

Kombinatorik

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

9. Oktober 2025

1 Produktregel

Aufgabe 1.1. (Outfit)

- a) Lukas hat 3 verschiedene Hosen, 5 verschiedene Hemden und 4 verschiedene Pullover im Kleiderschrank. Wie viele Outfits bestehend aus einer Hose, einem Hemd und einem Pullover kann er anziehen?
- b) Lukas hat 3 verschiedene Hosen, unter denen ist eine schwarze Hose, 5 verschiedene Hemden, unter denen sind zwei schwarze Hemde, und 4 verschiedene Pullover im Kleiderschrank.

Er möchte ein Outfit bestehend aus einer Hose, einem Hemd und einem Pullover auswählen. Wenn er eine schwarze Hose auswählt, kann er sie nur mit schwarzen Hemden kombinieren. Wie viele Outfits kann er zusammenstellen?

Quelle: Projekt MmF »Mathematik auf Augenhöhe – 10. Schulstufe«

Aufgabe 1.2. (Wege)

Anna steht im Punkt A und möchte entlang der Pfeile zum Punkt B kommen. Wie viele mögliche Wege von A nach B hat Anna?

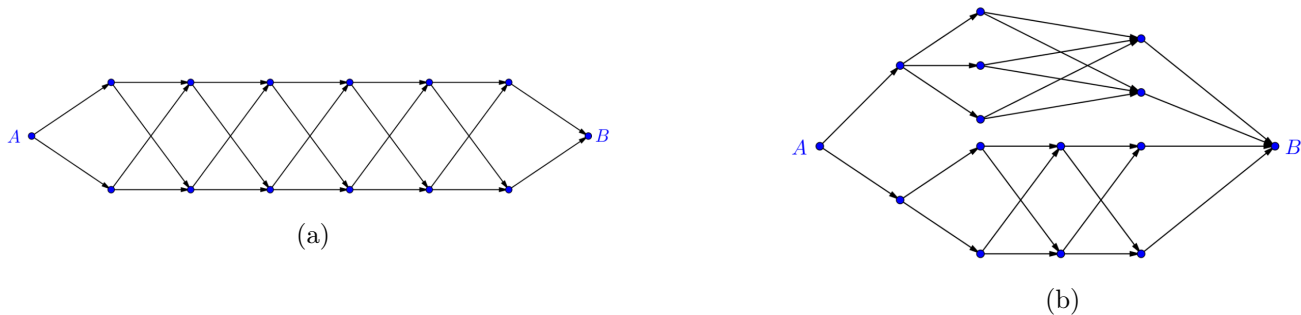


Abbildung 1: Abbildung zur Aufgabe 2

Quelle: Projekt MmF »Mathematik auf Augenhöhe – 10. Schulstufe«

Aufgabe 1.3. (Zahlen)

- a) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen.
- b) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen, die durch 5 teilbar sind.
- c) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen, deren erste und letzte Ziffern gleich sind.

- d) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen, bei der alle Ziffer unterschiedlich sind.
- e) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen, bei der alle Ziffer entweder gerade oder ungerade sind.
- f) Bestimme die Anzahl aller 6-stelligen Zahlen, die mit 7, 8 oder 9 beginnen und deren letzte Ziffer ein Teiler der ersten Ziffer ist.

Aufgabe 1.4. (Zahlen 2)

Eine 5-stellige Zahl beginnt mit der Ziffer 7. Jede nächste Ziffer darf sich nicht mehr um mehr als 1 von der vorherigen Ziffer unterscheiden. Zum Beispiel: 78766.

Bestimme die Anzahl solcher Zahlen.

Aufgabe 1.5. (0-1 Folgen)

Eine 0-1 Folge ist eine Folge, die nur die Ziffern 0 und 1 enthält.

- a) Berechne die Anzahl der 0-1 Folgen der Länge 10.
- b) Was ist die minimale Länge der 0-1 Folge, die dafür ausreichend ist, dass jede Person in Österreich, eine eigene 0-1 Folge hat?

Betrachte hier 2 Möglichkeiten:

- 1) Alle 0-1 Folgen müssen gleich lang sein.
- 2) 0-1 Folgen können unterschiedliche Längen haben.

Aufgabe 1.6. (Passwort)

Ein Passwort muss 6 Symbole enthalten. Wie viele verschiedene Passwörter lassen sich erstellen, wenn

- a) Symbole aus 26 lateinischen Buchstaben und 10 Ziffern ausgewählt werden können?
- b) die ersten zwei Symbole lateinische Buchstaben sind und die letzten vier Symbole Ziffern sind?
- c) das Passwort aus drei Teilen besteht: 2 lateinischen Buchstaben, 2 Ziffern und 2 Sonderzeichen (von 7 möglichen)? Dabei müssen in jedem Teil die beiden Symbole nebeneinander stehen und die Teile dürfen in verschiedenen Reihenfolgen vorkommen. Zum Beispiel: ab34?!, 71?=xy.

Aufgabe 1.7. (Sitzordnungen)

Es gibt

- a) eine Reihe mit 10 Plätzen und 10 Menschen.
- b) eine Reihe mit 10 Plätzen und 20 Menschen.
- c) eine Reihe mit 20 Plätzen und 10 Menschen.

In wie viele Sitzordnungen können sie sich setzen lassen?

Aufgabe 1.8. (Kino)

10 Freunde gehen ins Kino. Sie haben eine ganze Reihe mit 10 Plätzen reserviert.

- a) Wie viele Möglichkeiten haben sie, um sich zu setzen?
- b) Wie viele Möglichkeiten haben sie, um sich zu setzen, wenn Martin und Johanna nebeneinander sitzen möchten?
- c) Wie viele Möglichkeiten haben sie, um sich zu setzen, wenn Martin neben Johanna und Markus neben Michael sitzen möchten?
- d) Wie viele Möglichkeiten haben sie, um sich zu setzen, wenn Jonas nicht zwischen Martin und Markus sitzen möchte?

2 Geordnete und ungeordnete Stichproben

Aufgabe 2.1. (Fußballteam)

Es stehen 11 Jungen zur Verfügung, die in einem Team Fußball spielen.

- a) Wie viele Möglichkeiten hat ihr Trainer, um 2 Stürmer auszuwählen?
- b) Wie viele Möglichkeiten hat er, um einen rechten und einen linken Stürmer auszuwählen?

Aufgabe 2.2. (Fußball-Liga)

In einer Fußball-Liga spielen 18 Teams.

- a) Wie viele mögliche Varianten gibt es, Gewinner zu erhalten (1. Platz, 2. Platz und 3. Platz)?
- b) Die ersten drei Teams sollen in eine höhere Liga aufsteigen. Wie viele verschiedene Kombinationen von Teams, die die Liga ändern, gibt es insgesamt?

Aufgabe 2.3. (Hausaufgabe)

In einer Klasse gibt es 23 Schüler*innen. Der Lehrer möchte die Hausaufgabe überprüfen und dazu 4 Schüler*innen aufrufen.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es 4 Schüler*innen auszuwählen?
- b) Die Hausaufgabe besteht aus Problemen 3, 7, 10 und 12. Die aufgerufene Schüler*innen müssen unterschiedliche Probleme präsentieren. Wie viele Varianten gibt es 4 Schüler*innen für diese Aufgaben aufzurufen?

Aufgabe 2.4. (Folgen)

Wie viele Folgen der Länge 8 gibt es, die

- a) einmal die Ziffer 1 und sieben Mal die Ziffer 0 enthalten?
- b) einmal die Ziffer 1, einmal die Ziffer 2 und sechs Mal die Ziffer 0 enthalten?
- c) zweimal die Ziffer 1 und sechs Mal die Ziffer 0 enthalten?
- d) dreimal die Ziffer 1 und fünf Mal die Ziffer 0 enthalten?

Aufgabe 2.5. (Fußballteam 2)

Man möchte ein Fußballteam aus 11 Spieler*innen bilden. Es gibt 15 Jungen und 10 Mädchen.

- a) Wie viele Teams kann man bilden, die 6 Jungen und 5 Mädchen enthalten?
- b) Wie viele Teams kann man bilden, die mindestens 3 Mädchen enthalten?
- c) Wie viele Teams kann man bilden, wenn Martin und Michael nur dann spielen, wenn sie beide im Team sind?
- d) Wie viele Teams kann man bilden, wenn Martin und Johanna nicht im selben Team spielen wollen?

Aufgabe 2.6. (Wissenschaftswettbewerb)

Man möchte ein Team aus 6 Personen bilden, das eine Schule auf einem Wissenschaftswettbewerb vertreten wird. Ein Team soll aus 3 Mathematiker*innen und 3 Informatiker*innen bestehen.

- a) Es gibt 5 Mathematiker*innen und 7 Informatiker*innen. Wie viele Teams kann man bilden?
- b) Jede Physikerin/jeder Physiker kann sowohl als Mathematiker*in als auch als Informatiker*in teilnehmen. Wie viele Teams kann man bilden, wenn zusätzlich 1 Physiker*in zur Verfügung steht?

Aufgabe 2.7. (Schulrat)

Der Schulrat einer Schule besteht aus 10 Schüler*innen der Oberstufen, d.h. 10., 11. und 12. Schulstufen. In der 10. Schulstufe gibt es 50 Schüler*innen, in der 11. Schulstufe gibt es 40 Schüler*innen und in der 12. Schulstufe gibt es 30 Schüler*innen.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es einen Schulrat zu bilden?
- b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es einen Schulrat zu bilden, wenn es genau 2 Personen aus der 10. Schulstufe, 4 Personen aus der 11. Schulstufe und 4 Personen aus 12. Schulstufe enthalten muss?
- c) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es einen Schulrat zu bilden, wenn der Schulrat genau 5 Schüler*innen der 12. Schulstufe enthalten muss?
- d) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es einen Schulrat zu bilden, wenn der Schulrat mindestens 1 Schüler*inn der 12. Schulstufe enthalten muss?

Aufgabe 2.8. (Punkte auf der Ebene)

Auf der Ebene sind 13 Punkte gezeichnet, wobei keine 3 Punkte auf einer Geraden liegen.

- a) Man möchte ein Dreieck mit Eckpunkten in den angegebenen Punkten zeichnen. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?
- b) Man möchte drei Dreiecke zeichnen, wobei die Dreiecke keine gemeinsamen Eckpunkte haben. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn
 - i) die Dreiecke unterschiedliche Farben haben?
 - ii) alle Dreiecke schwarz sind?