

Exponential- und Logarithmusfunktionen

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

March 6, 2024

LOGARITHMUSFUNKTION

Aufgabe 1. Berechne mithilfe der Definition des Logarithmus.

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| a) $\log_2(4)$ | b) $\log_3(27)$ | c) $\log_{0.5} 0.25$ | d) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$ |
| e) $\log_4 \frac{1}{4}$ | f) $\log_2 \frac{1}{4}$ | g) $\log_{\frac{1}{3}}(27)$ | h) $\log_{\frac{1}{2}}(32)$ |
| j) $\log_4(2)$ | k) $\log_8(2)$ | l) $\log_4(\frac{1}{2})$ | m) $\log_8(\frac{1}{4})$ |
| n) $\ln(e^2)$ | o) $\ln(\sqrt[3]{e})$ | p) $\ln(\frac{1}{e^2})$ | q) $\ln(\frac{1}{\sqrt[5]{e^7}})$ |
| r) $\lg(10000)$ | s) $\lg(\sqrt{1000})$ | t) $\lg(\frac{1}{100})$ | u) $\lg(\frac{1}{\sqrt[3]{10^{13}}})$ |

Aufgabe 2. Ermittle die Definitionsmenge der Funktion.

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| a) $f(x) = \log_2(x + 4)$ | b) $f(x) = \ln(3 - x)$ | c) $f(x) = \ln(7 - 2x)$ |
| d) $f(x) = \log_{0.3}(x^2 - 1)$ | e) $f(x) = \ln(x) + \ln(5 - x)$ | f) $f(x) = \ln(x^2) + \ln(x - 2)$ |

Aufgabe 3. Skizziere den Graphen der Logarithmusfunktion.

- | | | |
|------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| a) $f(x) = \log_2(x)$ | b) $f(x) = \ln(x)$ | c) $f(x) = \log_{0.3}(x)$ |
| d) $f(x) = \lg(x + 2)$ | e) $f(x) = \log_{0.7}(x) - 3$ | f) $f(x) = -\ln(x)$ |
| g) $f(x) = \log_2(-x)$ | h) $f(x) = \ln(2 - x)$ | i) $f(x) = -2\ln(x + 2)$ |

Aufgabe 4. Löse die Gleichung.

Hinweis: Verwende dabei die Eigenschaft $e^{\ln(a)} = a$.

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|------------------------------------|
| a) $\ln(x) = 2$ | b) $\ln(x - 1) = 3$ | c) $\ln(3 - 4x) = -1$ |
| d) $\lg(2x + 10) = 2$ | e) $\lg(x) + \lg(x + 3) = 1$ | f) $\lg(x + 1) - \lg(4 - 5x) = -1$ |

EXPONENTIALFUNKTION

Aufgabe 5. (Exponentielle Gleichungen)

Löse die Gleichung. Gib die Antwort mit 2 Nachkommastellen.

Hinweis: Logarithmiere die beiden Seiten und verwende die Eigenschaft $\ln(b^p) = p \ln(b)$.

a) $2^x = 3^{x-1}$

b) $2^{2x} \cdot 3^{1-x} = 1$

c) $4 \cdot 2^{-x} \cdot 5^x = 25^{2-x}$

d) $9^x \cdot 2^{x+2} = \left(\frac{1}{8}\right)^x \sqrt{3^x}$

Aufgabe 6. Skizziere die Funktionsgraphen.

a) $f(x) = 2e^x$

b) $f(x) = 0.5e^{-x}$

c) $f(x) = -3e^{1.5x}$

d) $f(x) = -0.7e^{-2x}$

e) $f(x) = 5 \cdot 2^x$

f) $f(x) = 0.2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$

g) $f(x) = -4 \cdot 3^{x+5}$

h) $f(x) = -2 \cdot 0.5^x$

Aufgabe 7. Skizziere die Funktionsgraphen und löse die Ungleichung.

a) $e^{2x} > 0.9$

b) $2.5e^{-0.5x} < 0.7$

c) $e^{1.5x} > 2$

d) $-0.5e^{-x} \leq -0.1$

e) $0.5 \cdot 3^x \geq 4$

f) $-0.8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} < -0.1$

g) $3 \cdot 2^{x+2} \leq 4$

h) $5 \cdot 0.25^{0.5x} \geq 10$

Aufgabe 8. Zeichne den Graphen der Exponentialfunktion. Ermittle um wie viel Prozent steigt oder fällt den Wert der Funktion nach jedem Schritt $\Delta x = 1$ und $\Delta x = 2$.

Hinweis: Überlege, wie man das schnell ermitteln kann, wenn die exponentielle Funktion die Form $f(x) = c \cdot a^x$ hat.

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = 3 \cdot 1.5^x$

c) $f(x) = 4 \cdot 0.9^x$

d) $f(x) = 3e^{0.5x}$

e) $f(x) = 0.5e^{-0.3x}$

f) $f(x) = 2e^{-1.2x}$

Aufgabe 9. (Anpassung der Exponentialfunktion)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = a \cdot e^{bx}$ mit unbekanntem Koeffizienten a und b . Ermittle die Werte der Koeffizienten, wenn es bekannt ist, dass der Graph der Funktion $f(x)$ durch die Punkte $A(x_1 | y_1)$ und $B(x_2 | y_2)$ verläuft.

a) $A(0 | 0.5)$ und $B(2 | 7)$

b) $A(1 | 3.7)$ und $B(5 | 0.2)$

c) $A(-3 | 123)$ und $B(12 | 25)$

d) $A(3 | 1021)$ und $B(23 | 5341)$