rechnung rechts auf der Zahlengerade.

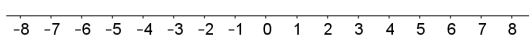
a) $3 + 5 = \square$



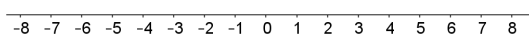
b) $3 + (-5) = \square$



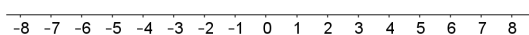
c) $-3 + 5 = \square$



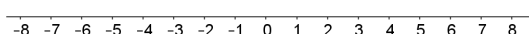
d) $-3 + (-5) = \square$



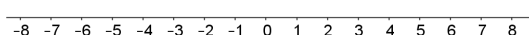
e) $3 - 5 = \square$



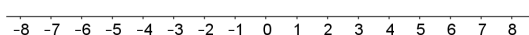
f) $3 - (-5) = \square$



g) $-3 - 5 = \square$



h) $-3 - (-5) = \square$



2.2

MmF

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $8 \cdot 4 = \square$

b) $8 \cdot (-4) = \square$

c) $(-8) \cdot 4 = \square$

d) $(-8) \cdot (-4) = \square$

e) $8 : 4 = \square$

f) $8 : (-4) = \square$

g) $(-8) : 4 = \square$

h) $(-8) : (-4) = \square$

2.3

MmF

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $20 \cdot 18 = \square$

b) $42 \cdot 50 = \square$

c) $14 \cdot (10 + 2) = \square$

d) $42 \cdot (20 + 1) = \square$

2.4

MmF

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $100 \cdot 42 = \square$

b) $5 \cdot 300 = \square$

c) $400 \cdot 800 = \square$

d) $12\,000 \cdot 8 = \square$

2.5



Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $35 - 7 \cdot 6 + 2 \cdot 3 =$

b) $(35 - 7) \cdot 6 + 2 \cdot 3 =$

c) $(35 - 7 \cdot 6 + 2) \cdot 3 =$

d) $35 - (7 \cdot 6 + 2) \cdot 3 =$

e) $35 - (7 \cdot 6 + 2 \cdot 3) =$

f) $35 - 7 \cdot (6 + 2) \cdot 3 =$

g) $35 - 7 \cdot (6 + 2 \cdot 3) =$

2.6



Das Symbol $-$ wird auf 2 verschiedene Arten verwendet. Der Taschenrechner hat deshalb auch 2 Tasten dafür: und

Markiere die „Rechenzeichen $-$ “ und die „Vorzeichen $-$ “ mit 2 verschiedenen Farben:

$-12 - 3 \cdot (-8) + (-2) \cdot (-5) - 4 =$

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Kontrolliere das Ergebnis mit dem Taschenrechner.

2.7



Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

a) $42 - 8 \cdot 3 + 24 : 3 - (3 + 2 \cdot (-5)) =$

b) $-5 \cdot (-2) - (-16) : (-4) + 2 \cdot (-7) =$

c) $3 \cdot (-4) - [-5 + (-12) : 2] =$

d) $-2 - 3 + 14 : (-7) - 2 \cdot (3 + (-8)) =$

2.8



Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner.

Beachte dabei den Unterschied zwischen Klammern (...) und Absolutbeträgen $|\dots|$.

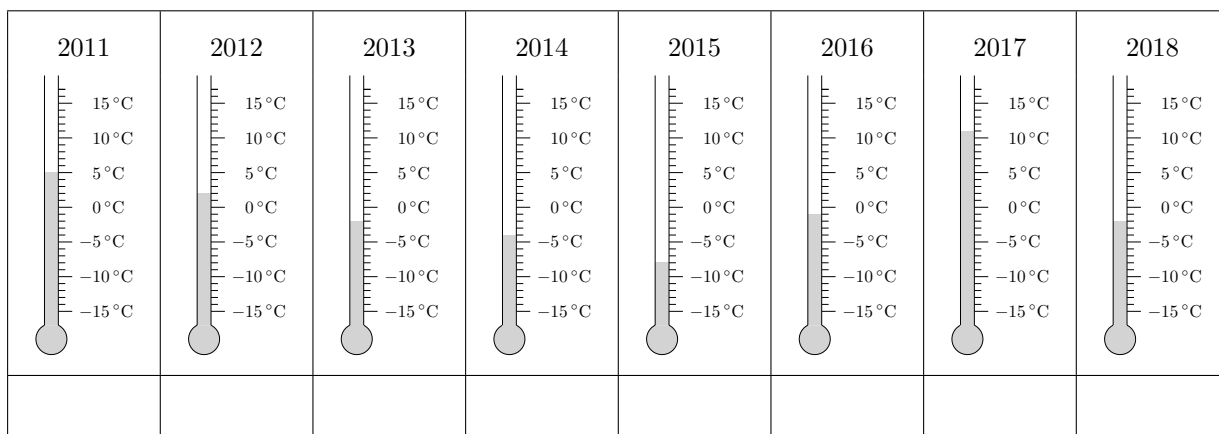
a) $|-2 - 5| - 6 \cdot |8 - 2 \cdot 5| - (-3) + (-1) \cdot (-1) =$

b) $|-2| - |5| - 6 \cdot |8| - |2 \cdot 5| - (-3) + |-1| \cdot (-1) =$

c) $(-2 - 5) - 6 \cdot (8 - 2 \cdot 5) - |-3| + |-1| \cdot |-1| =$

2.9

Bei einer Wetterstation wird jedes Jahr am 1. Jänner um 12 Uhr die Temperatur gemessen:



- a) Lies die (ganzzahligen) Temperaturen ab und trage sie in die Kästchen ein.
 b) In welchen beiden aufeinander folgenden Jahren war der Temperaturunterschied am größten?
 c) Im Jahr 2010 war es zu diesem Zeitpunkt um 6°C kälter als 2012. Wie hoch war die Temperatur?
 d) In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) angegeben.

Die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ funktioniert so:

„Dividiere die Temperatur (in $^{\circ}\text{C}$) durch 5, multipliziere das Ergebnis mit 9 und addiere 32 zum Ergebnis.“

Wandle die Temperatur 30°C in $^{\circ}\text{F}$ um. Wandle die Temperatur 59°F in $^{\circ}\text{C}$ um.

- e) ★ In einem Zeitungsbericht steht folgender Satz:
 „Am 1. Jänner 2014 war es um 12 Uhr doppelt so kalt wie zu diesem Zeitpunkt 2013.“
 Warum ist diese Aussage unsinnig? Begründe mithilfe von d).

2.10

- a) a und $b \neq 0$ sind natürliche Zahlen.

Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine natürliche Zahl als Ergebnis haben.

Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a + b$ ☐ $a - b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a + b|$ ☐ $|a - b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

- b) a und $b \neq 0$ sind ganze Zahlen.

Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine ganze Zahl als Ergebnis haben.

Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a + b$ ☐ $a - b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a + b|$ ☐ $|a - b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

2.11

Für zwei ganze Zahlen a, b mit $a < 0$ und $b < 0$ gilt: $b = 2 \cdot a$.

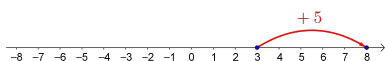
Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Berechnungen haben stets eine natürliche Zahl als Ergebnis?

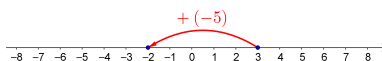
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Berechnungen an!

$a + b$	☐
$b : a$	☐
$a : b$	☐
$a \cdot b$	☐
$b - a$	☐

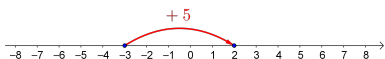
2.1 a) 8



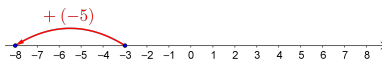
b) -2



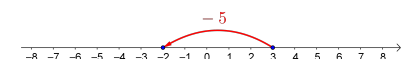
c) 2



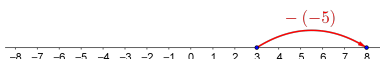
d) -8



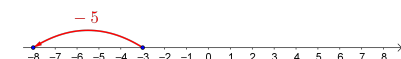
e) -2



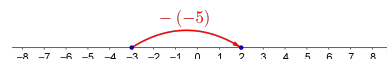
f) 8



g) -8



h) 2



2.2 a) 32 b) -32 c) -32 d) 32 e) 2 f) -2 g) -2 h) 2

2.3 a) 360 b) 2100 c) 168 d) 882

2.4 a) 4200 b) 1500 c) 320 000 d) 96 000

2.5 a) -1 b) 174 c) -15 d) -97 e) -13 f) -133 g) -49

2.6 Taschenrechner:

(-)	1	2	-	3	·	(-)	8	+	(-)	2	·	(-)	5	-	4
-----	---	---	---	---	---	-----	---	---	-----	---	---	-----	---	---	---

 = 18

2.7 a) 33 b) -8 c) -1 d) 3

2.8 a) -1 b) -59 c) 3

2.9 a) 2011: 5 °C 2012: 2 °C 2013: -2 °C 2014: -4 °C 2015: -8 °C 2016: -1 °C 2017: 11 °C 2018: -2 °C

b) 2017/2018 (13 °C Unterschied) c) -4 °C d) 30 °C = 86 °F 59 °F = 15 °C

e) Hinweis: Verdopple zum Beispiel 0 °C = 32 °F.

2.10 a) ☒ $a + b$ ☐ $\underbrace{a - b}_{1-3=-2}$ ☒ $a \cdot b$ ☐ $\underbrace{a : b}_{1:2=0,5}$ ☒ $|a + b|$ ☒ $|a - b|$ ☒ $|a \cdot b|$ ☐ $\underbrace{|a : b|}_{|1:2|=0,5}$

b) ☒ $a + b$ ☒ $a - b$ ☒ $a \cdot b$ ☐ $\underbrace{a : b}_{1:2=0,5}$ ☒ $|a + b|$ ☒ $|a - b|$ ☒ $|a \cdot b|$ ☐ $\underbrace{|a : b|}_{|1:2|=0,5}$

2.11 2. Antwort und 4. Antwort von oben

3. RATIONALE ZAHLEN UND PROZENTRECHNUNG



MmF-Materialien



MmF

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ [Arbeitsblatt – Bruchrechnung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Relative Anteile und Prozentrechnung](#)

In der Aufgabensammlung [Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe](#) sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

3.1

MmF

Berechne ohne Taschenrechner und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)$ b) $\left(\frac{3}{7} - 1\right) : \frac{6}{5}$ c) $\left(5 - 2 \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{3}$

3.2

MmF

Berechne ohne Taschenrechner und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} + \frac{1}{5}$ b) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}$

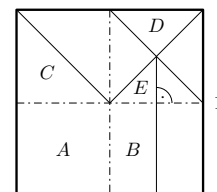
3.3

MmF

Das rechts dargestellte Quadrat mit Flächeninhalt 1 wird durch zwei Symmetrieachsen und 4 weitere Strecken in mehrere Teile zerlegt.

Gib die Flächeninhalte jeweils als vollständig gekürzten Bruch an:

$A = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $B = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $C = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $D = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ $E = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$



3.4

MmF

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $2 \cdot \frac{x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $\frac{2 \cdot x}{2 \cdot 5}$ ☐ $\frac{2 \cdot x}{5}$ ☐ $\frac{x}{2 \cdot 5}$ ☐ $\frac{x \cdot 2}{5}$ ☐ $\frac{2 \cdot x}{10}$

3.5

MmF

a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $\frac{x}{5} + \frac{2 \cdot x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $\frac{x + 2 \cdot x}{10}$ ☐ $\frac{x + 2 \cdot x}{5}$ ☐ $\frac{2 \cdot x + 2}{5}$ ☐ $\frac{3 \cdot x}{5}$ ☐ $\frac{3 \cdot x}{10}$

3.6



a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $\frac{3}{5} : 2 = \frac{\square}{\square}$

b) Kreuze genau jene Terme an, die zu $\frac{x}{5} : 2$ äquivalent sind.

☐ $\frac{5}{x} \cdot \frac{1}{2}$
☐ $\frac{x}{5 \cdot 2}$
☐ $2 : \frac{x}{5}$
☐ $\frac{x \cdot 2}{5}$
☐ $\frac{x \cdot 5}{2}$

3.7



a) Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an: $2 : \frac{3}{5} = \frac{\square}{\square}$

b) Es gilt $x \neq 0$. Kreuze genau jene Terme an, die zu $2 : \frac{x}{5}$ äquivalent sind.

☐ $2 \cdot \frac{5}{x}$
☐ $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{x}$
☐ $\frac{5}{2 \cdot x}$
☐ $\frac{10}{x}$
☐ $\frac{x}{10}$

3.8



Berechne ohne Taschenrechner, und stelle die Ergebnisse jeweils als vollständig gekürzten Bruch dar.

Hinweis: Verwende das Ergebnis von a) für b), dann b) für c) usw.

Berechne dann mit dem Taschenrechner die zugehörigen Dezimalzahlen.

a) $2 + \frac{1}{2}$ b) $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$ c) $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ d) $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$ e) $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}$

Setzt man diesen Prozess unendlich fort, spricht man von einem Kettenbruch.

Der sogenannte Grenzwert bei dieser Aufgabe ist $1 + \sqrt{2} = 2,414\,213\,5\dots$

3.9



Ein Stammbruch ist ein Bruch der Form $\frac{1}{n}$ mit einer positiven natürlichen Zahl n , also $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

a) Schreibe den Bruch $\frac{3}{7}$ als Summe von Stammbrüchen:

$$\frac{3}{7} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$$

Jede Bruchzahl zwischen 0 und 1 kann auch als Summe *verschiedener* Stammbrüche dargestellt werden.

Man kann zeigen, dass die folgende Methode dabei immer funktioniert:

i) Ermittle den größten Stammbruch, der noch kleiner als der gegebene Bruch ist.

Spalte diesen Stammbruch ab.

ii) Wiederhole mit dem gekürzten verbleibenden Bruch.

Zum Beispiel können wir den Bruch $\frac{3}{7}$ folgendermaßen als Summe von *verschiedenen* Stammbrüchen darstellen:

$$\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \underbrace{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{3}\right)}_{\frac{1}{2} > \frac{3}{7} \text{ aber } \frac{1}{3} < \frac{3}{7}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{21} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \underbrace{\left(\frac{2}{21} - \frac{1}{11}\right)}_{\frac{1}{10} > \frac{2}{21} \text{ aber } \frac{1}{11} < \frac{2}{21}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$$

b) Stelle den Bruch $\frac{13}{17}$ als Summe verschiedener Stammbrüche dar.

3.10

Die Menge $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 8\}$ ist eine Teilmenge der natürlichen Zahlen und die Menge $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 8\}$ ist eine Teilmenge der rationalen Zahlen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Beide Mengen A und B enthalten rationale Zahlen.	☐
Die Menge B ist eine Teilmenge der Menge A .	☐
Die zwei Mengen A und B enthalten gleich viele Zahlen.	☐
Die Menge A enthält genau 6 Zahlen, die auch in der Menge B enthalten sind.	☐
Beide Mengen A und B enthalten Zahlen, die größer als 7 sind.	☐

3.11

Im Jahr 2015 betrug der Markenwert von Google 173,6 Mrd. \$ und jener von Apple 247 Mrd. \$. Von 2015 auf 2016 stieg der Markenwert von Google um 32 %, während sich jener von Apple um 8 % verringerte. Begründe, welche der beiden Firmen im Jahr 2016 einen höheren Markenwert hatte.

3.12

- a) Das Kapital auf einem Sparbuch wächst pro Jahr um 2 %.
Um wie viel Prozent wächst das Kapital in 5 Jahren insgesamt?
- b) Das Kapital auf einem Sparbuch wächst in 5 Jahren insgesamt um 10 %.
Um wie viel Prozent wächst das Kapital durchschnittlich pro Jahr?

3.13

Ein „–5%-Gutschein“ reduziert den Preis einer Sonnenbrille auf 42,83 €.
Wieviel würdest du für diese Sonnenbrille mit einem „–15%-Gutschein“ bezahlen?

3.14

Ein Supermarkt lockt Kunden mit folgendem Angebot:

„Heute –25 % auf Tiernahrung und zusätzlich –20 % bei Verwendung der Kundenkarte.“

- a) Vor der Reduktion kostet die Tiernahrung 100 €. Wie viel kostet sie nach Anwendung beider Rabatte?
- b) Angenommen du legst Tiernahrung um P € in den Warenkorb.
Erstelle eine Formel für den reduzierten Preis R (in Euro) nach Anwendung beider Rabatte.
- c) Um wie viel Prozent wird der Preis von Tiernahrung bei Verwendung der Kundenkarte insgesamt reduziert?

3.15

In Geschäften wird als Verkaufspreis der sogenannte *Bruttopreis* angegeben.

Um den *Bruttopreis* zu erhalten, wird der sogenannte *Nettopreis* um 20 % Mehrwertsteuer (MwSt.) vergrößert.

B ist der Bruttopreis eines Artikels. N ist der Nettopreis dieses Artikels. Dann gilt:

$$B = \boxed{} \cdot N \quad \text{und} \quad N = \boxed{} \cdot B$$

Ein Geschäft wirbt mit dem Slogan: „Heute 20 % Mehrwertsteuer geschenkt.“

Das heißt: Anstelle des Bruttopreises bezahlt man an diesem Tag den zugehörigen Nettopreis.

Um wie viel Prozent kostet jeder Einkauf an diesem Tag weniger?

3.16

Bundesministerium
Bildung

Bei einem bestimmten Taxiunternehmen setzt sich der Tagestarif folgendermaßen zusammen:

Zusätzlich zu einer festgelegten Grundgebühr G ist pro Kilometer zurückgelegter Strecke eine Gebühr K zu bezahlen. Für eine Fahrt, die nachts zwischen 20:00 Uhr und 6:00 Uhr beginnt, ist ein Aufschlag auf den Tagestarif von 30 % zu entrichten. Ein Fahrgast steigt um 22:00 Uhr in ein Taxi dieses Taxiunternehmens ein und fährt damit eine Strecke von S Kilometern.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der gesamten Fahrtkosten F für diese Fahrt auf. Verwenden Sie dabei G , S und K .

$$F = \underline{\hspace{10em}}$$

3.17

Bundesministerium
Bildung

Der Umsatz des Weltmarktführers im Seilbahnbau betrug im Geschäftsjahr 2015/16 rund 834 Millionen Euro und lag somit um 5,04 % über dem Umsatz im Geschäftsjahr 2014/15.

1) Berechnen Sie den Umsatz im Geschäftsjahr 2014/15 in Millionen Euro.

3.18

Bundesministerium
Bildung

In einer Zeitung wird folgende Analyse veröffentlicht:

„Der Wert der Ein-Unzen-Krugerrand-Goldmünze ist im Jahr 2010 um 20 % gestiegen. Im Jahr 2011 stieg der Wert nochmals um 10 %. Also ist der Wert der Münze in diesen beiden Jahren insgesamt um 30 % gestiegen.“

1) Begründen Sie, warum diese Aussage über die Wertentwicklung nicht richtig ist.

3.19

Bundesministerium
Bildung

Am Ende des Jahres 2017 lag der Preis eines bestimmten Kleidungsstücks bei € 49,90. Damit war es um 17,8 % teurer als zu Beginn des Jahres 2017.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um welchen Geldbetrag das Kleidungsstück im Laufe des Jahres 2017 teurer geworden ist.

3.20

Bundesministerium
Bildung

Seit 2015 werden in Deutschland bestimmte Hörbücher statt mit 19 % Mehrwertsteuer (MWSt.) mit dem ermäßigten Mehrwertsteuersatz von 7 % belegt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Formel auf, mit deren Hilfe für ein Hörbuch, das ursprünglich inklusive 19 % MWSt. € x kostete, der ermäßigte Preis € y inklusive 7 % MWSt. berechnet werden kann!

3.21

Bundesministerium
Bildung

Ein bestimmtes Medikament wird in flüssiger Form eingenommen. Es beinhaltet pro Milliliter Flüssigkeit 30 Milligramm eines Wirkstoffs. Martin nimmt 85 Milliliter dieses Medikaments ein. Vom Wirkstoff gelangen 10 % in seinen Blutkreislauf.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Milligramm dieses Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf gelangen.

Es gelangen _____ Milligramm des Wirkstoffs in Martins Blutkreislauf.

3.22

Bundesministerium
Bildung

Die nachstehenden Angaben beziehen sich auf Straßenverkehrsunfälle im Zeitraum von 2014 bis 2016.

A ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2014, davon a % mit Personenschaden

B ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2015, davon b % mit Personenschaden

C ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2016, davon c % mit Personenschaden

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term für die Gesamtanzahl N der Straßenverkehrsunfälle mit Personenschaden im Zeitraum von 2014 bis 2016 an.

$N =$ _____

3.23

Bundesministerium
Bildung

Viele Zusammenhänge können in der Mathematik durch Gleichungen ausgedrückt werden.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Beschreibungen eines möglichen Zusammenhangs zweier Zahlen a und b mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ jeweils die entsprechende Gleichung (aus A bis F) zu!

a ist halb so groß wie b .	
b ist 2 % von a .	
a ist um 2 % größer als b .	
b ist um 2 % kleiner als a .	

A	$2 \cdot a = b$
B	$2 \cdot b = a$
C	$a = 1,02 \cdot b$
D	$b = 0,02 \cdot a$
E	$1,2 \cdot b = a$
F	$b = 0,98 \cdot a$

3.24

Bundesministerium
Bildung

Mit einem *Aktiensпам* wird durch massenhaften Versand von E-Mails eine meist wertlose Aktie beworben, um deren Kurs in die Höhe zu treiben. Der Versender ist selbst Besitzer der Aktie, die er nach der Kurssteigerung gewinnbringend verkauft, worauf der Kurs wieder fällt.

Ein Händler behauptet: „Wenn der Kurs der Aktie in einem Quartal um 50 % steigt und im nächsten Quartal um 50 % fällt, dann haben Sie weder Gewinn noch Verlust gemacht.“

1) Zeigen Sie, dass diese Aussage falsch ist.

3.25

Bundesministerium
Bildung

Eine Gruppe von n Personen bestellt Eintrittskarten für einen anderen Zirkus zu einem Eintrittspreis von p Euro pro Person. Bis zum Tag der Vorstellung hat sich die Gruppengröße jedoch um k Personen erhöht, und der Veranstalter gewährt deshalb allen eine Ermäßigung von 5 % auf den Eintrittspreis.

1) Kreuzen Sie den richtigen Ausdruck zur Berechnung des insgesamt bezahlten Eintritts an. [1 aus 5]

$\frac{(n+k) \cdot p}{0,95}$	☐
$(n+k) \cdot p \cdot 0,95$	☐
$0,95 \cdot (n+k \cdot p)$	☐
$0,05 \cdot (n+k) \cdot p$	☐
$(n \cdot k + p) \cdot 0,95$	☐

3.1 a) $\frac{1}{5}$ b) $-\frac{10}{21}$ c) $\frac{38}{15}$

3.2 a) $\frac{61}{30}$ b) $\frac{50}{27}$

3.3 $A = \frac{1}{4}$ $B = \frac{1}{8}$ $C = \frac{1}{8}$ $D = \frac{1}{16}$ $E = \frac{1}{32}$

3.4 a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{2 \cdot x}{5}$ und $\frac{x \cdot 2}{5}$

3.5 a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{x+2 \cdot x}{5}$ und $\frac{3 \cdot x}{5}$

3.6 a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{x}{5 \cdot 2}$

3.7 a) $\frac{10}{3}$ b) $2 \cdot \frac{5}{x}$ und $\frac{10}{x}$

3.8 a) $\frac{5}{2} = 2,5$ b) $\frac{12}{5} = 2,4$ c) $\frac{29}{12} = 2,4166...$ d) $\frac{70}{29} = 2,4137...$ e) $\frac{169}{70} = 2,4142...$

3.9 a) Zum Beispiel: $\frac{3}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ b) $\frac{13}{17} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{68}$

3.10 1. Antwort und 4. Antwort von oben

3.11 Google: 229,152 Mrd. \$ Apple: 227,24 Mrd. \$ $\Rightarrow$ Google hatte im Jahr 2016 einen größeren Markenwert.

3.12 a) Das Kapital wächst in 5 Jahren um 10,40... %. b) Das Kapital wächst pro Jahr durchschnittlich um 1,92... %.

3.13 38,32... €

3.14 a) 60 € b) $R = P \cdot 0,6$ c) 40 %

3.15 $B = 1,2 \cdot N$ $N = 0,833... \cdot B$ Jeder Einkauf kostet 16,66... % weniger.

3.16 $F = 1,3 \cdot (G + S \cdot K)$

3.17 793,98... Millionen Euro

3.18 Die angegebenen Prozentsätze dürfen nicht addiert werden, weil sie sich nicht auf denselben Grundwert beziehen.

Der Wert der Goldmünze ist mit dem Faktor $1,2 \cdot 1,1 = 1,32$ gestiegen, also um 32 %.

3.19 €7,54...

3.20 $y = \frac{x}{1,19} \cdot 1,07$

3.21 255

3.22 $N = A \cdot \frac{a}{100} + B \cdot \frac{b}{100} + C \cdot \frac{c}{100}$

3.23 Von oben nach unten: A, D, C, F

3.24 Der Kurs der Aktie ändert sich insgesamt mit dem Faktor $1,5 \cdot 0,5 = 0,75$, d.h., der Aktienkurs ist um 25 % gefallen. (Man hat also Verlust gemacht.)

3.25 2. Antwort von oben

4. REELLE ZAHLEN, ZEHNERPOTENZEN UND GLEITKOMMADARSTELLUNG



MmF-Materialien



MmF

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ [Arbeitsblatt – Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung](#)
- ✓ [Arbeitsblatt – Reelle Zahlen](#)

In der Aufgabensammlung [Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe](#) sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

4.1

MmF

a) a und $b \neq 0$ sind rationale Zahlen.

Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine rationale Zahl als Ergebnis haben.

Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a + b$ ☐ $a - b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a + b|$ ☐ $|a - b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

b) a und b sind positive rationale Zahlen.

Kreuze alle Rechnungen an, die jedenfalls eine positive rationale Zahl als Ergebnis haben.

Gib bei allen anderen Rechnungen ein Gegenbeispiel an.

☐ $a + b$ ☐ $a - b$ ☐ $a \cdot b$ ☐ $a : b$ ☐ $|a + b|$ ☐ $|a - b|$ ☐ $|a \cdot b|$ ☐ $|a : b|$

rational mal irrational



MmF

Die Zahl R ist eine rationale Zahl ungleich 0. Die Zahl I ist eine irrationale Zahl.

Ist das Produkt $R \cdot I$ dann sicher rational oder sicher irrational oder ist beides möglich?

Wir beweisen indirekt, dass $R \cdot I$ eine irrationale Zahl sein muss. Also nehmen wir das Gegenteil an und zeigen, dass das nicht möglich sein kann:

Angenommen, das Produkt $R \cdot I$ ist rational. Dann gibt es ganze Zahlen a und $b \neq 0$, für die gilt:

$$R \cdot I = \frac{a}{b}$$

Da R eine rationale Zahl ungleich 0 ist, gibt es auch ganze Zahlen $c \neq 0$ und $d \neq 0$, für die gilt:

$$R = \frac{c}{d}$$

Wir setzen oben ein und formen nach I um:

$$\frac{c}{d} \cdot I = \frac{a}{b} \iff I = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Zum Beispiel könnte man aus der falschen Annahme $\frac{4}{5} \cdot \sqrt{2} = \frac{11}{10}$

dann folgern, dass für die irrationale Zahl $\sqrt{2}$ gilt: $\sqrt{2} = \frac{55}{40}$

Aber das kann eben nicht sein, weil $\sqrt{2}$ irrational ist.

Wir haben also die irrationale Zahl I als Bruch zweier ganzer Zahlen $a \cdot d$ und $b \cdot c \neq 0$ darstellen können. ⚡

Das ist ein Widerspruch zu der Voraussetzung, dass I irrational ist. Also muss die Annahme, dass $R \cdot I$ eine rationale Zahl sein kann, falsch gewesen sein. Damit haben wir bewiesen, dass das Produkt einer rationalen Zahl ungleich 0 und einer irrationalen Zahl stets eine irrationale Zahl ist.

4.2

MmF

Die Zahl R ist eine rationale Zahl. Die Zahl I ist eine irrationale Zahl.
Zeige, dass die Summe $R + I$ jedenfalls eine irrationale Zahl ist.

4.3

MmF

Die Summe zweier irrationaler Zahlen kann irrational sein, aber kann auch rational sein.
Die Kreiszahl π ist irrational.

a) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass die Summe *irrational* ist:

$$\pi + \boxed{} = \boxed{}$$

b) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass die Summe *rational* ist:

$$\pi + \boxed{} = \boxed{}$$

4.4

MmF

Das Produkt zweier irrationaler Zahlen kann irrational sein, aber kann auch rational sein.
Die Zahl $\sqrt{n}$ mit einer natürlichen Zahl n ist ...

- ... rational, falls n eine Quadratzahl ist. Zum Beispiel ist $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6 = \frac{6}{1}$ rational.
- ... irrational, falls n keine Quadratzahl ist. Zum Beispiel ist $\sqrt{42}$ irrational.

a) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass das Produkt *irrational* ist:

$$\sqrt{2} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

b) Trage eine irrationale Zahl so in das linke Kästchen ein, dass das Produkt *rational* ist:

$$\sqrt{2} \cdot \boxed{} = \boxed{}$$

4.5

MmF

Kreuze jeweils alle Zahlenbereiche an, in denen die Zahl enthalten ist.

	42	$-\frac{6}{2}$	$\frac{7}{4}$	-8,91	$\sqrt{2}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{12}$	$\frac{2}{\sqrt{25}}$	$2,7\overline{13}$	π
N										
Z										
Q										
R										



Begründe, ob die Zahl $0,0\overline{1}0\overline{11}0\overline{111}0\overline{1111}0\ldots$ rational oder irrational ist.

4.6

MmF

Welche der folgenden Zahlen sind im Intervall $]-3; 7]$ enthalten? Kreuze an.

-3	7	5	-5	$-\frac{9}{4}$	$\frac{43}{6}$	$\sqrt{50}$	$-\sqrt{8}$	$2 \cdot \pi$	$5,\dot{9}$

4.7

Für Zahlen gibt es verschiedene Darstellungsmöglichkeiten. So ist etwa $\frac{1}{2} = 0,5$ als endliche Dezimalzahl oder $\frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$ als periodische Dezimalzahl darstellbar. Unten stehend sind Aussagen zu Darstellungsmöglichkeiten verschiedener Zahlen gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Jede rationale Zahl lässt sich als endliche Dezimalzahl oder als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden.	☐
Jeder Bruch zweier ganzer Zahlen kann als endliche Dezimalzahl dargestellt werden.	☐
Es gibt rationale Zahlen, die man nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.	☐
Es gibt Quadratwurzeln natürlicher Zahlen, die nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden können.	☐

4.8

Gegeben sind zwei natürliche Zahlen a und b , wobei gilt: $b \neq 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, die auf jeden Fall eine natürliche Zahl als Ergebnis liefern.

$a + b$	☐
$a - b$	☐
$\frac{a}{b}$	☐
$a \cdot b$	☐
$\sqrt[a]{b}$	☐

4.9

Gegeben sind fünf Aussagen zu Zahlen und Zahlenmengen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

$\sqrt{\frac{9}{2}}$ ist eine rationale Zahl.	☐
$-\sqrt{100}$ ist eine ganze Zahl.	☐
$\sqrt{15}$ hat eine endliche Dezimaldarstellung.	☐
$\sqrt{2}$ ist eine rationale Zahl.	☐
-4 ist kein Quadrat einer reellen Zahl.	☐

4.10

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen und Zahlenmengen angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl ist eine irrationale Zahl.	☐
Jede natürliche Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dargestellt werden.	☐
Das Produkt zweier rationaler Zahlen kann eine natürliche Zahl sein.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dargestellt werden.	☐
Es gibt eine kleinste ganze Zahl.	☐

4.11

Für zwei Zahlen a und b mit $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $a + b = a \cdot b$

Aufgabenstellung:

Begründen Sie allgemein, warum es unter dieser Voraussetzung nicht möglich ist, dass sowohl a als auch b negativ sind.

4.12

Bundesministerium
Bildung

Untenstehend sind fünf Aussagen über Zahlen aus den Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die korrekt sind!

Reelle Zahlen mit periodischer oder endlicher Dezimaldarstellung sind rationale Zahlen.	☐
Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist stets eine natürliche Zahl.	☐
Alle Wurzelausdrücke der Form $\sqrt{a}$ für $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$ sind stets irrationale Zahlen.	☐
Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen a, b existiert stets eine weitere rationale Zahl.	☐
Der Quotient zweier negativer ganzer Zahlen ist stets eine positive ganze Zahl.	☐

4.13

Bundesministerium
Bildung

Gegeben ist die Zahlenmenge $\mathbb{Q}^+$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Zahlen an, die Elemente dieser Zahlenmenge sind!

$\sqrt{5}$	☐
$0,9 \cdot 10^{-3}$	☐
$\sqrt{0,01}$	☐
$\frac{\pi}{4}$	☐
$-1,41 \cdot 10^3$	☐

4.14

Bundesministerium
Bildung

Gegeben sind vier Eigenschaften von Zahlen sowie sechs Zahlen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Eigenschaften von Zahlen jeweils die Zahl mit dieser Eigenschaft aus A bis F zu.

negative ganze Zahl	
negative irrationale Zahl	
positive ganze Zahl	
positive irrationale Zahl	

A	$2 - \sqrt{10}$
B	10^{-2}
C	$-\sqrt{10^2}$
D	$2 : (-10)$
E	$\sqrt{10} : 2$
F	$(-\sqrt{10})^2$

- 4.1 a) $\boxtimes a + b$ $\boxtimes a - b$ $\boxtimes a \cdot b$ $\boxtimes a : b$ $\boxtimes |a + b|$ $\boxtimes |a - b|$ $\boxtimes |a \cdot b|$ $\boxtimes |a : b|$
 b) $\boxtimes a + b$ $\underbrace{\square a - b}_{1-2=-1}$ $\boxtimes a \cdot b$ $\boxtimes a : b$ $\boxtimes |a + b|$ $\underbrace{\square |a - b|}_{1-1=0}$ $\boxtimes |a \cdot b|$ $\boxtimes |a : b|$

- 4.2 Indirekter Beweis: Angenommen, die Summe ist eine rationale Zahl. Dann gibt es ganze Zahlen a und $b \neq 0$, für die $R + I = \frac{a}{b}$ gilt. Wir formen nach I um: $I = \frac{a}{b} - R$
 Dann wäre I als Differenz zweier rationaler Zahlen eine rationale Zahl. ζ
 Das ist ein Widerspruch, also muss die Summe eine irrationale Zahl sein.

- 4.3 a) Zum Beispiel: $\pi + \pi = 2 \cdot \pi$ ist irrational.
 b) Zum Beispiel: $\pi + (-\pi) = 0$ ist rational.
 4.4 a) Zum Beispiel: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ist irrational.
 b) Zum Beispiel: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ ist rational.

	42	$-\frac{6}{2}$	$\frac{7}{4}$	-8,91	$\sqrt{2}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{12}$	$\frac{2}{\sqrt{25}}$	2,713	π
4.5 N	✓					✓				
Z	✓	✓				✓				
Q	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	
R	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

4.6	-3	7	5	-5	$-\frac{9}{4}$	$\frac{43}{6}$	$\sqrt{50}$	$-\sqrt{8}$	$2 \cdot \pi$	5,9
		✓	✓		✓			✓	✓	✓

- 4.7 1. Antwort und 5. Antwort von oben
 4.8 1. Antwort und 4. Antwort von oben
 4.9 2. Antwort und 5. Antwort von oben
 4.10 2. Antwort und 3. Antwort von oben
 4.11 Die Summe zweier negativer Zahlen ist negativ, das Produkt zweier negativer Zahlen ist positiv. Daher können die Summe und das Produkt der beiden Zahlen nicht übereinstimmen.
 4.12 1. Antwort und 4. Antwort von oben
 4.13 2. Antwort und 3. Antwort von oben
 4.14 Von oben nach unten: C , A , F , E

5. UMRECHNUNG VON EINHEITEN



MmF-Materialien



Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ [Arbeitsblatt – Umrechnung von Einheiten](#)

In der Aufgabensammlung [Mathematik auf Augenhöhe – 9. Schulstufe](#) sind weitere Aufgaben zu diesem Thema.

5.1



Lerne die ersten 3 Spalten der Tabelle und die besonderen Maßeinheiten unterhalb auswendig.

Zehnerpotenz	Vorsilbe	Abkürzung	Zahlennamen	Beispiel	Anwendung in der Größenordnung
10^{12}	Tera	T	Billion	Terabyte (TB)	Speichergröße einer Festplatte
10^9	Giga	G	Milliarde	Gigabyte (GB)	Speichergröße einer DVD / Blu-Ray
10^6	Mega	M	Million	Megabyte (MB)	Speichergröße eines Fotos
10^3	Kilo	k	Tausend	Kilogramm (kg)	Masse eines bestimmten Platin/Iridium-Zylinders
10^2	Hekto	h	Hundert	Hektoliter (hℓ)	Tankvolumen eines Geländewagens
10^1	Deka	da	Zehn	Deka(gramm) (dag)	Masse einer Scheibe Schinken
10^{-1}	Dezi	d	Zehntel	Dezimeter (dm)	Seitenlänge einer würfelförmigen Literpackung
10^{-2}	Centi	c	Hundertstel	Centimeter (cm)	Länge eines Fingernagels
10^{-3}	Milli	m	Tausendstel	Milligramm (mg)	Masse einer (kleinen) Ameise
10^{-6}	Mikro	μ	Millionstel	Mikrometer (μm)	Partikelgröße von Feinstaub
10^{-9}	Nano	n	Milliardstel	Nanometer (nm)	Durchmesser der DNA-Doppelhelix
10^{-12}	Piko	p	Billionstel	Pikoliter (pl)	Tintenmenge zum Drucken eines Pixels

Besondere Maßeinheiten: $\underbrace{1 \ell}_{1 \text{ Liter}} = 1 \text{ dm}^3$, $\underbrace{1 \text{ t}}_{1 \text{ Tonne}} = 1000 \text{ kg}$, $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$, $\underbrace{1 \text{ a}}_{1 \text{ Ar}} = 100 \text{ m}^2$

5.2



Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

- a) $1 \text{ km} = 10^{\boxed{}} \text{ m}$ d) $10^{15} \text{ nℓ} = 10^{\boxed{}} \ell$ g) $10^2 \text{ cm}^2 = 10^{\boxed{}} \text{ m}^2$
 b) $10^4 \text{ MV} = 10^{\boxed{}} \text{ V}$ e) $10^4 \mu\text{Hz} = 10^{\boxed{}} \text{ Hz}$ h) $10^{-4} \text{ km}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ m}^3$
 c) $10^{-7} \text{ GPa} = 10^{\boxed{}} \text{ Pa}$ f) $10^2 \text{ km}^2 = 10^{\boxed{}} \text{ m}^2$ i) $10^6 \text{ mm}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ m}^3$

5.3



Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

- a) $1 \text{ g} = 10^{\boxed{}} \text{ kg}$ d) $10^{-1} \text{ A} = 10^{\boxed{}} \text{ mA}$ g) $10^5 \text{ m}^2 = 10^{\boxed{}} \text{ km}^2$
 b) $10^5 \text{ J} = 10^{\boxed{}} \text{ GJ}$ e) $10^{-3} \text{ N} = 10^{\boxed{}} \mu\text{N}$ h) $10^{-6} \text{ m}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ cm}^3$
 c) $10^8 \text{ Wh} = 10^{\boxed{}} \text{ MWh}$ f) $10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{\boxed{}} \text{ mm}^2$ i) $10^2 \text{ m}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ dm}^3$

5.4

MmF

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $1 \text{ km} = 10^{\boxed{}} \text{ cm}$

d) $10^3 \text{ dag} = 10^{\boxed{}} \text{ kg}$

g) $10^1 \text{ cm}^2 = 10^{\boxed{}} \mu\text{m}^2$

b) $10^{-5} \text{ TB} = 10^{\boxed{}} \text{ MB}$

e) $10^2 \text{ MJ} = 10^{\boxed{}} \text{ mJ}$

h) $10^{42} \text{ nm}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ km}^3$

c) $10^4 \text{ m}\Omega = 10^{\boxed{}} \text{ k}\Omega$

f) $10^5 \text{ mm}^2 = 10^{\boxed{}} \text{ dm}^2$

i) $10^{-6} \text{ dm}^3 = 10^{\boxed{}} \text{ mm}^3$

5.5

MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $81\,300 \text{ mm} = 8,13 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m} = 8,13 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}$

b) $0,0023 \text{ GV} = 2,3 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ V} = 2,3 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ V}$

c) $0,000\,076 \text{ km}^2 = 7,6 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}^2 = 7,6 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}^2$

d) $520\,000 \text{ cm}^3 = 5,2 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}^3 = 5,2 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}^3$

5.6

MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $12\,500 \text{ g} = 1,25 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ kg} = 1,25 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ kg}$

b) $0,000\,021 \Omega = 2,1 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}\Omega = 2,1 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ m}\Omega$

c) $0,000\,000\,42 \text{ m}^2 = 4,2 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mm}^2 = 4,2 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mm}^2$

d) $21\,500 \text{ m}^3 = 2,15 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ km}^3 = 2,15 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ km}^3$

5.7

MmF

Trage richtige Exponenten in die Kästchen ein.

a) $0,000\,02 \text{ kN} = 2 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mN} = 2 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mN}$

b) $8760 \text{ dag} = 8,76 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ kg} = 8,76 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ kg}$

c) $0,000\,056 \text{ dm}^2 = 5,6 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \mu\text{m}^2 = 5,6 \cdot 10^{\boxed{}} \mu\text{m}^2$

d) $800\,000 \text{ nm}^3 = 8 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mm}^3 = 8 \cdot 10^{\boxed{}} \text{ mm}^3$

5.8

MmF

Trage richtige Zahlen in die Kästchen ein.

a) $93 \frac{\text{mg}}{\ell} = 9,3 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot \frac{10^{\boxed{}} \mu\text{g}}{10^{\boxed{}} \text{ d}\ell} = 9,3 \cdot 10^{\boxed{}} \frac{\mu\text{g}}{\text{d}\ell}$

b) $0,36 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 360 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot \frac{10^{\boxed{}} \text{ m}}{\boxed{}} \text{ s} = \boxed{} \cdot 10^{\boxed{}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 7,1 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot \frac{10^{\boxed{}} \text{ kN}}{10^{\boxed{}} \text{ cm}^2} = 7,1 \cdot 10^{\boxed{}} \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

d) $960 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 9,6 \cdot 10^{\boxed{}} \cdot \frac{10^{\boxed{}} \text{ kg}}{10^{\boxed{}} \text{ m}^3} = 9,6 \cdot 10^{\boxed{}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

5.9

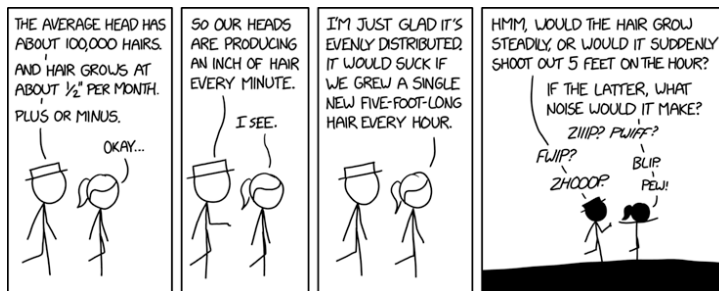


Ein bestimmter Mensch hat 100 000 Haare am Kopf.

Jedes Haar wächst mit der Geschwindigkeit 6"/Jahr. Dabei gilt: 1" = 2,54 cm

Angenommen, das gesamte Haarwachstum wird auf einziges Haar zusammengefasst.

Um wie viele Zentimeter würde dieses Haar pro Stunde wachsen?



Quelle: <https://xkcd.com/2316/>

5.10



Internet-Provider geben die maximale Download-Geschwindigkeit in der Einheit MBit/s an.

Die Download-Geschwindigkeit im Browser wird in der Einheit MB/s angegeben.

Dabei gilt 8 Bit = 1 Byte = 1 B, also 8 MBit/s = 1 MB/s.

Für ein Computer-Spiel musst du 42 GB herunterladen. Wie viele Minuten dauert der Download, wenn deine maximale Download-Geschwindigkeit 250 MBit/s durchgehend erreicht wird?

5.11



Der Energieumsatz („Stromverbrauch“) wird häufig in der Einheit kWh angegeben.

Zum Beispiel: Die Leistung eines laufenden unbenutzten Computers beträgt rund 100 W.

Wenn dieser Computer 10 h unbenutzt läuft, dann ist sein Energieumsatz $100 \text{ W} \cdot 10 \text{ h} = 1000 \text{ Wh} = 1 \text{ kWh}$.

In einem Schul-Computerraum laufen von einem Freitag ab 11:30 Uhr bis zum darauffolgenden Montag um 8:00 Uhr insgesamt 18 Computer unbenutzt.

Berechne die dadurch verursachten Stromkosten, wenn der Strompreis 21 Cent/kWh beträgt.

5.12



Die Sonne verliert durch Energieabstrahlung pro Sekunde rund 4 Millionen Tonnen an Masse. Um wieviel Prozent wird sich ihre derzeitige Masse von $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ in den nächsten 10 Milliarden Jahren verringern?

5.13



Das Licht legt pro Sekunde rund 300 Millionen Meter zurück.

- Die Sonne ist rund 152 Millionen Kilometer von der Erde entfernt. Wie viele Minuten benötigt das Licht von der Sonne bis zur Erde?
- Wie viele Tage muss ein Formel-1-Auto mit der Geschwindigkeit 378 km/h fahren, um die gleiche Strecke zurückzulegen wie das Licht in einer Sekunde?

5.14



18 Liter Wasser enthalten rund $6 \cdot 10^{26}$ Moleküle.

- Ein Nebeltröpfchen hat ein Volumen von $4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^3$. Wie viele Moleküle sind in diesem Nebeltröpfchen enthalten?
- Die Erdoberfläche ist ca. 510 Millionen km^2 groß. Angenommen, es wird 1/8 Liter Wasser gleichmäßig über die Erdoberfläche verteilt. Wie viele Moleküle würden sich dann auf jedem cm^2 der Erdoberfläche befinden?
- Das Mittelmeer enthält ca. $5 \cdot 10^{15} \text{ m}^3$ Wasser. Angenommen, die Moleküle in 1/8 Liter Wasser werden grün gefärbt und dann gleichmäßig in das Mittelmeer eingemischt. Wie viele dieser „grünen Moleküle“ würden sich dann in jedem cm^3 des Mittelmeeres befinden?

5.15



Der *spezifische Widerstand* ρ ist eine Materialkonstante, die zur Berechnung des elektrischen Widerstands verwendet wird. Der spezifische Widerstand wird in den Einheiten $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ und $\Omega \cdot \text{m}$ angegeben.

Für den spezifischen Widerstand von Kupfer gilt: $\rho_K = 0,01721 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Rechne ρ_K in die Einheit $\Omega \cdot \text{m}$ um, und trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$\rho_K = 1,721 \cdot 10^{\boxed{}} \Omega \cdot \text{m}$$

5.16



Die Suchmaschine Google beantwortet rund 3,5 Milliarden Suchanfragen pro Tag.

Der Energieumsatz („Stromverbrauch“) pro Suchanfrage beträgt rund 0,3 Wh.

Ein 1-Personen-Haushalt hat einen jährlichen Energieumsatz von rund 2000 kWh.

Rund wie viele 1-Personen-Haushalte haben in Summe den gleichen Energieumsatz wie Google für die Beantwortung der Suchanfragen?

5.17



Die Geschwindigkeit wird in „Weg pro Zeit“ angegeben, zum Beispiel: „Kilometer pro Stunde“

Im Laufsport wird der sogenannte *Pace* in „Zeit pro Weg“ angegeben, zum Beispiel: „Minuten pro Kilometer“

Welche Geschwindigkeit in km/h entspricht dem Pace 5 min/km? Trage Zahlen richtig in die Kästchen ein.

$$5 \frac{\text{min}}{\text{km}} = \boxed{} \frac{\text{km}}{\text{min}} = \boxed{} \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot \frac{\boxed{} \text{min}}{1 \text{ h}} = \boxed{} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Hinweis: Bei der Umrechnung von „Minuten pro Kilometer“ auf „Kilometer pro Minute“ wird der Kehrwert gebildet.

5.18



Mit einem sogenannten Hochdruck-Hochtemperatur-Verfahren können künstliche Diamanten hergestellt werden. Dazu wird Graphit mit bis zu 6 Gigapascal bei einer Temperatur von 1500°C zusammengedrückt.

In einer Dokumentation wird behauptet, dass dieser Druck in etwa jenem entspricht, wenn 80 Elefanten auf deiner großen Zehe stehen. Überprüfe, ob diese Behauptung in der richtigen Größenordnung liegt.

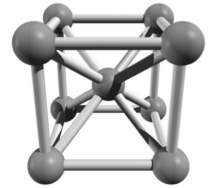
- Hinweise: 1) Masse eines Elefanten ≈ 5 Tonnen 2) Kraft $F = m \cdot a \approx m \cdot 10 \text{ m/s}^2$ 3) $1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$
 4) Fläche einer großen Zehe $\approx 10 \text{ cm}^2$ 5) Druck $p = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ 6) $1 \text{ Pascal} = 1 \text{ N/m}^2$

5.19

Bundesministerium
Bildung

Das Atomium ist ein Gebäude, das in Brüssel anlässlich der Weltausstellung 1958 errichtet wurde. Die nachstehende Abbildung stellt ein Modell dieses würfelförmigen Gebäudes dar.

Eine Kugel des Atomiums mit einem Durchmesser von 18 m soll ein Eisenatom in 165-milliardenfacher Vergrößerung darstellen.



- 1) Geben Sie den Durchmesser eines Eisenatoms in Nanometern (nm) an.

5.20

Bundesministerium
Bildung

Die Sonne ist das Zentrum unseres Sonnensystems.

Das Volumen der Sonne wird mit $V = 1,41 \cdot 10^{18} \text{ km}^3$ und ihre mittlere Dichte mit $\rho = 1,41 \text{ g/cm}^3$ angegeben.

- 1) Berechnen Sie die Masse m der Sonne in kg, wenn der Zusammenhang zwischen dem Volumen, der Dichte und der Masse gegeben ist durch $\rho = \frac{m}{V}$.

5.21

Bundesministerium
Bildung

Der Blutkreislauf ist ein wichtiges Versorgungssystem des menschlichen Körpers.

Ein wichtiger Bestandteil des Blutes sind die roten Blutkörperchen.

1 cm³ Blut enthält rund 5 Milliarden rote Blutkörperchen.

- 1) Ermitteln Sie, wie viele rote Blutkörperchen sich in 6 L Blut befinden. Geben Sie das Ergebnis in Gleitkomma-darstellung in der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ an.

Der Durchmesser eines roten Blutkörperchens beträgt $7,5 \mu\text{m}$. Nehmen Sie an, man würde alle Blutkörperchen, die in 6 L Blut enthalten sind, aneinanderreihen.

- 2) Berechnen Sie, welche Länge in Metern die Kette der aneinandergereihten Blutkörperchen hätte.

5.22

Bundesministerium
Bildung

Der World Gold Council, eine globale Lobby-Organisation der Goldminenindustrie, schätzt die bis zum Jahr 2012 weltweit geförderte Goldmenge auf rund $1,713 \cdot 10^8$ Kilogramm (kg).

Gold hat eine Dichte von 19,3 Gramm pro Kubikzentimeter (g/cm^3). Die Masse ist das Produkt von Volumen und Dichte.

Stellen Sie sich vor, dass die gesamte weltweit geförderte Goldmenge in einen Würfel gegossen wird.

- 1) Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels in Metern.

5.23

Bundesministerium
Bildung

Eine Windkraftanlage setzt Bewegungsenergie in elektrische Energie um. Ihre Nennleistung (= maximal mögliche Leistung) wird in Megawatt (MW) angegeben. Die tatsächlich erreichte Leistung hängt von den Windverhältnissen vor Ort ab und liegt im Jahresdurchschnitt zwischen 20 % und 40 % der Nennleistung.

Eine Windkraftanlage mit einer Nennleistung von 1,5 MW erreicht an einem bestimmten Standort im Jahresdurchschnitt 28 % der Nennleistung. Die Energie E ist das Produkt aus Leistung P und der Zeit t , also $E = P \cdot t$.

- 1) Berechnen Sie, wie viel Energie in Megawattstunden (MWh) diese Anlage durchschnittlich pro Jahr (365 Tage) liefert.

5.24

Im Jahr 2019 betrug die weltweite Gesamtproduktion von Papier 412 Millionen Tonnen. Im Folgenden sind die Produktionsmengen der vier Staaten mit der größten Papierproduktion im Jahr 2019 angegeben.

China: 109 Millionen Tonnen

USA: 69 Millionen Tonnen

Japan: 25 Millionen Tonnen

Deutschland: 22 Millionen Tonnen

Datenquelle: DIE PAPIERINDUSTRIE – Leistungsbericht PAPIER 2021

- 1) Berechnen Sie, wie viel Prozent der weltweiten Gesamtproduktion von Papier im Jahr 2019 von diesen vier Staaten insgesamt hergestellt wurden.

Der mittlere Energieverbrauch für die Herstellung von 1 kg Papier in Deutschland wird mit 2,5 Kilowattstunden (kWh) angegeben.

- 2) Berechnen Sie den Gesamtenergieverbrauch für die Papierherstellung in Deutschland im Jahr 2019 in Gigawattstunden (GWh).

5.25

In einer Zeitungsmeldung wird behauptet: „Nach dem Unfall im japanischen Kraftwerk Fukushima war die Dosisleistung in Fukushima 10 000-mal höher als in Österreich.“

Es liegen folgende Vergleichsdaten vor:

- Österreich/Sonnblick: 150 Nanosievert pro Stunde (nSv/h)
- nach dem Zwischenfall im Kernkraftwerk Fukushima: 1500 Millisievert pro Stunde (mSv/h)

- 1) Überprüfen Sie anhand der Vergleichsdaten die Zeitungsmeldung auf ihre Richtigkeit.

5.26

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. $18\,400\text{ km}^3$.

- a) 1) Berechnen Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996.
2) Stellen Sie das Ergebnis in km^3 in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ dar.
- b) Die Fläche des Baikalsees betrug 1996 ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.
1) Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die Fläche F_{Bodensee} im Jahr 1996 mithilfe der damaligen Fläche $F_{\text{Baikalsee}}$ berechnen kann.

$$F_{\text{Bodensee}} = \underline{\hspace{5cm}}$$

- c) Man geht davon aus, dass jeder Mensch täglich 150 Liter (L) Wasser benötigt.
In einer Zeitung wird behauptet:
Mit dem Süßwasser des Baikalsees ($V = 18\,400\text{ km}^3$) können 7 Milliarden Menschen 50 Jahre lang mit Wasser versorgt werden.

- 1) Weisen Sie nach, dass diese Behauptung falsch ist.

5.1 ☉

5.2 a) 3 b) 10 c) 2 d) 6 e) -2 f) 8 g) -2 h) 5 i) -3

5.3 a) -3 b) -4 c) 2 d) 2 e) 3 f) 2 g) -1 h) 0 i) 5

5.4 a) 5 b) 1 c) -2 d) 1 e) 11 f) 1 g) 9 h) 6 i) 0

5.5 a) $81\,300\text{ mm} = 8,13 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}\text{ m} = 8,13 \cdot 10^1\text{ m}$ b) $0,0023\text{ GB} = 2,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9\text{ B} = 2,3 \cdot 10^6\text{ B}$ c) $0,000\,076\text{ km}^2 = 7,6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6\text{ m}^2 = 7,6 \cdot 10^1\text{ m}^2$ d) $520\,000\text{ cm}^3 = 5,2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3 = 5,2 \cdot 10^{-1}\text{ m}^3$ 5.6 a) $12\,500\text{ g} = 1,25 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}\text{ kg} = 1,25 \cdot 10^1\text{ kg}$ b) $0,000\,021\,\Omega = 2,1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3\text{ m}\Omega = 2,1 \cdot 10^{-2}\text{ m}\Omega$ c) $0,000\,000\,42\text{ m}^2 = 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^6\text{ mm}^2 = 4,2 \cdot 10^{-1}\text{ mm}^2$ d) $21\,500\text{ m}^3 = 2,15 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9}\text{ km}^3 = 2,15 \cdot 10^{-5}\text{ km}^3$ 5.7 a) $0,000\,02\text{ kN} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6\text{ mN} = 2 \cdot 10^1\text{ mN}$ b) $8760\text{ dag} = 8,76 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2}\text{ kg} = 8,76 \cdot 10^1\text{ kg}$ c) $0,000\,056\text{ dm}^2 = 5,6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{10}\text{ }\mu\text{m}^2 = 5,6 \cdot 10^5\text{ }\mu\text{m}^2$ d) $800\,000\text{ nm}^3 = 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-18}\text{ mm}^3 = 8 \cdot 10^{-13}\text{ mm}^3$ 5.8 a) $93 \frac{\text{mg}}{\ell} = 9,3 \cdot 10^1 \cdot \frac{10^3 \mu\text{g}}{10^1 \text{ d}\ell} = 9,3 \cdot 10^3 \frac{\mu\text{g}}{\text{d}\ell}$ b) $0,36 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 360 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 6 \cdot 10^0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $710 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 7,1 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kN}}{10^{-2} \text{ cm}^2} = 7,1 \cdot 10^1 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ d) $960 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^3} = 9,6 \cdot 10^2 \cdot \frac{10^{-6} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 9,6 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ 5.9 $173,9\ldots\text{ cm/h}$ 5.10 $22,4\text{ min}$ 5.11 $25,89\ldots\text{ €}$ 5.12 $0,063\ldots\%$ 5.13 a) $\approx 8,4\text{ min}$ b) $\approx 33\text{ Tage}$ 5.14 a) $1,333\ldots \cdot 10^{14}\text{ Moleküle}$ b) $\approx 817\,000\text{ Moleküle pro cm}^2$ c) $\approx 830\text{ grüne Moleküle pro cm}^3$ 5.15 $\rho_K = 1,721 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot \text{m}$ 5.16 $191\,625$, also rund $200\,000$ Ein-Personen-Haushalte5.17 $5 \frac{\text{min}}{\text{km}} = \frac{1}{5} \frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{1}{5} \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ 5.18 Mit den angegeben Werten beträgt der Druck bei 80 Elefanten auf einer großen Zehe insgesamt 4 Gigapascal.
Die Behauptung liegt also in der richtigen Größenordnung.5.19 $d = 0,1090\ldots\text{ nm}$ 5.20 Die Sonnenmasse beträgt $1,9881 \cdot 10^{30}\text{ kg}$.5.21 1) $3 \cdot 10^{13}$ rote Blutkörperchen sind in 6 L Blut. 2) Die Kette wäre $2,25 \cdot 10^8\text{ m}$ lang.5.22 $a = 20,70\ldots\text{ m}$ 5.23 $3679,2\text{ MWh}$ 5.24 1) $54,61\ldots\%$ 2) $55\,000\text{ GWh}$

5.25 Die Behauptung der Zeitung ist falsch. In Fukushima war die Dosisleistung 10 000 000-mal höher als am Sonnblick.

5.26 a) 1) $122\,666,6\ldots\text{ km}^3$ 2) $1,22 \cdot 10^5\text{ km}^3$ b) $F_{\text{Bodensee}} = \frac{1}{44} \cdot F_{\text{Baikalsee}}$ c) 7 Milliarden Menschen würden laut dieser Behauptung $19\,162,5\text{ km}^3$ und nicht $18\,400\text{ km}^3$ verbrauchen.

6. MENGEN



MmF-Materialien



MmF

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ [Arbeitsblatt – Mengen](#)

6.1

MmF

Stelle die Menge in aufzählender Darstellung dar.

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq 12\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist eine gerade Primzahl}\}$ c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x < 3\}$

6.2

MmF

Stelle die Menge in beschreibender Darstellung dar.

a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ b) $B = \{6, 8, 10, 12, 14, 16\}$ c) $C = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$

6.3

MmF

Gegeben ist die Menge $M = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 16\}$.

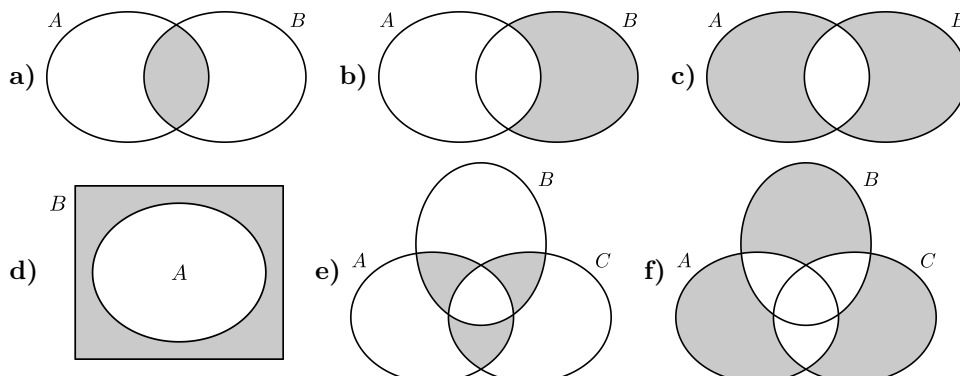
Stelle die angegebene Teilmenge von M in aufzählender Darstellung dar.

- a) Die Menge aller durch 3 teilbaren Zahlen von M .
- b) Die Menge aller geraden Zahlen von M .
- c) Die Menge aller Primzahlen von M .
- d) Die Menge aller Quadratzahlen von M .

6.4

MmF

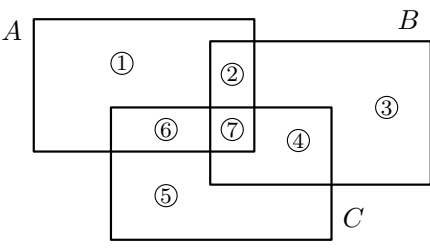
Stelle den markierten Bereich mithilfe von A , B und C als Ergebnis von Mengenoperationen ($\cup$, $\cap$ und $\setminus$) dar.



6.5

MmF

Stelle den jeweiligen Bereich mithilfe von A , B und C als Ergebnis von Mengenoperationen ($\cup$, $\cap$ und $\setminus$) dar.



①:

②:

③:

④:

⑤:

⑥:

⑦:

6.6

MmF

Mithilfe von Elementtabellen können wir Zusammenhänge zwischen Mengen überprüfen.
Vervollständige die Elementtabelle ($\in$, $\notin$) und begründe damit, ob die Behauptung wahr oder falsch ist.

A	B	$A \cup B$	$A \cap B$
$\notin$	$\notin$		
$\in$	$\notin$		
$\notin$	$\in$		
$\in$	$\in$		

a) Für alle Mengen A und B gilt: $A \subseteq A \cup B$
☐ wahr ☐ falsch
Begründung:

b) Für alle Mengen A und B gilt: $A \subseteq A \cap B$
☐ wahr ☐ falsch
Begründung:

6.7

MmF

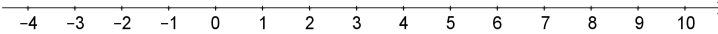
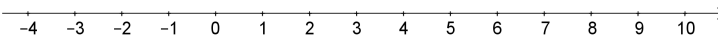
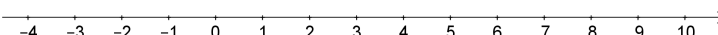
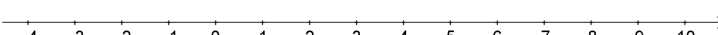
Vervollständige die Elementtabelle ($\in$, $\notin$) und begründe damit, ob die folgende Behauptung wahr oder falsch ist.
Für alle Mengen A , B und C gilt: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
☐ wahr ☐ falsch
Begründung:

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
$\notin$	$\notin$	$\notin$					
$\in$	$\notin$	$\notin$					
$\notin$	$\in$	$\notin$					
$\notin$	$\notin$	$\in$					
$\in$	$\in$	$\notin$					
$\in$	$\notin$	$\in$					
$\notin$	$\in$	$\in$					
$\in$	$\in$	$\in$					

6.8



Schreibe die Mengen als Intervall an. Veranschauliche das Intervall auf der Zahlengerade.

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 4\} =$ 
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 8\} =$ 
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\} =$ 
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} =$ 

6.9



Kreuze jeweils an, ob die Aussage für die beschriebene Person x sicher, möglicherweise, oder sicher nicht zutrifft.

$B \dots$ Menge der Brillenträgerinnen

$N \dots$ Menge der Nichtschwimmerinnen

$R \dots$ Menge der Reiterinnen

Beschreibung	x ist ...		
	Brillenträgerin	Nichtschwimmerin	Reiterin
$x \in R \setminus (B \cup N)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (R \cap B \cap N)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (B \cup N) \setminus R$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in B \cup (N \setminus R)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in N \setminus (B \cap R)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in B \setminus (N \setminus R)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (B \cap N) \setminus R$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht

6.10

Sabine teilt die Windräder in einer bestimmten Region nach mehreren Merkmalen ein.

D ... Menge der Windräder mit genau 3 Rotorblättern

V ... Menge der Windräder mit genau 4 Rotorblättern

S ... Menge der Windräder, die Strom erzeugen

M ... Menge der Windräder, die Mehl mahlen

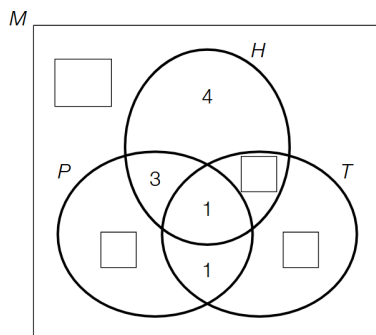
Für die Windräder in dieser Region gilt: $M \subseteq V$

1) Interpretieren Sie diese Aussage im gegebenen Sachzusammenhang.

6.11

Susis Märchenbuch enthält 20 Märchen. Viele dieser Märchen handeln von Prinzessinnen, Hexen oder Tieren.

- 3 Märchen handeln nur von Tieren.
- 1 Märchen handelt sowohl von Hexen als auch von Tieren, aber nicht von Prinzessinnen.
- 8 Märchen handeln von Prinzessinnen, aber nicht von Tieren.



M ... Menge aller Märchen im Märchenbuch

P ... Menge der Märchen, die von Prinzessinnen handeln

H ... Menge der Märchen, die von Hexen handeln

T ... Menge der Märchen, die von Tieren handeln

1) Vervollständigen Sie das obige Venn-Diagramm durch Eintragen der fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen.

Die Menge S enthält alle Märchen, die von Tieren oder Prinzessinnen, aber nicht von Hexen handeln.

2) Geben Sie die Menge S in Mengensymbolik an. Verwenden Sie dabei P , H und T .

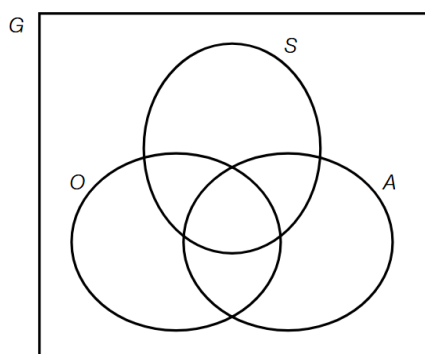
$S =$ _____

3) Interpretieren Sie die Menge $M \setminus (P \cup T)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

6.12

James Bond ist ein erfundener britischer Geheimagent. In den bisher veröffentlichten James-Bond-Filmen spielten verschiedene Schauspieler die Rolle dieses Geheimagenten.

Die Menge G aller James-Bond-Filme wird gemäß dem nachstehenden Venn-Diagramm eingeteilt.



- G ... Menge aller James-Bond-Filme
- O ... Menge der James-Bond-Filme, die einen Oscar gewonnen haben
- S ... Menge der James-Bond-Filme, die einen Schauplatz in Österreich haben
- A ... Menge der James-Bond-Filme, in denen James Bond ein Auto der Marke *Aston Martin* fährt

Der Film *Im Geheimdienst Ihrer Majestät* hat einen Schauplatz in Österreich, James Bond fährt darin ein Auto der Marke *Aston Martin*, aber der Film hat keinen Oscar gewonnen.

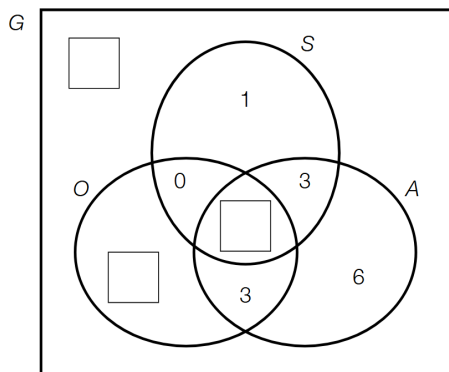
- 1) Markieren Sie im obigen Venn-Diagramm denjenigen Bereich, in dem der Film *Im Geheimdienst Ihrer Majestät* liegt.

Bis zum Jahr 2020 wurden insgesamt 24 James-Bond-Filme veröffentlicht.

Genau 1 Film hat sowohl einen Schauplatz in Österreich als auch einen Oscar gewonnen und James Bond fährt darin ein Auto der Marke *Aston Martin*.

Insgesamt haben 4 verschiedene James-Bond-Filme einen Oscar gewonnen.

- 2) Tragen Sie in das nachstehende Venn-Diagramm die fehlenden drei Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



- 3) Geben Sie die Anzahl derjenigen James-Bond-Filme an, die einen Schauplatz in Österreich haben.

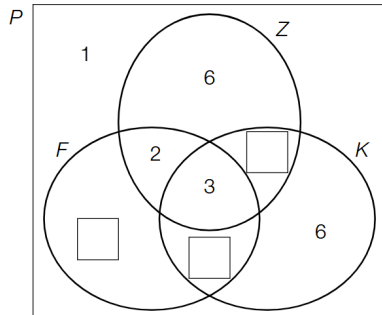
6.13

Die Großeltern Annika und Johannes stricken für ihre Enkelkinder Pullover und Westen.

a) Im Laufe der Jahre haben die Großeltern 34 Pullover gestrickt.

4 Pullover hatten sowohl ein Zopfmuster als auch eine Kapuze, aber kein farbiges Muster.

16 Pullover hatten eine Kapuze.



P ... Menge aller Pullover, die die Großeltern gestrickt haben

F ... Menge der Pullover mit farbigem Muster

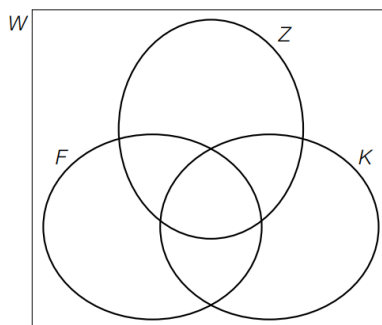
Z ... Menge der Pullover mit Zopfmuster

K ... Menge der Pullover mit Kapuze

1) Tragen Sie im obigen Venn-Diagramm die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

2) Berechnen Sie, wie viel Prozent der gestrickten Pullover mindestens 2 der oben genannten 3 Eigenschaften (farbiges Muster, Zopfmuster, Kapuze) haben.

b) Die Großeltern stricken seit einigen Jahren auch Westen. Die im ersten Jahr gestrickten Westen haben jeweils nur 1 von 3 Eigenschaften. Jede Eigenschaft tritt dabei mindestens 1-mal auf.



W ... Menge aller Westen, die die Großeltern gestrickt haben

F ... Menge der Westen mit farbigem Muster

Z ... Menge der Westen mit Zopfmuster

K ... Menge der Westen mit Kapuze

1) Markieren Sie im obigen Venn-Diagramm diejenigen Bereiche, die den im ersten Jahr gestrickten Westen entsprechen.

Im darauffolgenden Jahr stricken die Großeltern auch Westen, die mehr als eine der oben genannten 3 Eigenschaften haben.

Enkelkind Monika wünscht sich eine Weste mit farbigem Muster und mit Kapuze, aber ohne Zopfmuster.

Enkelkind Leon wünscht sich eine Weste mit Kapuze, aber ohne Zopfmuster und ohne farbiges Muster.

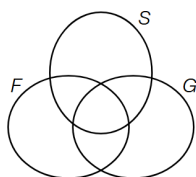
2) Ordnen Sie den beiden Westen jeweils den zutreffenden Ausdruck in Mengensymbolik aus A bis D zu.

Weste, die sich Monika wünscht	☐
Weste, die sich Leon wünscht	☐

A	$K \setminus (F \cup Z)$
B	$(F \cap K) \setminus Z$
C	$Z \setminus (F \cup K)$
D	$(K \cap Z) \setminus F$

6.14

Tanja und Moritz suchen eine gemeinsame Wohnung. Sie teilen die gefundenen Wohnungen nach 3 Kriterien ein.



F ... Menge der Wohnungen mit einem Fenster im Badezimmer
 S ... Menge der Wohnungen mit zwei Schlafzimmern
 G ... Menge der Wohnungen mit einem Garten

Tanja wünscht sich eine Wohnung, die sowohl zwei Schlafzimmer als auch ein Fenster im Badezimmer als auch einen Garten hat.

Die Menge der Wohnungen, die Tanjas Wünschen entsprechen, wird mit T bezeichnet.

1) Geben Sie T in Mengensymbolik an. Verwenden Sie dabei F , S und G .

$T =$ _____

Moritz wünscht sich eine Wohnung aus der folgenden Menge:

$$M = G \setminus (S \cap F)$$

2) Markieren Sie die Menge M in der obigen Abbildung.

6.15

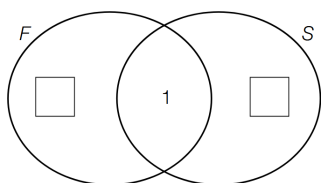
In der Gemeinde Arbesbach im Waldviertel wurde von einem Tierschutzverein eine Auffangstation für Bären errichtet. In der nachstehenden Tabelle sind die jährlichen Futterkosten pro Bär für das Jahr 2008 angegeben.

Futtermittel	jährliche Futterkosten pro Bär in Euro	Futterspende
Obst	1 960	nein
Gemüse	1 070	nein
Brot	270	nein
Essensreste	200	ja
Walnüsse	keine	ja
Honig	keine	ja
Sonstiges	937	nein

Im Jahr 2008 wurden im Bärenwald 6 Bären versorgt. Das Jahr 2008 war ein Schaltjahr mit 366 Tagen.

1) Berechnen Sie die täglichen Futterkosten im Jahr 2008 für diese 6 Bären.

Im nachstehenden Venn-Diagramm sind die Mengen F und S dargestellt.



F ... Menge der Futtermittel, die Futterkosten verursacht haben
 S ... Menge der Futtermittel, die als Futterspende abgegeben wurden

2) Geben Sie dasjenige Futtermittel an, das im Bereich $F \cap S$ liegt.

3) Tragen Sie die zwei fehlenden Anzahlen der Elemente (von $F \setminus S$ und $S \setminus F$) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

6.16

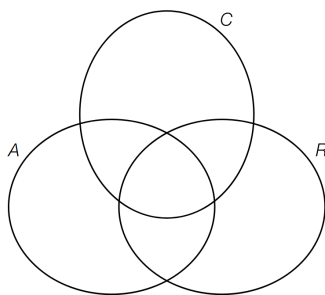
Die Avengers sind eine Gruppe von Superheldinnen und Superhelden des Comicverlags MARVELTM. Neben zahlreichen Comics gibt es auch mehrere Verfilmungen ihrer Geschichten.

Die verschiedenen Superheldinnen und Superhelden tauchen dabei oft in mehreren Filmen auf.

Die nachstehende Tabelle ist für die 4 Superhelden Captain America, Hulk, Iron Man und Thor ausgefüllt.

Filmtitel	mitwirkende Superhelden
<i>Civil War</i>	Captain America, Iron Man
<i>Ragnarok</i>	Hulk, Thor
<i>Avengers</i>	Captain America, Hulk, Iron Man, Thor

- 1) Kennzeichnen Sie im nachstehenden Venn-Diagramm denjenigen Bereich, in dem Iron Man liegt.



- A ... Menge der Superhelden, die in *Avengers* mitwirken
 C ... Menge der Superhelden, die in *Civil War* mitwirken
 R ... Menge der Superhelden, die in *Ragnarok* mitwirken

- 2) Geben Sie den Bereich des Venn-Diagramms, in dem Captain America liegt, in Mengensymbolik an.
 3) Kreuzen Sie diejenige Menge an, die nicht leer ist.

$R \setminus (C \cup A)$	☐
$(C \cap R) \setminus A$	☐
$A \setminus (C \cup R)$	☐
$A \cap R \cap C$	☐
$(R \cap A) \setminus C$	☐

Der Superheld Black Panther liegt in der folgenden Menge: $C \setminus (A \cup R)$

- 4) Geben Sie an, in wie vielen der obigen 3 Filme Black Panther gemeinsam mit Hulk und Thor zu sehen ist.

6.17

Legosteine sind Bausteine aus Kunststoff, die von einem dänischen Unternehmen produziert werden. Legosteine unterscheiden sich in der Farbe und in der Anzahl der Noppen. Es gelten folgende Bezeichnungen:

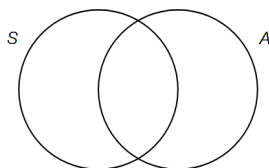
N ... Menge aller Legosteine mit genau 6 Noppen

R ... Menge aller Legosteine, die rot sind

- 1) Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $N \cap R$ im gegebenen Sachzusammenhang.
 2) Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $R \setminus N$ im gegebenen Sachzusammenhang.

6.18

Gängige chemische Desinfektionsmittel sind Säuren und Alkohole. Im nachstehenden Venn-Diagramm ist dargestellt, welche Krankheitserreger jeweils abgetötet werden können.



- 1) Kennzeichnen Sie im obigen Mengendiagramm diejenige Menge, die alle Krankheitserreger enthält, die mit Alkoholen, jedoch nicht mit Säuren abgetötet werden können.
- 2) Interpretieren Sie die Menge $S \cap A$ im gegebenen Sachzusammenhang.

6.19

Im Zuge der Urlaubsplanung vergleicht Familie Hadek verschiedene Angebote für Ferienwohnungen. Im Ferienort Almdorf werden Ferienwohnungen mit verschiedenen Ausstattungen angeboten.

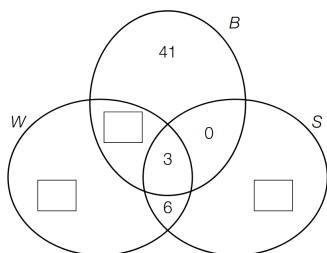
45 Ferienwohnungen verfügen über eine Waschmaschine.

62 Ferienwohnungen verfügen über einen Balkon.

20 Ferienwohnungen verfügen über eine Sauna.

Jede Ferienwohnung verfügt über mindestens eine der obigen Ausstattungen.

Im nachstehenden Venn-Diagramm sollen die Ferienwohnungen im Ferienort Almdorf nach ihren Ausstattungen eingeteilt werden.



W ... Menge der Ferienwohnungen, die über eine Waschmaschine verfügen
 B ... Menge der Ferienwohnungen, die über einen Balkon verfügen
 S ... Menge der Ferienwohnungen, die über eine Sauna verfügen

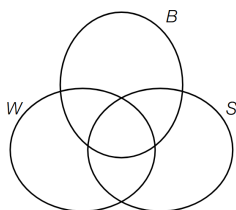
- 1) Tragen Sie im obigen Venn-Diagramm die fehlenden Anzahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Familie Hadek möchte eine Ferienwohnung im Ferienort Almdorf, die über einen Balkon und eine Waschmaschine verfügt. Ob die Ferienwohnung über eine Sauna verfügt, ist Familie Hadek egal.

- 2) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Ferienwohnungen im Ferienort Almdorf für Familie Hadek infrage kommen.

Im Ferienort Buchensee verfügt jede Ferienwohnung über mindestens 2 der obigen Ausstattungen.

- 3) Markieren Sie im nachstehenden Venn-Diagramm denjenigen Bereich, in dem die Ferienwohnungen im Ferienort Buchensee enthalten sind.

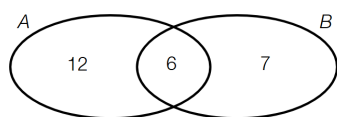


6.20

Smoothies sind Mixgetränke mit Obst oder Gemüse.

27 Schülerinnen bereiten Smoothies mit Orangen und/oder Mangos zu.

Jede Schülerin darf höchstens 1 Smoothie verkosten. Im nachstehenden Venn-Diagramm sind die Anzahlen der Schülerinnen dargestellt, die diese Smoothies nach der Zubereitung verkosten.



A ... Menge der Schülerinnen, die einen Smoothie verkosten, der Orangen enthält

B ... Menge der Schülerinnen, die einen Smoothie verkosten, der Mangos enthält

- 1) Berechnen Sie, wie viel Prozent dieser 27 Schülerinnen keinen Smoothie verkosten.

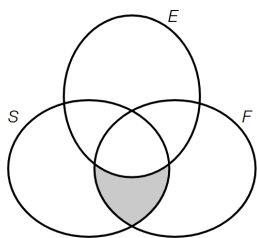
Die Menge aller Schülerinnen, die einen Smoothie verkosten, der nur eine einzige der oben genannten Obstsorten enthält, wird mit L bezeichnet.

- 2) Kennzeichnen Sie im obigen Venn-Diagramm die Menge L .

- 3) Geben Sie die Menge L in Mengensymbolik an.

6.21

Im Biologieunterricht werden verschiedene Tierarten und ihre Lebensweisen betrachtet. Mit dem nachstehenden Venn-Diagramm können verschiedene Tierarten nach bestimmten Merkmalen eingeteilt werden.



S ... Menge der Tierarten, die Säugetiere sind

E ... Menge der Tierarten, die Eier legen können

F ... Menge der Tierarten, die (selbstständig) fliegen können

Der grau markierte Bereich entspricht der Menge der Tierarten, die Fledertiere sind.

- 1) Geben Sie für jede der drei Mengen S , E und F an, ob die Menge der Tierarten, die Fledertiere sind, eine Teilmenge der jeweiligen Menge ist.

Die Menge der Tierarten, die Vögel sind, wird mit V bezeichnet.

- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung von $V \setminus F \neq \{\}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Es gibt eine Menge von Tierarten, die sowohl Säugetiere sind als auch Eier legen können, aber nicht fliegen können.

- 3) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der dieser Menge entspricht. [1 aus 5]

$F \setminus (S \cap E)$	☐
$S \setminus (F \cap E)$	☐
$(S \cup E) \setminus F$	☐
$(E \setminus F) \cap S$	☐
$E \cup (S \setminus F)$	☐

Es gibt keine Tierarten, die Säugetiere sind und sowohl Eier legen als auch fliegen können.

- 4) Tragen Sie die Zahl 0 in den entsprechenden Bereich im obigen Venn-Diagramm ein.

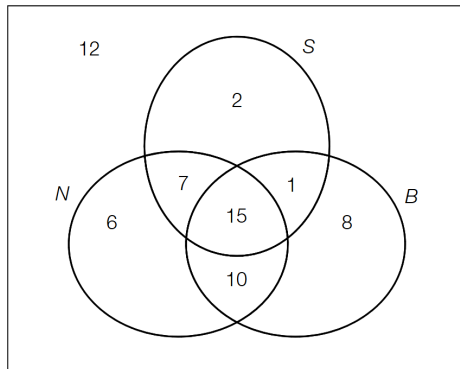
6.22

Eine Gruppe von 61 Personen wurde zu Lärmstörungen im Alltag befragt.

Als Lärmquellen standen zur Auswahl:

- Lärm aus Nachbarwohnungen (N)
- Lärm von Straßenverkehr (S)
- Lärm von Baustellen (B)

Dabei waren Mehrfachnennungen bzw. auch die Angabe, sich nicht durch die angegebenen Lärmquellen gestört zu fühlen, möglich. Die Ergebnisse sind im nachstehenden Venn-Diagramm dargestellt.



1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die Menge $(N \cap S) \setminus B$.

David behauptet: „Aus dem Venn-Diagramm kann man ablesen, dass nur 1 Person angibt, dass sie sowohl durch Lärm von Baustellen als auch durch Lärm von Straßenverkehr gestört wird.“

2) Erklären Sie, warum diese Behauptung falsch ist.

6.23

Um das Land vor Sturmfluten zu schützen, baut man Schutzwälle, sogenannte Deiche. In einer Region werden die Deiche in Deichabschnitte unterteilt.

22 Deichabschnitte werden von Schafen beweidet, aber nicht gemäht.

60 Deichabschnitte werden gemäht, aber nicht von Schafen beweidet.

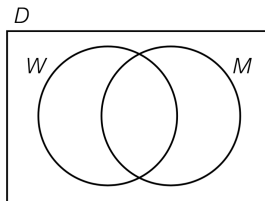
27 Deichabschnitte werden sowohl von Schafen beweidet als auch gemäht.

19 Deichabschnitte werden gar nicht gepflegt.

D ... Menge aller Deichabschnitte

W ... Menge der Deichabschnitte, die von Schafen beweidet werden

M ... Menge der Deichabschnitte, die gemäht werden



- 1) Kennzeichnen Sie $W \cap M$ im obigen Mengendiagramm.
- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung von $W \cap M$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- 3) Geben Sie die Menge derjenigen Deichabschnitte, die gar nicht gepflegt werden, in Mengensymbolik an.
- 4) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Deichabschnitte gar nicht gepflegt werden.

6.24

Personen, die ein Kino besuchen, können Geld für 3 verschiedene Bereiche ausgeben:

K ... Menge der Personen, die für das Kinoticket Geld ausgeben

P ... Menge der Personen, die für das Parkticket Geld ausgeben

V ... Menge der Personen, die für die Verpflegung Geld ausgeben

1) Ordnen Sie den beiden Mengen jeweils die zutreffende Beschreibung aus A bis D zu.

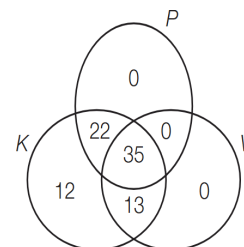
$K \setminus (P \cup V)$	
$K \cap P$	

A	Menge der Personen, die nur für das Kinoticket Geld ausgeben
B	Menge der Personen, die für das Kinoticket Geld ausgeben
C	Menge der Personen, die sowohl für das Kinoticket als auch für das Parkticket Geld ausgeben
D	Menge der Personen, die entweder für das Kinoticket oder für das Parkticket oder für beides Geld ausgeben

Die Ergebnisse einer Befragung sind im nebenstehenden Venn-Diagramm dargestellt.

2) Beschreiben Sie die Bedeutung der Zahl 12 im nebenstehenden Venn-Diagramm im gegebenen Sachzusammenhang.

3) Berechnen Sie, wie viel Prozent der befragten Personen in der Menge $K \cap P \cap V$ enthalten sind.



6.25

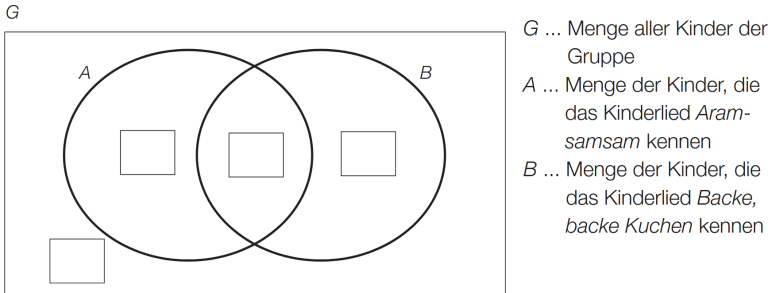
Eine Pädagogin fragt die 26 Kinder ihrer Gruppe, ob sie das Kinderlied *Aramsamsam* und ob sie das Kinderlied *Backe, backe Kuchen* kennen.

7 Kinder kennen beide Kinderlieder.

Insgesamt 13 Kinder kennen das Kinderlied *Aramsamsam*.

3 Kinder kennen keines der beiden Kinderlieder.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Venn-Diagramm durch Eintragen aller Anzahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen.



2) Ermitteln Sie die Anzahl der Elemente der Menge $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Mit den Kindern, denen beide Kinderlieder bekannt sind, singt die Pädagogin das bis dahin allen Kindern der Gruppe unbekannte Kinderlied *Twinkle, twinkle, little star*.

T ... Menge der Kinder, die das Kinderlied *Twinkle, twinkle, little star* mit der Pädagogin singen

3) Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

$T \subseteq (A \cup B)$	☐
$T \subseteq (A \cap B)$	☐
$T \subseteq (G \setminus B)$	☐
$T \not\subseteq (B \setminus A)$	☐
$T \not\subseteq (A \setminus B)$	☐

6.26

Würfelspaß ist ein Spiel, das mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt wird, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten. Die Spieler/innen müssen Aufträge erfüllen. Die Aufträge bei Würfelspaß unterscheiden sich hinsichtlich der Anzahl der Mitspieler/innen, der Anzahl der verwendeten Würfel und der Anzahl der erlaubten Würfe.

A ... Menge der Aufträge, bei denen alle Spieler/innen mitspielen

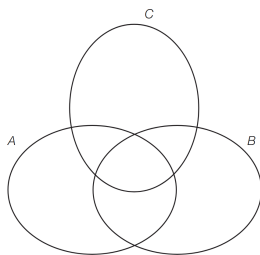
B ... Menge der Aufträge, bei denen mehrere Würfel verwendet werden

C ... Menge der Aufträge, bei denen mehrere Würfe erlaubt sind

Die nachstehende Tabelle gibt die Einteilung für 6 Aufträge wieder.

	ist Element der Menge <i>A</i>	ist Element der Menge <i>B</i>	ist Element der Menge <i>C</i>
„Größer“	nein	nein	ja
„Sieben“	nein	ja	nein
„Nur nicht 2“	nein	ja	nein
„Solo“	nein	ja	ja
„Alle Achtung“	ja	nein	nein
„8 gewinnt“	ja	nein	ja

1) Markieren Sie im nachstehenden Venn Diagramm denjenigen Bereich, in dem der Auftrag „Nur nicht 2“ liegt.



2) Geben Sie alle Aufträge an, die in der Menge $C \setminus (A \cup B)$ enthalten sind.

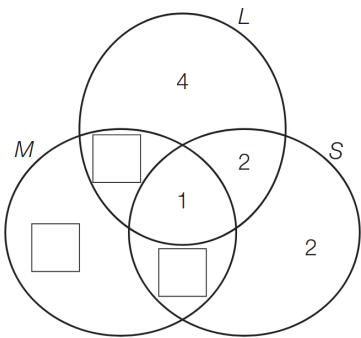
6.27

Auf einem Weihnachtsmarkt werden Lebkuchensterne, Marmelade und Socken verkauft. Während des ersten Tages wurden 25 Personen bedient. Jede dieser Personen kaufte mindestens ein Produkt.

- L ... Menge der Personen, die Lebkuchensterne kauften
- M ... Menge der Personen, die Marmelade kauften
- S ... Menge der Personen, die Socken kauften

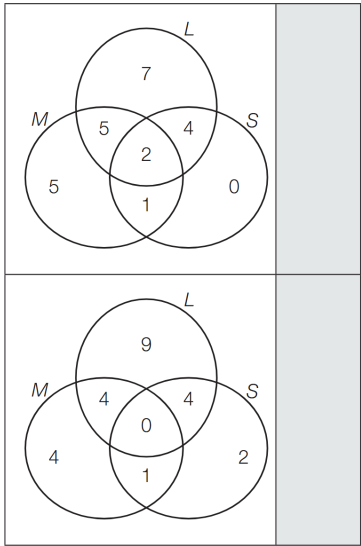
6 Personen kauften sowohl Marmelade als auch Lebkuchensterne, aber keine Socken.
8 Personen kauften Socken.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Venn-Diagramm durch Eintragen der fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.
- 2) Markieren Sie im nachstehenden Venn-Diagramm die Menge $(L \cap S) \setminus M$.
- 3) Beschreiben Sie die Menge $(L \cap S) \setminus M$ im gegebenen Sachzusammenhang.



Auch für die folgenden Tage wurden Venn-Diagramme erstellt.

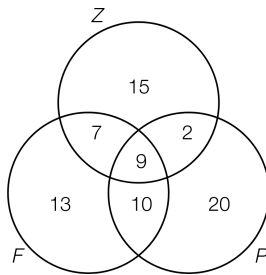
- 4) Ordnen Sie den beiden Venn-Diagrammen jeweils die passende Aussage aus A bis D zu. [2 zu 4]



A	Es gab mehr Personen, die genau 2 verschiedene Produkte kauften, als Personen, die nur Lebkuchensterne kauften.
B	Es gab gleich viele Personen, die sowohl Socken als auch Lebkuchensterne kauften, wie Personen, die nur Marmelade kauften.
C	Es gab mehr Personen, die alle 3 Produkte kauften, als Personen, die nur Marmelade kauften.
D	Es gab weniger Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken kauften, als Personen, die sowohl Marmelade als auch Socken kauften.

6.28

Mehrere Personen wurden befragt, warum sie ihr Studium nicht abgeschlossen haben. Zur Auswahl standen folgende 3 Gründe: „Zeitprobleme“, „private Gründe“ und „fachliche Defizite“. Mehrfachnennungen waren möglich. Die Ergebnisse der Befragung von 76 Personen sind im nachstehenden Venn-Diagramm dargestellt.

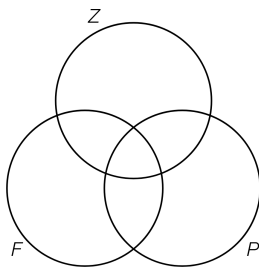


Z ... Menge aller Personen, die Zeitprobleme angegeben haben

P ... Menge aller Personen, die private Gründe angegeben haben

F ... Menge aller Personen, die fachliche Defizite angegeben haben

- 1) Beschreiben Sie die Menge $(F \cap Z) \setminus P$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- 2) Ermitteln Sie, wie viele Personen genau 1 der 3 Gründe angegeben haben.
- 3) Kennzeichnen Sie im nachstehenden Venn-Diagramm die Menge derjenigen Personen, die sowohl Zeitprobleme als auch private Gründe als auch fachliche Defizite angegeben haben.



6.1 a) $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ b) $B = \{2\}$ c) $C = \{0, 1, 2\}$

6.2 Zum Beispiel: a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$ b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist gerade und } 6 \leq x \leq 16\}$ c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist Quadratzahl und } 1 \leq x \leq 49\}$

6.3 a) $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ b) $\{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$ c) $\{3, 5, 7, 11, 13\}$ d) $\{4, 9, 16\}$

6.4 a) $A \cap B$ b) $B \setminus A$ c) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ d) $B \setminus A$ e) Zum Beispiel: $[(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)] \setminus (A \cap B \cap C)$ f) $(A \cup B \cup C) \setminus [(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)]$

6.5 ①: $A \setminus (B \cup C)$ ②: $(A \cap B) \setminus C$ ③: $B \setminus (A \cup C)$ ④: $(B \cap C) \setminus A$ ⑤: $C \setminus (A \cup B)$ ⑥: $(A \cap C) \setminus B$ ⑦: $A \cap B \cap C$

A	B	$A \cup B$	$A \cap B$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

6.6

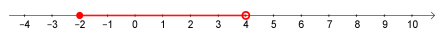
a) Die Behauptung $A \subseteq A \cup B$ ist wahr. Jede Zeile mit $\in A$ erfüllt auch $\in A \cup B$ (Zeilen 2 und 4).

b) Die Behauptung $A \subseteq A \cap B$ ist falsch. Es gibt eine Zeile mit $\in A$, die aber $\notin A \cap B$ erfüllt (Zeile 2).

6.7 Die Behauptung $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ist wahr, weil die Spalten 5 und 8 in jeder Zeile übereinstimmen:

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

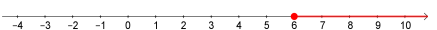
6.8 a) $[-2; 4[$



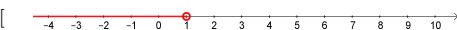
b) $]3; 8[$



c) $[6; \infty[$



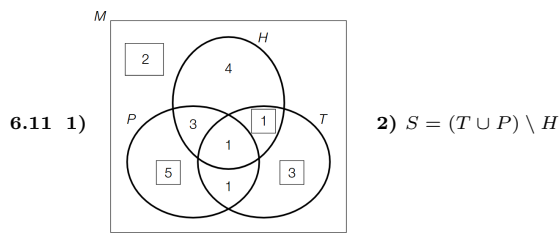
d) $]-\infty; 1[$



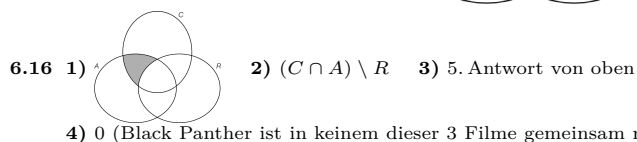
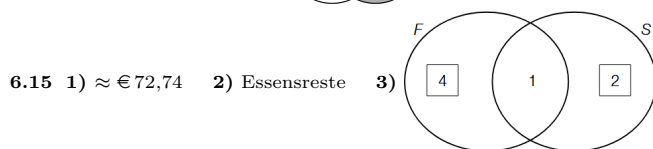
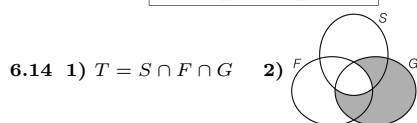
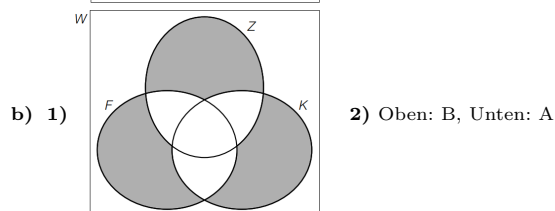
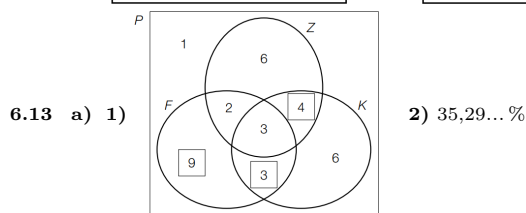
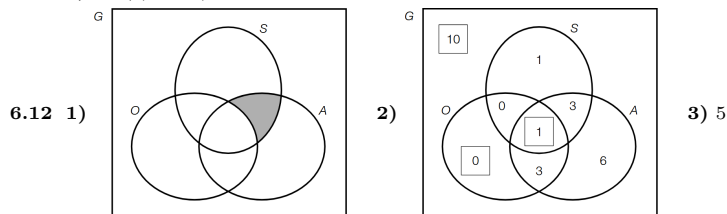
6.9

Beschreibung	x ist ...		
	Brillenträgerin	Nichtschwimmerin	Reiterin
$x \in R \setminus (B \cup N)$	☐ sicher ☐ möglicherweise ☒ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☒ sicher nicht	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (R \cap B \cap N)$	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (B \cup N) \setminus R$	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☒ sicher nicht
$x \in B \cup (N \setminus R)$	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in N \setminus (B \cap R)$	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in B \setminus (N \setminus R)$	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☒ möglicherweise ☐ sicher nicht
$x \in (B \cap N) \setminus R$	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☒ sicher ☐ möglicherweise ☐ sicher nicht	☐ sicher ☐ möglicherweise ☒ sicher nicht

6.10 Alle Windräder in dieser Region, die Mehl mahlen, haben genau 4 Rotorblätter.

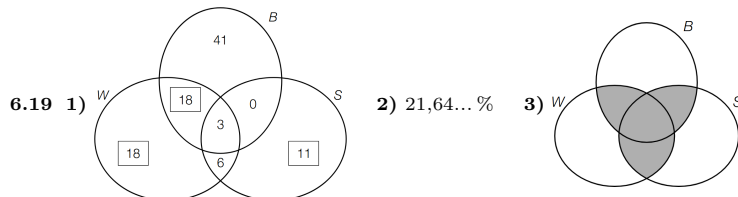
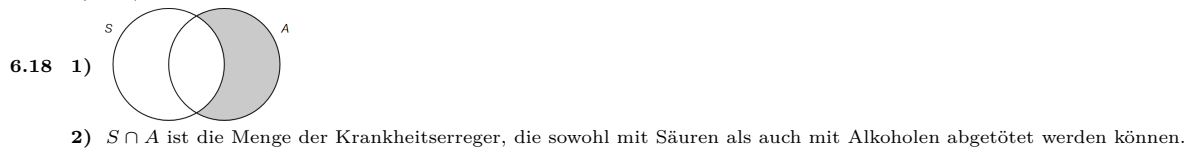


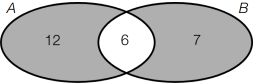
3) $M \setminus (P \cup T)$ ist die Menge der Märchen, die weder von Prinzessinnen noch von Tieren handeln.



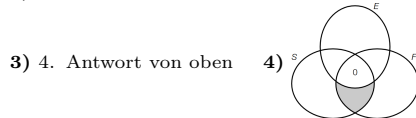
4) 0 (Black Panther ist in keinem dieser 3 Filme gemeinsam mit Thor und Hulk zu sehen.)

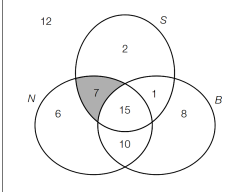
6.17 1) $N \cap R$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und genau 6 Noppen haben.
2) $R \setminus N$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und nicht genau 6 Noppen haben.

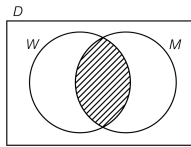


- 6.20 1) 7,40...% 2)  3) $L = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ oder $L = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

- 6.21 1) Die Menge der Tierarten, die Fledertiere sind, ist eine Teilmenge von S und von F , aber nicht von E .
2) Es gibt auch Vögel, die nicht fliegen können. oder: Nur ein Teil der Vögel kann fliegen.

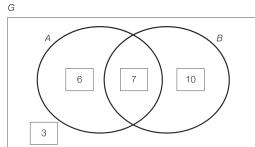


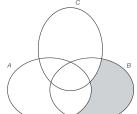
- 6.22 1) 
- 2) Insgesamt fühlen sich 16 Personen sowohl durch Lärm von Baustellen als auch durch Lärm von Straßenverkehr gestört, weil auch die 15 Personen der Menge $S \cap B \cap N$ durch diese Beschreibung erfasst sind.

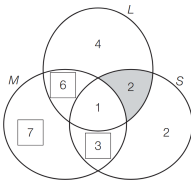
- 6.23 1)  2) Das sind die Deichabschnitte, die sowohl von Schafen beweidet als auch gemäht werden. 3) $D \setminus (W \cup M)$

4) 14,8...%

- 6.24 1) Oben: A, Unten: C 2) 12 Personen geben nur für das Kinoticket Geld aus. 3) 42,68...%

- 6.25 1)  2) 16 3) 3. Antwort von oben

- 6.26 1)  2) „Größer“

- 6.27 1) 2)  3) $(L \cap S) \setminus M$ beschreibt die Menge aller Personen, die sowohl Lebkuchensterne als auch Socken, aber

keine Marmelade kauften. 4) Oben: A, Unten: B

- 6.28 1) $(F \cap Z) \setminus P$ beschreibt die Menge aller Personen, die sowohl Zeitprobleme als auch fachliche Defizite, jedoch keine privaten Probleme als Gründe für das Nichtabschließen des Studiums angeführt haben.

