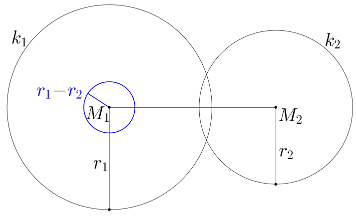
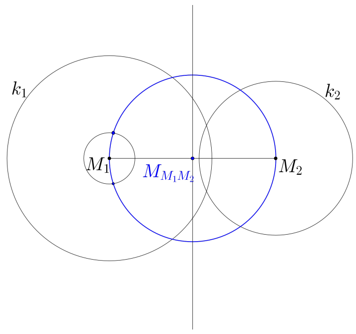
Äußere Tangenten mittels Hilfskreises

Die folgende Methode dient dazu, die sogenannten *äußeren Tangenten* an zwei Kreise mit Radius $r_1 > r_2$ und Mittelpunkten M_1 bzw. M_2 zu konstruieren.

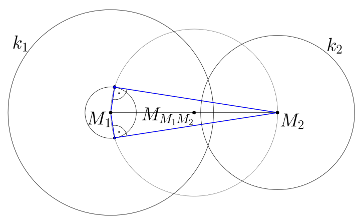
Zunächst konstruieren wir einen Kreis mit Mittelpunkt M_1 und Radius $r_1 - r_2$.



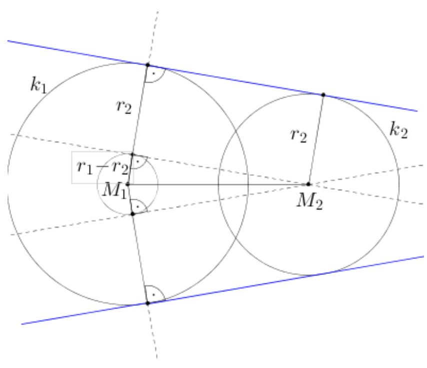
Wir konstruieren einen weiteren Kreis mit Mittelpunkt $M_{M_1M_2}$ und Radius $\frac{r_1+r_2}{2}$.



Erkläre, warum die beiden eingezeichneten Winkel 90° sind.

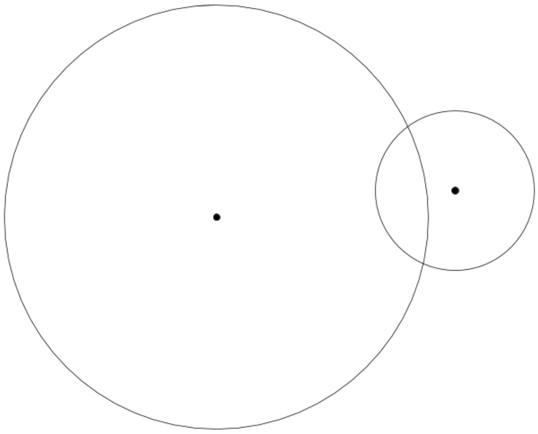


Erkläre, warum die beiden markierten Geraden gleichzeitig Tangenten an beide Kreise sind.



Äußere Tangenten

Aufgabe 1. *Konstruiere die beiden gemeinsamen äußeren Tangenten der beiden Kreise*



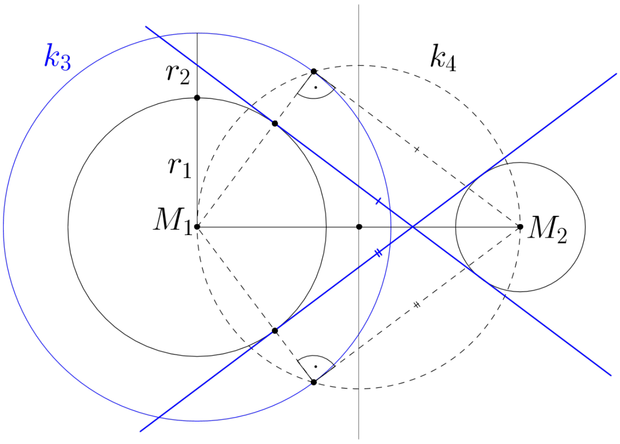
Äußere Tangenten

Diese Konstruktionsvorschrift funktioniert genau dann, wenn nicht einer der Kreise zur Gänze im Inneren des anderen Kreises liegt.
Beschreibe, was dieser Fall für die Existenz gemeinsamer äußerer Tangenten bedeutet.

Bedenke, dass es hier zwei verschiedene Möglichkeiten für die Lagebeziehung der beiden Kreise gibt.

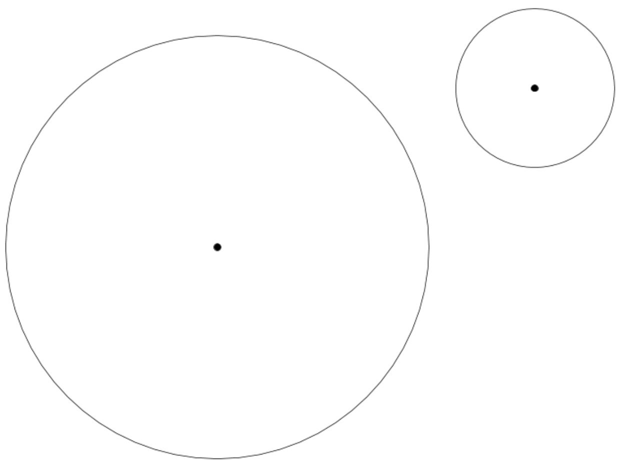
Innere Tangenten mittels Hilfskreises

Gegeben sind wiederum zwei Kreise mit Mittelpunkten M_1 und M_2 und Radien r_1 bzw. r_2.
Gilt $M_1M_2 > r_1 + r_2$, so besitzt der Kreis neben den beiden äußeren auch zwei *innere Tangenten*.
Erkläre eine mögliche Konstruktionsvorschrift unter Zuhilfenahme der folgenden Abbildung:



Innere Tangenten

Aufgabe 2. *Konstruiere die beiden gemeinsamen inneren Tangenten der beiden Kreise*

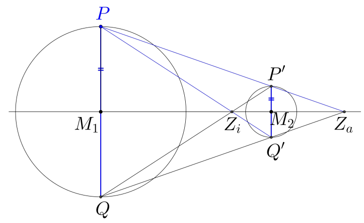


Gemeinsame Tangenten mittels zentrischer Streckung

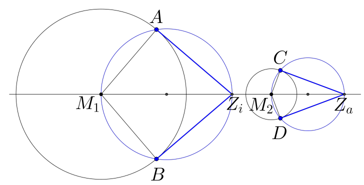
Gegeben sind wiederum zwei Kreise k_1 und k_2 mit Mittelpunkten M_1 und M_2 und Radien r_1 bzw. r_2 und $M_1M_2 > r_1 + r_2$.
Die beiden Kreise können durch zentrische Streckung ineinander übergeführt werden. Diese Eigenschaft nutzen wir für die Konstruktion der gemeinsamen inneren und äußeren Tangenten an die beiden Kreise.

Wähle einen beliebigen Punkt P auf k_1. Der Durchmesser durch P schneidet M_1 im Punkt Q. Verschiebe die Gerade PQ parallel durch M_2. Die Schnittpunkte mit k_2 nennen wir P' und Q'.

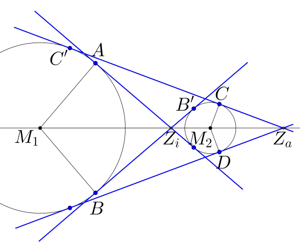
Erkläre wieso du durch das Schneiden von PQ' mit M_1M_2 das innere Ähnlichkeitszentrum Z_i erhältst und durch das Schneiden von PP' mit M_1M_2 das äußere Ähnlichkeitszentrum Z_a.



Erkläre die Konstruktion der Berührpunkte A, B, C und D der Tangenten durch die Ähnlichkeitszentren an die jeweiligen Kreise.



Erkläre, warum die Gerade BZ_i den Kreis k_2 in B' berührt bzw. warum die Gerade CZ_a den Kreis k_1 in C' berührt.



Dieselbe Überlegung zeigt auch, dass die beiden übrigen im letzten Schritt konstruierten Geraden AZ_i bzw. DZ_a gemeinsame Tangenten der beiden Kreise sind.

Wir haben demnach mithilfe der beiden Ähnlichkeitszentren alle vier Tangenten konstruieren können, sofern $M_1M_2 > r_1 + r_2$ ist.

Innere und äußere Tangenten

Aufgabe 3. *Bestimme alle Geraden, die vom Punkt A den Abstand* 2 cm *und vom Punkt B den Abstand* 5 cm *haben.*

Alle Punkte, die einen fixen Abstand zu einem gegebenen Punkt haben, liegen auf einem Kreis.