## CAS

Mit dem Computeralgebrasystem (CAS) kannst du die folgenden Operationen durchführen:

- Symbolische und numerische Berechnungen durchführen
- Gleichungen symbolisch und numerisch lösen
- Formeln nach einer bestimmten Variable umformen
- Gleichungssysteme lösen

## Symbolische und numerische Berechnungen

Mit [=] kannst du symbolische Berechnungen durchführen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 1/2+1/3 → $\frac{5}{6}$ | 2 3*x+2*x → 5 x | 3 a*x+a*x → 2 a x | 4 a*x+ax → a x + ax |

⚠ Mache versteckte Multiplikationen mit einem Stern (*) sichtbar. $2x$ wird zwar zu $2 \cdot x$, aber $ax$ ist eine Variable mit Namen „$ax$“.

Mit [≈] kannst du numerische Berechnungen durchführen:

| $\sqrt{42} = 6{,}48...$ | $\sqrt[3]{42} = 3{,}47...$ | $e^{4{,}2} = 66{,}68...$ | $\sin(\frac{\pi}{3}) = 0{,}866...$ |
|---|---|---|---|
| 1 sqrt(42) ≈ 6.48074 | 2 42^(1/3) ≈ 3.47603 | 3 exp(4.2) ≈ 66.68633 | 4 sin(pi/3) ≈ 0.86603 |

⚠ Das Komma musst du als Punkt (.) eingeben und *nicht* als Beistrich (,).

## Symbolisches und numerisches Lösen von Gleichungen

Mit [x=] bzw. dem CAS-Befehl **Löse** kannst du Gleichungen symbolisch lösen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 4*x=2 Löse: $\left\{x = \frac{1}{2}\right\}$ | 2 x^2+2*x-8=0 Löse: $\{x = -4, x = 2\}$ | 3 sqrt(a)=3 Löse: $\{a = 9\}$ | 4 a*x=42 Löse: $\left\{x = \frac{42}{a}\right\}$ |
| bzw. | bzw. | bzw. | bzw. |
| 1 Löse(4*x=2) → $\left\{x = \frac{1}{2}\right\}$ | 2 Löse(x^2+2*x-8=0) → $\{x = -4, x = 2\}$ | 3 Löse(sqrt(a)=3) → $\{a = 9\}$ | 4 Löse(a*x=42) → $\left\{x = \frac{42}{a}\right\}$ |

Mit Klick auf [≈] wird das Ergebnis als Dezimalzahl angegeben.

Mit [x≈] bzw. dem CAS-Befehl **NLöse** kannst du Gleichungen numerisch lösen:

Die Gleichung $e^x = 2 \cdot x^2$ kann *nicht* nach $x$ umgeformt werden.

Die Gleichung hat aber – wie rechts dargestellt – drei Lösungen.

Probiere [x=] aus.

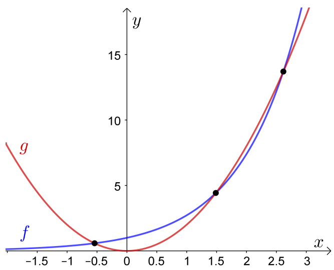
Mit [x≈] wird ein Näherungsverfahren mit Startwert $x = 1$ durchgeführt.

Den Startwert kannst du anpassen und erneut [x≈] klicken:

| | | |
|---|---|---|
| 1 exp(x)=2*x^2,x=1 NLöse: $\{x = 1.48796\}$ | 1 exp(x)=2*x^2,x=3 NLöse: $\{x = 2.61787\}$ | 1 exp(x)=2*x^2,x=-1 NLöse: $\{x = -0.53984\}$ |

Der CAS-Befehl **NLöse** liefert hier direkt alle 3 Lösungen:

2 NLöse(exp(x)=2*x^2) → $\{x = -0.53984, x = 1.48796, x = 2.61787\}$




Die Funktionen $f$ und $g$ mit $f(x) = e^x$ und $g(x) = 2 \cdot x^2$ haben genau 3 Schnittstellen.

**Lösungen einer Gleichung ermitteln**

Ermittle alle Lösungen der Gleichung $x^2 = \sqrt{x+1}$ über der Grundmenge $\mathbb{R}$ mit Technologieeinsatz.

$x_1 = -0{,}7244\ldots \qquad x_2 = 1{,}2207\ldots$

**Formel umformen**

Die Formel

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \qquad (R,\ R_1,\ R_2,\ R_3 > 0)$$

können wir ohne Technologieeinsatz folgendermaßen nach $R_3$ umformen:

$$\begin{aligned}
R \cdot (R_2 + R_3) &= R_1 \cdot (R_2 + R_3) + R_2 \cdot R_3 \\
R \cdot R_2 + R \cdot R_3 &= R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 \\
R \cdot R_3 - R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_3 &= R_1 \cdot R_2 - R \cdot R_2 \\
R_3 \cdot (R - R_1 - R_2) &= R_1 \cdot R_2 - R \cdot R_2 \\
R_3 &= \frac{R_1 \cdot R_2 - R \cdot R_2}{R - R_1 - R_2}
\end{aligned}$$

1 Löse(R=R_1+(R_2*R_3)/(R_2+R_3),R_3)

$\rightarrow \left\{ R_3 = \frac{-R\ R_2 + R_1\ R_2}{R - R_1 - R_2} \right\}$

Mit dem CAS-Befehl **Löse**(<Gleichung>, <Variable>) kannst du diese Formel nach $R_3$ umformen.

**Formel umformen**

Forme $\bar{v} = \dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ mit Technologieeinsatz nach $t_1$ um.

$$t_1 = \frac{s_1 - s_2 + t_2 \cdot \bar{v}}{\bar{v}}$$

**Gleichungssysteme lösen**

Ohne Technologieeinsatz können wir lineare Gleichungssysteme mit dem Eliminationsverfahren und dem Einsetzungsverfahren lösen.

$$\begin{aligned}
\text{I}: &\quad x + 2 \cdot y - 3 \cdot z = 6 \\
\text{II}: &\quad 2 \cdot x - 3 \cdot y + z = 5 \\
\text{III}: &\quad -3 \cdot x + y - 2 \cdot z = -3
\end{aligned}$$

1 x+2*y-3*z=6

$\rightarrow\ x + 2\ y - 3\ z = 6$

2 2*x-3*y+z=5

$\rightarrow\ 2\ x - 3\ y + z = 5$

3 -3*x+y-2*z=-3

$\rightarrow\ -3\ x + y - 2\ z = -3$

4 {$1, $2, $3}

Löse: $\{\{x = 2, y = -1, z = -2\}\}$

Im CAS kannst du Gleichungssysteme symbolisch bzw. numerisch lösen:

**i)** Gleichungen eingeben

**ii)** Mit gedrückter linker Maustaste die Gleichungen markieren

**iii)** x= bzw. x≈ klicken

**Gleichungssysteme lösen**

Löse das Gleichungssystem mit Technologieeinsatz.

$$\begin{aligned}
\text{I}: &\quad 3 \cdot x + y - 3 \cdot z = 10 \\
\text{II}: &\quad x - 3 \cdot y + z = 10 \\
\text{III}: &\quad -3 \cdot x - 2 \cdot y + 2 \cdot z = -8
\end{aligned}$$

$x = 4,\ \ y = -2,\ \ z = 0$