

# Diskrete Zufallsvariablen. Verteilungen

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova  
Projekt MmF

February 26, 2024

**Definition 1.** Eine **diskrete Zufallsvariable**  $X$  ist eine Zufallsvariable mit einer endlichen Anzahl möglicher Werte, d.h.  $X \in \{x_1, \dots, x_n\}$ .

**Definition 2.** Eine **Verteilung** der diskreten Zufallsvariable  $X$  mit  $n$  möglichen Werten  $\{x_1, \dots, x_n\}$  ist ein Satz von  $n$  Zahlen  $p_1, \dots, p_n$ , die die Wahrscheinlichkeit jedes Werts beschreiben, d. h.

$$p_i = \mathbb{P}(X = x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

Es gilt dabei

1.  $p_i \in [0, 1]$  für alle  $i = 1, \dots, n$ .
2.  $p_1 + \dots + p_n = 1$ .

**Aufgabe 1.** Gegeben ist eine diskrete Zufallsvariable  $X$ .

i) 

$X$	-1	0	1	2
$p$	0.2	0.2	0.3	0.3

Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten.

- a)  $\mathbb{P}(X = 0)$                       b)  $\mathbb{P}(X \leq 0)$                       c)  $\mathbb{P}(X = 0 \text{ oder } X = 2)$   
d)  $\mathbb{P}(X = 1 \mid X \geq 0)$               e)  $\mathbb{P}(X = -1 \mid |X| = 1)$

ii) 

$X$	-2	-1	0	1	2	3	4
$p$	0.05	0.05	0.1	0.2	0.2	0.3	0.1

Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten.

- a)  $\mathbb{P}(X > 0)$                       b)  $\mathbb{P}(X \text{ ist eine gerade Zahl})$                       c)  $\mathbb{P}(X^2 = 4)$   
d)  $\mathbb{P}(2^X < 3)$                       e)  $\mathbb{P}(X = -2 \mid X < 0)$                       f)  $\mathbb{P}(|X| = 1 \mid |X| \leq 2)$

**Aufgabe 2.** (Umfrage)

70 Personen haben einen Film bewertet. Dabei wurden Noten von 1 (sehr gut) bis 5 (sehr schlecht) vergeben. Es stehen folgende Daten über die Bewertung zur Verfügung.

Note	1	2	3	4	5
Anzahl	27	19	13	7	4

Man wählt zufällig eine Person aus, die an der Umfrage teilgenommen hat. Die Zufallsvariable ist die Note, die die Person vergeben hat.

Ermittle die Verteilung der Zufallsvariablen.



**Aufgabe 7.** (Würfel)

Man wirft einen Würfel einmal.

- a) Die Zufallsvariable  $X$  ist gleich den Augenzahl.
- b) Die Zufallsvariable  $X$  ist gleich der Anzahl von Teilern der Zahl auf dem Würfel.

Ermittle die Wertemenge und die Verteilung von  $X$ . Berechne  $\mathbb{E}(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .

**Aufgabe 8.** (Kugeln)

- a) (mit Zurücklegen)

In einer Urne befinden sich 2 weiße und 5 schwarze Kugeln. Es wird eine Kugel zweimal mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Ermittle die Verteilung von  $X$ , berechne  $\mathbb{E}(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .

- b) (ohne Zurücklegen)

In einer Urne befinden sich 2 weiße und 5 schwarze Kugeln. Es werden zwei Kugeln gleichzeitig gezogen. Die Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Ermittle die Verteilung von  $X$ , berechne  $\mathbb{E}(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .

**Aufgabe 9.** (Schießen)

Man schießt zweimal hintereinander. Beim ersten Schuss trifft man das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 und beim zweiten Schuss mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.3.

Die Zufallsvariable  $X$  ist gleich der Anzahl der Treffer auf das Ziel.

Ermittle die Verteilung von  $X$ . Berechne  $\mathbb{E}(X)$  und  $\text{Var}(X)$ .