

Laplace Wahrscheinlichkeit

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

February 26, 2024

Aufgabe 1. (Umfrage)

In einer Umfrage haben 420 Menschen teilgenommen, die eine Universität abgeschlossen haben. Es gab 2 Fragen:

1. Welche Schulnote hatten Sie im Fach Mathematik bei der Matura?
2. Haben Sie ein MINT-Studium oder ein nicht-MINT Studium abgeschlossen?

Das Ergebnis der Umfrage kann man in der folgenden Tabelle ablesen.

	1	2	3	4	insgesamt
MINT	31	37	23	11	102
andere	62	79	87	90	318
insgesamt	93	116	110	101	420

Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person, die an der Umfrage teilgenommen hat,

- a) ein MINT-Studium abgeschlossen hat.
- b) die Maturanote 4 bekommen hat.
- c) ein MINT-Studium abgeschlossen hat und die Maturanote 1 oder die Maturanote 2 bekommen hat.
- d) ein nicht-MINT Studium abgeschlossen hat oder eine Maturanote kleiner als 2 bekommen hat.

GEORDNETE STICHPROBEN

Aufgabe 2. (2-stellige Zahlen)

Es wird zufällig eine zweistellige Zahl ausgewählt, wobei alle Zahlen gleich wahrscheinlich sind.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- a) Man erhält eine Zahl, die durch 5 teilbar ist.
- b) Man erhält eine Zahl, deren Ziffern größer als 4 sind.
- c) Man erhält eine Zahl, die weder Ziffer 1 noch Ziffer 2 enthält.
- d) Man erhält eine Zahl mit zwei unterschiedlichen Ziffern.

Aufgabe 3. (zwei Würfel)

Man wirft zwei Würfel.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignissen.

- a) Man erhält zwei gleiche Augenzahlen.
- b) Die Summe von zwei Augenzahlen ist größer als 9.
- c) Man erhält mindestens eine Augenzahl 6.
- d) Eine Augenzahl ist größer als 4 und die zweite Augenzahl ist kleiner als 3.

Aufgabe 4. (Geburtstage)

Es gibt 3 Freunde: Lukas, Martin und Robin. Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) sie alle im Frühling Geburtstag haben.
- b) sie in derselben Jahreszeit Geburtstag haben.
- c) in verschiedenen Jahreszeiten Geburtstag haben.
- d) genau zwei von ihnen den Geburtstag in derselben Jahreszeit haben.

Aufgabe 5. (3-stellige Zahlen und Teilbarkeit)

Es wird zufällig eine dreistellige Zahl ausgewählt, wobei alle Zahlen gleich wahrscheinlich sind. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- a) Man erhält eine Zahl, die durch 3 teilbar ist.
- b) Man erhält eine Zahl, die durch 5 teilbar ist.
- c) Man erhält eine Zahl, die sowohl durch 3 als auch durch 5 teilbar ist.
- d) Man erhält eine Zahl, die durch 3 oder durch 5 teilbar ist.

Hinweis: $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

- e) Man erhält eine Zahl, die durch 3 aber nicht durch 5 teilbar ist.

Hinweis: $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$

Aufgabe 6. (Kino)

Laura, Johanna, Michael, Markus und Martin gehen ins Kino. Sie haben fünf Plätze mit den Nummern 1, 2, 3, 4 und 5 für sich reserviert und setzen sich in einer zufälligen Reihenfolge.

Berechne die Anzahl aller möglichen Sitzordnungen.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- a) Johanna sitzt auf Platz 1.
- b) Laura sitzt auf Platz 3 und Johanna sitzt neben Laura.
- c) Laura und Johanna sitzen nebeneinander.
- d) Sowohl die Mädchen als auch die Jungen sitzen nebeneinander.

- e) Michael sitzt auf Platz 1 oder Martin sitzt auf Platz 5.
- f) Michael sitzt dem Platz 1 und Martin sitzt nicht dem Platz 5.

UNGEORDNETE STICHPROBEN

Aufgabe 7. (Kugeln)

In einer Urne gibt es 3 weiße und 5 schwarze Kugeln. Man zieht gleichzeitig 3 Kugeln.

Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass man

- a) 3 weiße Kugel erhält.
- b) 1 weiße und zwei schwarze Kugeln erhält.
- c) mindestens eine weiße Kugel erhält.
- d) mindestens eine weiße und eine schwarze Kugel erhält.

Aufgabe 8. (Kartenspiel)

Betrachte ein Deck mit 52 Karten. Das Deck besteht aus vier "Farbzeichen", nämlich Herz, Karo, Pik und Kreuz. Jedes Farbzeichen hat 13 Werte: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König und Ass.

Man zieht zufällig **zwei Karten**. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse.

- a) Man erhält zwei Damen.
- b) Man erhält zwei Herzen.
- c) Man erhält ein Herz und ein Kreuz.
- d) Man erhält kein Kreuz.

Man zieht zufällig **fünf Karten**. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse.

- i) Man erhält nur Zahlen.
- ii) Man erhält zwei Herzen und drei Kreuze.
- iii) Man erhält mindestens vier Herzen.
- iv) Man erhält vier Karten mit gleichem Wert.

Aufgabe 9. (Hausaufgabe)

In einer Klasse gibt es 15 Schüler*innen. Es sollen 3 Schüler*innen zufällig ausgewählt werden, die die Hausaufgabe an der Tafel präsentieren.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- a) Martin, Laura und Michael werden ausgewählt.
- b) Martin wird nicht ausgewählt.
- c) Michael und Laura werden nicht gleichzeitig ausgewählt.

- d) Wie viele Schüler*innen müssen ausgewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass Martin darunter ist, größer als 0.25 ist?

Die ausgewählten Schüler*innen werden die Hausaufgabe in einer bestimmten Reihenfolge präsentieren. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse,

- i) Laura präsentiert ihre Hausaufgaben als Dritte.
- ii) Laura präsentiert ihre Hausaufgaben als Dritte und Martin präsentiert nicht.
- iii) Martin präsentiert seine Hausaufgabe nicht als Erstes.
- iv) Martin präsentiert seine Hausaufgabe nach Laura.

Aufgabe 10. (Turnier)

In einem Turnier spielen 40 Teams aus Deutschland, 5 Teams aus Österreich und 5 Teams aus der Schweiz. Wir nehmen an, dass alle Teams gleich gut spielen.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- a) Die drei besten Teams kommen aus Deutschland.
- b) Die drei besten Teams kommen aus demselben Land.
- c) Zwei der drei besten Teams kommen aus Deutschland.
- d) Keine zwei der drei besten Teams kommen aus demselben Land.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

- i) Den ersten Platz hat ein Team aus Österreich belegt.
- ii) 1. Platz – Deutschland, 2. Platz – Österreich, 3. Platz – Schweiz.
- iii) Den ersten Platz hat ein Team aus Deutschland belegt und den zweiten und dritten Platz haben Teams nicht aus Deutschland belegt.