Potenzen falten

Was wird benötigt?

2 A4-Zettel

1 Stift

Beschreibung

- Falte ein A4-Blatt in der Mitte, falte es danach NICHT wieder auf.
- Wiederhole diesen Schritt noch 2-mal.
- Falte das Papier erst jetzt wieder auf.

Wie viele Felder entstehen?

Finde heraus, wie viele Felder nach jedem Mal Falten entstehen und trage die Ergebnisse in eine Tabelle ein.

Überlege:

- Gibt es hier eine Regelmäßigkeit?
- Wie viele Felder hat man, wenn man n-mal (beliebig oft) faltet?
- Wie viele Felder hat man, wenn man gar nicht faltet?

Auflösung

Wie viele Felder entstehen?

Bei jedem Mal Falten wird die Anzahl der Felder verdoppelt:

Wie oft wird halbiert/gefaltet?	Anzahl an Feldern	Potenz
0-mal	1	2^0
1-mal	$1 \cdot 2 = 2$	2^1
2-mal	$1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$	2^2
3-mal	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	2^3
n-mal	$1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2$ (n-mal)	2^n

Das wiederholte Multiplizieren einer Zahl mit sich selbst nennt man Potenzieren. Eine Potenz besteht aus zwei Zahlen: der Basis und dem Exponenten. Die Basis ist die Zahl, die mit sich selbst multipliziert wird. Der Exponent gibt an, wie oft das passiert. Im Faltbeispiel werden Potenzen mit der Basis 2 verwendet.

$$\begin{array}{c} \text{Exponent} \\ \overbrace{3^4} \\ \text{Basis} \end{array} = \begin{array}{c} \overbrace{81} \\ \text{Potenzwert} \end{array}$$

Bei den Potenzen in der rechten Spalte der Tabelle wird die Basis, also in dem Fall 2, so oft mit sich selbst multipliziert, wie die Hochzahl angibt (0, 1, 2, 3, n).

Funfact zum Papier-Falten

Wenn man die Dicke des Papiers berücksichtigt, verdoppelt sich diese bei jedem Mal Falten ebenfalls. Angenommen man könnte unendlich oft falten, dann hat man bei einer Papierdicke von 0,1 mm bereits nach 42-mal falten die Distanz des Mondes zur Erde (~380 000 km) überschritten.

$$0,1 \text{ mm} \cdot 2^{42} = 0,1 \cdot 4398046511104 \text{ mm} \approx 439 804 \text{ km}$$