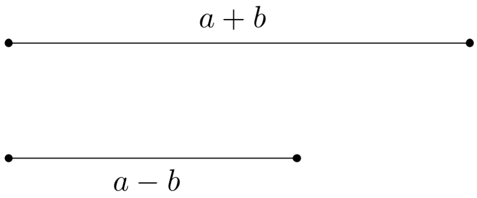
**Zerlegung von $a+b$**

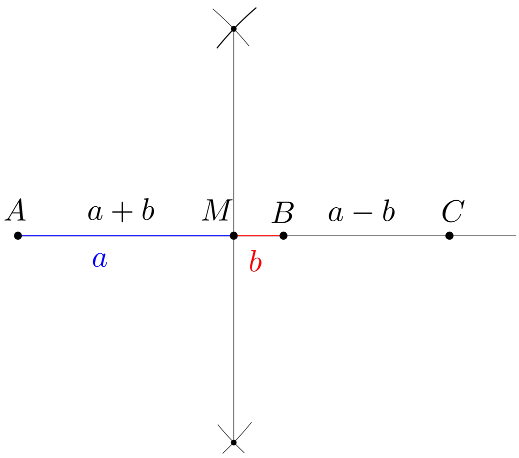
**Aufgabe 1.** *Gegeben sind die beiden Strecken der Längen $a+b$ und $a-b$.*




*Konstruiere nur mithilfe von Zirkel und Lineal (ohne zu messen) ausgehend vom gegebenen Punkt $A$ Strecken der Länge $a$ und $b$.*

*Grundidee:* $\dfrac{(a+b)+(a-b)}{2} = a$ *bzw.* $\dfrac{(a+b)-(a-b)}{2} = b$

*Eine mögliche Konstruktion sieht also wie folgt aus:*




1) *Zeichne von $A$ aus einen Strahl, der „lang“ genug ist (also länger als die Summe der beiden gegebenen Streckenlängen).*

2) *Schlage auf diesem Strahl zunächst die Strecke mit Länge $a+b$ ab, den Endpunkt nennst du $B$.*

3) *Von $B$ aus schlägst du eine Strecke der Länge $a-b$ ab, den Endpunkt nennst du $C$.*

4) *Die Strecke $AC$ hat die Länge $a+b+a-b=2a$. Nun konstruierst du also den Mittelpunkt $M$ der Strecke $AC$, indem du in $A$ und in $C$ einen beliebigen Radius (der jedoch groß genug ist) aufträgst und die beiden Schnittpunkte miteinander verbindest. Der Schnittpunkt mit der Strecke $AC$ ist $M$.*

5) *Die Strecke $AM$ ist nun halb so lang wie $AC$, also hat sie die Länge $a$. Da $AB$ die Länge $a+b$ hat, hat $MB$ die Länge $AB-AM=a+b-a=b$.*

**Aufgabe 2.** *Gegeben ist ein Lineal (ohne Markierung) mit 7 cm Länge.*

*Du kannst dir das Lineal als Strecke mit 7 cm Länge vorstellen.*



*Die beiden Punkte $A$ und $B$ liegen 10 cm voneinander entfernt.*

*Zum direkten Verbinden der Punkte $A$ und $B$ ist das gegebene Lineal also zu kurz.*

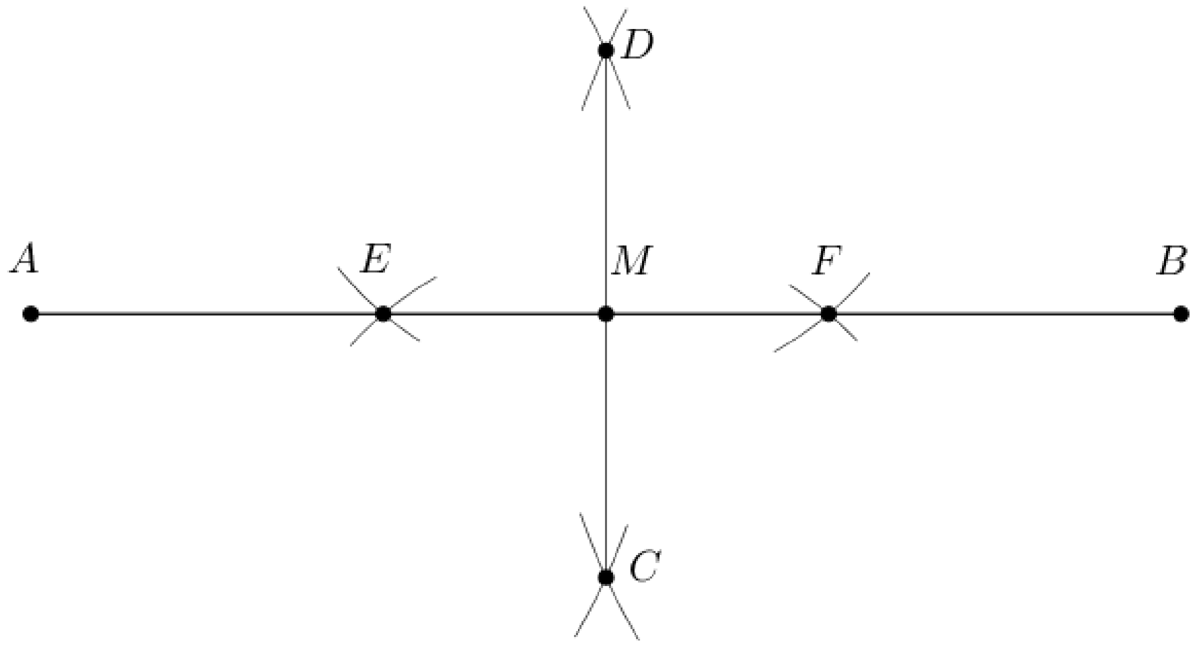
*Konstruiere nur mithilfe eines Zirkels und dieses Lineals die Strecke $AB$.*

*Grundidee: Konstruiere mithilfe des Zirkels den Mittelpunkt $M$ der Strecke $AB$.*
*Da $AM$ und $MB$ jeweils 5 cm lang sind, reicht die Länge des Lineals aus, um die beiden Strecken, und somit auch $AB$ konstruieren zu können.*

**1)** *Dafür schlägst du zunächst von $A$ und $B$ einen Kreisbogen mit demselben Radius (der größer als 5 cm sein muss) ein. Du erhältst die Punkte $C$ und $D$. Dabei musst du beachten, dass die Strecke $CD$ kürzer als 6 cm ist, da das Lineal ja nur diese Länge hat. Dies gelingt zum Beispiel, wenn der Radius nur knapp länger als 5 cm ist.*

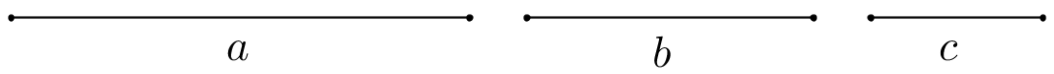
**2)** *Nun führst du dieselbe Konstruktion mit den beiden Punkten $C$ und $D$ durch und erhältst die Punkte $E$ und $F$.*

**3)** *Der Schnittpunkt der Strecken $CD$ und $EF$ ist der Mittelpunkt von $AB$.*



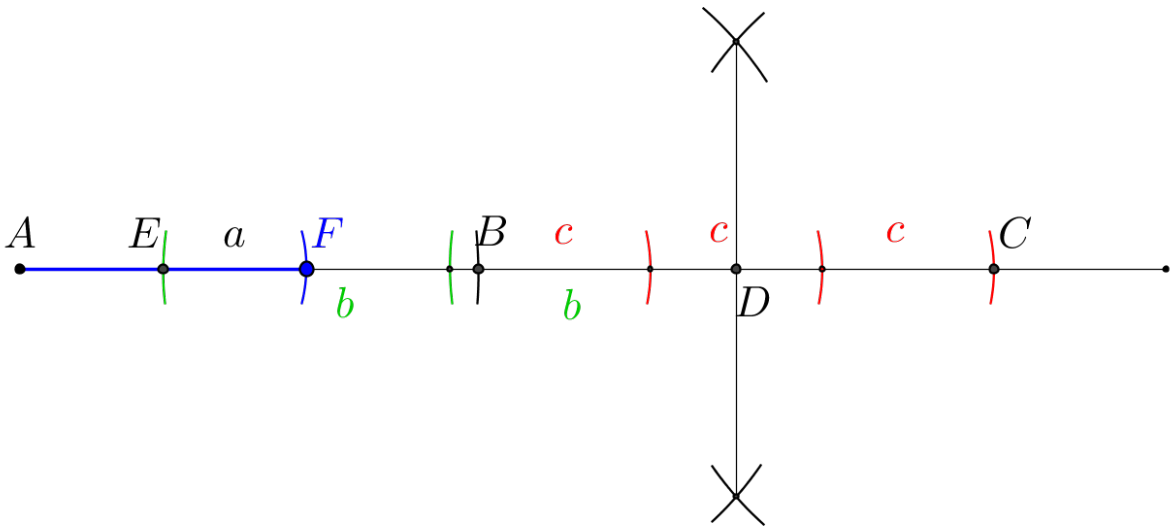
Linearkombination

**Aufgabe 3.** *Gegeben sind die Strecken der Längen $a$, $b$ und $c$.*




*Konstruiere ausgehend vom gegebenen Punkt $A$ eine Strecke der Länge*

$$2 \cdot (a + 1{,}5 \cdot c - 2 \cdot b)$$




1) Zeichne von $A$ aus einen Strahl, der „lang“ genug ist (also länger als $a + 3 \cdot c$).

2) Schlage auf diesem Strahl zunächst die Strecke mit Länge $a$ ab, den Endpunkt nennst du $B$.

3) Von $B$ aus schlägst du dreimal eine Strecke der Länge $c$ ab, den Endpunkt nennst du $C$.

4) Nun konstruierst du den Mittelpunkt $D$ der Strecke $BC$. Die Strecke $BD$ ist $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot c$, also $1{,}5 \cdot c$ lang.

   Die Strecke $AD$ hat die Länge $a + 1{,}5 \cdot c$

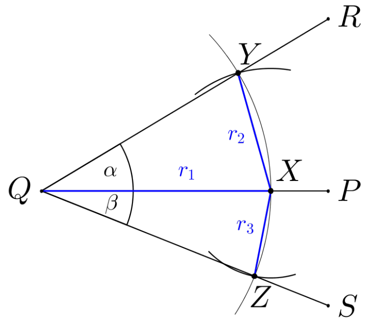
5) Nun schlägst du von Punkt $D$ in Richtung von Punkt $A$ die Strecke der Länge $B$ zweimal ab. Dieser Punkt sei $E$. Die Strecke $AE$ hat nun die Länge $a + 1{,}5 \cdot c - 2 \cdot b$.

6) Schlägst du diese Länge $AE$ von $E$ aus ein weiteres Mal in Richtung $C$ ab, und sei dieser neue Punkt der Punkt $F$, dann hat die Strecke $AF$ die Länge $2 \cdot (a + 1{,}5 \cdot c - 2 \cdot b)$.

Hinweis: Aufgrund der gegebenen Längen ist $AF$ gleich lang wie $b$.

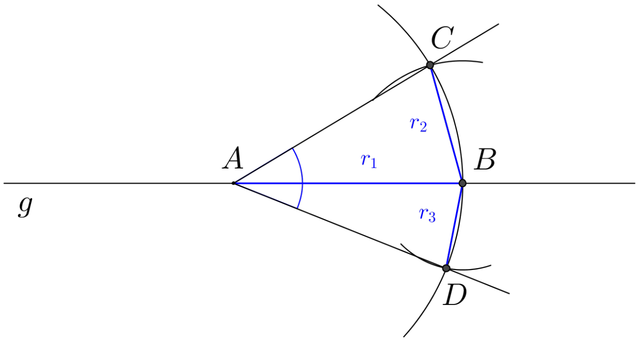
**Winkel übertragen**

**Aufgabe 4.** *Übertrage die gegebenen Winkel $\alpha = \angle PQR$ und $\beta = SQP$ so, dass die Scheitel der Winkels im gegebenen Punkt $A$ liegen und ein Schenkel jeweils auf der gegebenen Geraden $g$.*




**1)** *Zeichne mit dem Zirkel einen Kreisbogen mit Mittelpunkt $Q$ und „nicht zu großem“ Radius $r_1$ (kürzer als $PQ$). Die Schnittpunkte mit $PQ$, $PR$ und $PS$ seien der Reihe nach $X$, $Y$ und $Z$.*

**2)** *Die Länge $XY$ und $XZ$ seien $r_2$ bzw. $r_3$.*




**3)** *Zeichne einen Kreisbogen mit demselben Radius $r_1$ mit Mittelpunkt $A$. Den Schnittpunkt (rechts von $A$) mit dem Kreisbogen mit der Geraden $g$ nennen wir $B$.*

**4)** *Zeichne einen Kreisbogen mit Mittelpunkt $B$ und Radius $r_2$. Der Schnittpunkt mit dem Kreisbogen um $A$, der „oberhalb“ von $g$ liegt, sei $C$.*

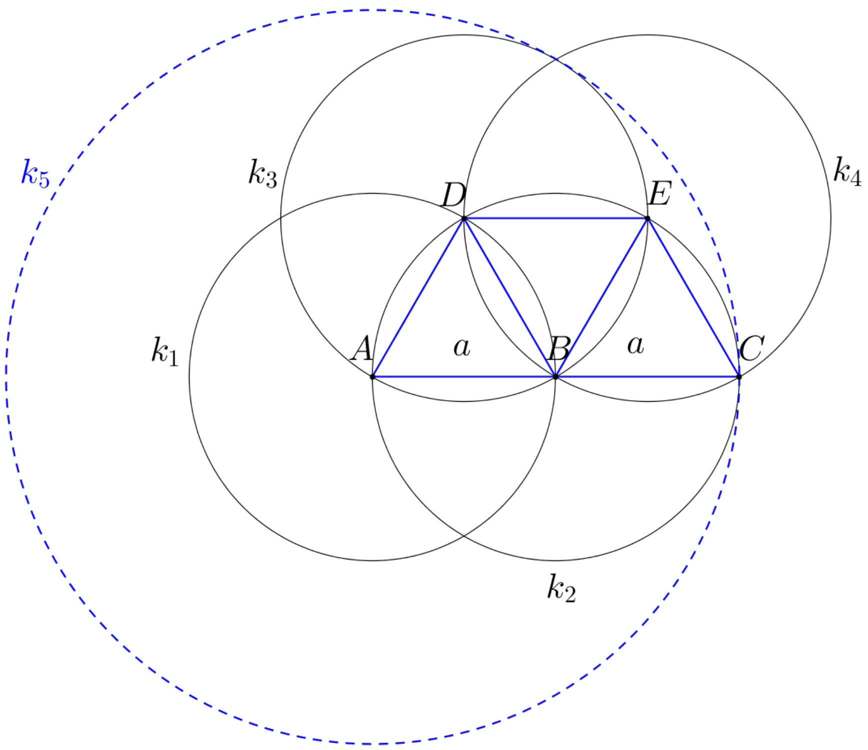
**5)** *Zeichne einen Kreisbogen mit Mittelpunkt $B$ und Radius $r_3$. Der Schnittpunkt mit dem Kreisbogen um $A$, der „unterhalb“ von $g$ liegt, sei $D$.*

**6)** *Zeichne die beiden Strahlen $AC$ und $AD$.*

**7)** *Es gilt $\angle BAC = \alpha$ und $\angle DAB = \beta$.*

**Streckenlänge nur mit Zirkel verdoppeln**

**Aufgabe 5.** *Gegeben sind die beiden Punkte $A$ und $B$. Konstruiere nur mithilfe eines Zirkels einen Punkt $C$, der doppelt so weit von $A$ entfernt ist wie der Punkt $B$.*
*Welches geometrische Objekt enthält alle Punkte, die diese Eigenschaft haben?*




1) *Zeichne mit dem Zirkel einen Kreis $k_1$ mit Mittelpunkt $A$ und Radius $AB$.*

2) *Zeichne mit dem Zirkel einen Kreis $k_2$ mit Mittelpunkt $B$ und Radius $AB$.*

3) *Einer der Schnittpunkte der beiden Kreise sei $D$ (wir wählen dabei den Schnittpunkt oberhalb der gedachten Strecke $AB$). Sei $AB = a$. Dann gilt auch $DA = DB = a$.*

4) *Zeichne mit dem Zirkel einen Kreis $k_3$ mit Mittelpunkt $D$ und Radius $a = DB$.*

5) *Der (von $A$ verschiedene) Schnittpunkt von $k_2$ mit $k_3$ sei $E$.*

6) *Zeichne mit dem Zirkel einen Kreis $k_4$ mit Mittelpunkt $E$ und Radius $a = EB$.*

7) *Der (von $D$ verschiedene) Schnittpunkt Schnittpunkt von $k_2$ mit $k_4$ ist $C$.*

*Da die Strecken $a = AB$, $DA$, $BD$, $BE$, $DE$, $EC$ und $BC = a$ alle gleich lang sind, sind die Dreiecke $ABD$, $BED$ und $BCE$ alle gleichseitig. Damit sind die Winkel $\angle DBA = \angle EBD = \angle CBE = 60°$, womit der Winkel $CBA = 180°$ ein gestreckter Winkel ist. Also liegt $B$ auf der Strecke $AC$ und die Länge der Strecke $AC$ ist $2 \cdot a$.*

*Alle Punkte, die auf dem Kreis $k_5$ mit Mittelpunkt $A$ und Radius $AC$ liegen, sind von $A$ gleich weit entfernt wie $C$, haben also die gewünschte Eigenschaft.*