

Mathematische Vorläuferfähigkeiten

Standardisierte Mengendarstellungen

Silvia Pixner

Zusammenfassung

Der Einsatz standardisierter strukturierter Mengendarstellungen im Unterricht fördert den Aufbau eines tragfähigen Zahl- und Operationsverständnisses und wirkt dadurch zählendem Rechnen entgegen. In diesem Artikel werden Finger- und Würfelbilder, Strichlisten sowie Zehnerfelder als geeignete Darstellungsformen vorgestellt.

1 Standardisierte Mengendarstellungen

In diesem Artikel werden standardisierte Mengendarstellungen vorgestellt. Dabei handelt es sich um Darstellungsformen wie Fingerbilder, Würfelbilder, Strichlisten oder das Zehnerfeld. Besondere Merkmale von standardisierten Mengendarstellung: Sie sind wiedererkennbar, was das Erkennen und Speichern von Anzahlen erleichtert, indem sie ein klar strukturiertes Muster bieten. Die vorgestellten Darstellungsformen orientieren sich am Dezimalsystem, das auf Zehnerbündelungen beruht (siehe Abbildung 1) und oft eine Subeinheit von 5. Das mentale Bilden geeigneter Bündel führt zu strukturierten und leicht erkennbaren Mustern.

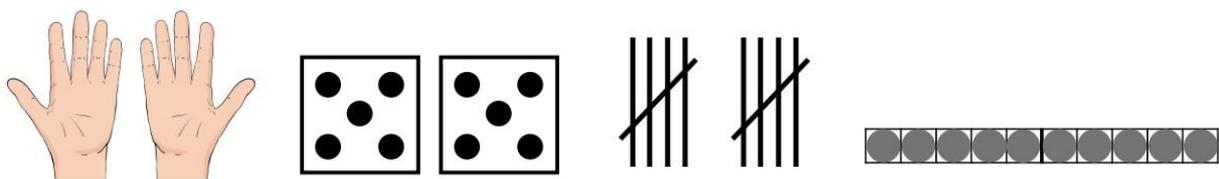


Abbildung 1. Die unterschiedlichen Darstellungsformen

Ein Blick auf die Mengendarstellungen in Abbildung 1 zeigt ein weiteres Merkmal standardisierter Mengendarstellungen: Sie enthalten sogenannte ‚Subeinheiten‘, die durch Fünfer-Bündelungen erkennbar sind. Diese Fünfer-Unterteilung ist hilfreich, denn: Man geht davon aus, dass ‚nur‘ drei bis vier Objekte in beliebiger Anordnung auf einen Blick erfasst werden können (Wynn, 1992, S. 749). Ab einer Anzahl von 5 Objekten bedarf es einer weiteren Unterteilung beziehungsweise Unterstützung.

Die Zahl 5 spielte bereits in antiken Zahlensystemen eine zentrale Rolle. Ab der Zahl 5 wurde häufig ein neues Symbol verwendet (Ifrah, 2010, S. 170f). Viele Schulbücher nutzen die „Kraft der 5“, deren Nutzen in der aktuellen fachdidaktischen Literatur vor allem bei Addition und Subtraktion hervorgehoben wird. Gaidoschik (2010, S. 21) zeigt auf, dass sich die frühe Erarbeitung strukturierter Zahlvorstellungen positiv auf nicht zählende Rechenstrategien auswirkt. Die Kinder lernen mit der Zeit, die standardisierten Darstellungsformen zu erkennen und zu interpretieren. Sie speichern diese wiederkehrenden Muster mental ab und nützen die Verbindung zwischen Muster und dahinterliegender Menge beziehungsweise deren Mächtigkeit, um weitere Berechnungen, Schätzungen oder Vergleiche effizient durchzuführen (zum Beispiel die Kraft der 5 beim Rechnen oder andere Bündelungen beim Schätzen beziehungsweise Abzählen). Diese Arbeitsweise scheint auch das Arbeitsgedächtnis zu entlasten¹.

1.1 Kardinalität und standardisierte Mengendarstellungen

Die Kinder entwickeln zuerst ein rein ordinales Verständnis von Zahlen. Sie lernen die Zahlen als Glieder der Zahlwortreihe kennen. Auf Eins folgt Zwei, dann Drei, dann Vier, etc. Sie assoziieren mit den Wörtern dieser stabilen Reihe noch keine Anzahlen. Die Kinder müssen in einem nächsten Schritt lernen zu verstehen, dass beim Abzählen einer Menge, also dem in Beziehung Setzen der Zahlwörter mit den Objekten einer Menge, die Mächtigkeit dieser erfasst (Gelman & Galistel, 1978). Das dadurch gewonnene kardinale Zahlverständnis ist ein Meilenstein der Schuleingangsphase, auf dem die späteren Rechenkompetenzen aufbauen (Krajewski & Schneider, 2006). Mentale Vorstellungen von Fingerbildern spielen für das Erreichen dieses Meilensteins eine wesentliche Rolle (Kreilinger et al., 2022, S. 10). Man geht davon aus, dass standardisierte Bilder beziehungsweise Muster den Erwerb des kardinalen Zahlverständnisses unterstützen. Feste, immer wiederkehrenden Muster helfen Kindern, diese Verbindung herzustellen. Obwohl das kardinale Zahlverständnis am besten durch materialgebundene Impulse aufgebaut werden kann, ist es erforderlich, diese rein handlungsorientierte Ebene zu verlassen, um ein mentales Bild aufzubauen, das auf dem verwendeten Material basiert (Rieckmann, 2022, S. 84). Kreilinger et al. (2020, S. 98) zeigen im Hinblick auf den Lernprozess, dass strukturierte Mengen schneller erfasst werden als

¹ Zusammenhängen zwischen Größenrepräsentationen und dem „visuell-räumlichen Notizblock“ werden in Röhm (2020) weiter ausgeführt.

unstrukturierte, da letztere eher durch Abzählen ermittelt werden. Dies deutet darauf hin, dass der Einsatz von standardisierten Mengendarstellungen wie Fingerbildern, Punktefeldern oder Strichlisten die Kinder beim Übergang vom zählenden Rechnen zur systematischen Mengenerfassung unterstützen und ihnen damit auch zu einem flexiblen Operationsverständnis verhelfen kann. Kreilinger et al. (2021, S. 3) zeigen in ihrer Studie, wie wichtig mentale Bilder sind und wie einfach diese bei Kindern aktiviert werden können. Es wird angenommen, dass Kinder mit guter Intuition im Umgang mit Zahlen und Mengen von sich aus solchen inneren Bildern aufbauen und nutzen. Ähnlich argumentiert auch Käpnick (2024, S. 10) über Kinder mit einem hohen mathematischen Potenzial, welches sich zu einer hohen Leistungsfähigkeit entwickelt. Der Fokus sollte daher auf Kinder mit Schwierigkeiten beim Aufbau von stabilen Zahl- beziehungsweise Mengenvorstellungen gelegt werden.

In der Erarbeitungsphase ist es besonders wichtig, die Darstellungsformen zu vernetzen, also die Menge, die mit Material dargestellt wird, mit einem Fingerbild, dem arabischen Symbol und dem gesprochenen Zahlwort zu verknüpfen.



Abbildung 2. Vernetzung der Darstellungsformen

1.1 Fingerbilder

Kinder beschäftigen sich bereits früh in ihrer Entwicklung mit Zahlen und beginnen von sich aus, ihre Finger zum Abzählen zu benutzen. Die Finger stellen ein Bindeglied zwischen den bisher sprachlich entwickelten Zählkompetenzen und den angeborenen vorsprachlichen numerischen Fähigkeiten wie dem Vergleichen von Mengen dar. Auch Eckstein (2011, S. 11) betont: *„Das Zählen ist die Wiege des Rechnens und die Finger sind die ursprüngliche Zähl- und Rechenhilfe der Menschen.“*

Im Bereich der Darstellungsmaterialien nehmen die Finger eine besondere Rolle ein. Die Kinder können die Finger nicht nur visuell, sondern auch taktil wahrnehmen und die zugehörigen Informationen verarbeiten. Eckstein (2011, S. 95) spricht von einer „spürbaren Abbildung“ der

Numerosität. Das Bilden von Eins-zu-eins-Zuordnungen zwischen Zahlwörtern und den Objekten einer Menge wird durch die rhythmisierte Bewegung der Finger unterstützt. Im Unterschied zu anderen Materialien stehen sie immer zur Verfügung, sie sind also immer mit dabei, basieren auf dem 10er-System mit Subbasis 5. Diese Merkmale machen Finger zu einem optimalen Material für das erste Erfassen von Anzahlen.

Finger werden in verschiedenen Kulturen unterschiedlich eingesetzt. Im Schulalltag werden uns deshalb auch unterschiedliche Fingerbilder begegnet. In Abbildung 3 werden jene Fingerbilder dargestellt, die im zentraleuropäischen Raum verwendet werden. Eins wird mit dem Daumen gezeigt, Zwei mit Daumen und Zeigefinger, Drei mit Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger. Bei Vier gibt es eine Besonderheit: Als numerische Folge von Drei würde man Vier aus den Fingern von Drei und dem Ringfinger aufbauen. Für manche Kinder ist dies feinmotorisch eine Herausforderung. Sie wechseln daher zu einem anderen Bild, welches aus Zeigefinger, Mittelfinger, Ringfinger und kleinem Finger besteht. Beide Fingerbilder für Vier werden in unserem Kulturkreis benutzt. Fünf stellt dann die volle Hand dar. Diese Fingerbilder werden auch von Eckstein (2011, S. 174) deutlich präferiert.

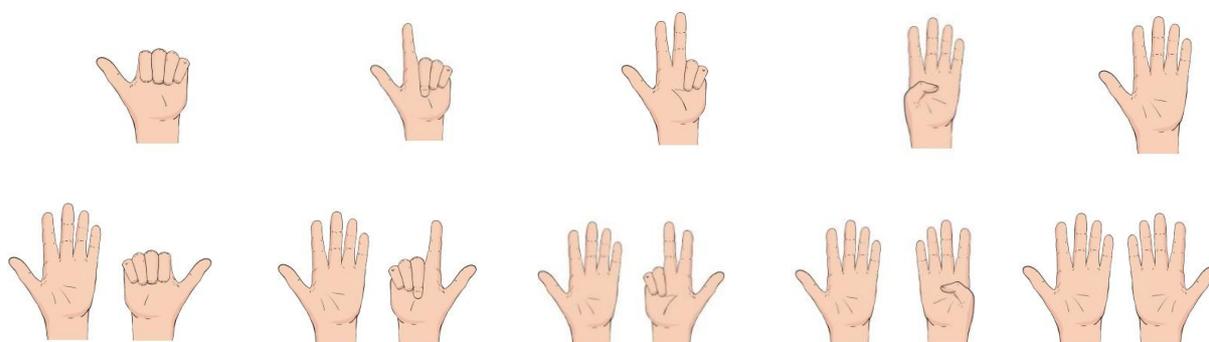


Abbildung 3. Die „klassischen“ Fingerbilder angelehnt an Eckstein (2011, S. 174).

Es ist anzuraten, immer einheitliche Darstellungen zu nutzen (Frey, et al., 2024, S.10, Konrad & Lindtner, 2017, S. 322) und nicht zu wechseln, damit der Abruf und die Abspeicherung dieser Muster und ihre Verwendung als feste Menge (Kardinale Einheiten) beim Rechnen effektiver ist und die Kinder nicht in das Abzählen von Fingergruppen zurückfallen.

In multikulturell geprägten pädagogischen Handlungsfeldern ist zu beachten, dass nicht alle Kulturen die dargestellten Fingerbilder verwenden (Ifrah, 2010). Wenn Kinder bereits andere Fingerbilder gespeichert haben, sollen sie diese auch im Unterricht verwenden, da angenommen werden kann, dass sie bereits verinnerlicht sind. Dabei ist es wichtig, die Kinder zu bestärken, die bereits abgesicherten Fingerbilder auch zu nutzen (Beispiel siehe Abbildung 4).



Abbildung 4. Beispiel für „andere“ Fingerbilder

Auch wenn der Verwendung von Fingern ein negativer Ruf vorausseilt, ist ein bewusster und strukturierter Einsatz zu empfehlen. So ist die Befürchtung, dass Kinder durch das Zählen mit Fingern zu zählenden Rechnern werden, unbegründet. Vielmehr helfen Fingerbilder dabei, stabile Zahlvorstellungen aufzubauen (Eckstein, 2011, S. 86). Dies zeigt auch die Studie von Poletti et al. (2022, S. 7): Kinder, die bereits im Kindergarten ihre Finger zum Zählen und Erfassen von Mengen einsetzen, zeigen in der zweiten Schulstufe bessere Rechenkompetenzen.

1.2 Würfelbilder

Ähnlich den Fingerbildern lernen Kinder Würfelbilder bereits früh kennen. Gasteiger und Möller (2021, S. 10f) zeigen, dass Kinder zwischen 4 und 6 Jahren, die mit klassischen Brettspielen mit einem Zahlenwürfel gespielt haben, auch noch 1 Jahr nach dieser Intervention bessere numerische Vorläuferkompetenzen zeigen. Dieses Ergebnis ist wenig überraschend: Wenn man ein klassisches würfelbasiertes Brettspiel analysiert, dann entdeckt man viele Vorläuferkompetenzen, die dabei trainiert werden. Neben dem Abspeichern und Abrufen von Würfelbildern wird auch das Abzählen geübt, indem die Anzahl der Würfelaugen in Schritte auf dem Spielfeld umgesetzt wird. Dabei steht die stabile Reihenfolge, die Eins-zu-eins-Zuordnung und auch die Kardinalität in Fokus. Etliche Kinder beginnen bei ihnen schon geläufigen Würfelspielen zu springen, also erkennen die einzelnen Sequenzen des Spielfeldes. Es wird auch deutlich sichtbar, dass drei Felder näher sind als fünf Felder etc. Somit wird zusätzlich der direkte Vergleich von Anzahlen geübt. Bei wiederholtem Würfeln nach Würfeln der Augenzahl 6 oder auch beim Spiel mit zwei Würfeln wird zusätzlich noch das Verständnis für die Teil-Ganze-Beziehung aufgebaut und gefestigt.

Betrachtet man die Spiele für jüngere Kinder, wird der 3er-Würfel besonders häufig verwendet. Dies erleichtert den Kindern die Abspeicherung der Muster, da die Ziffern 1, 2 und 3 jeweils zweimal am Würfel vorkommen. Nicht nur, weil der Zahlenraum kleiner ist, sondern auch, weil durch diese Einschränkung, die bereits angesprochenen Kompetenzen in reduzierter Form geübt und gefestigt werden können. Für die meisten Kinder ist der spätere Umstieg auf einen 6er-

Würfel kein Problem. Vereinzelt brauchen die Kinder noch Zwischenstufen, da müsste man einen Würfel selbst basteln. Ein 4er-Würfel würde die Würfelbilder von 1, 2, 3 jeweils einmal und das Würfelbild 4 dreimal zeigen. Diese Vorgangsweise stellt sicher, dass das neue Bild, in diesem Fall das Würfelbild 4, häufiger vorkommt und geübt werden kann. Analog kann auch ein 5er-Würfel gestalten werden. So kann man in kleineren Stufen die einzelnen Bilder einführen und verinnerlichen. Für Kinder, die die Mengendarstellungen bis 6 bereits verinnerlicht haben, kann man das Würfelbild aber auch schwieriger gestalten, indem man die Darstellungen von 7, 8 und 9 auf Dominosteinen aufnimmt. Das 9er-Feld kann später bei den Rechenstrategien (für die Aufgabe $6 + 3$) verwendet werden (Pixner & Dresen, 2022, S. 87).

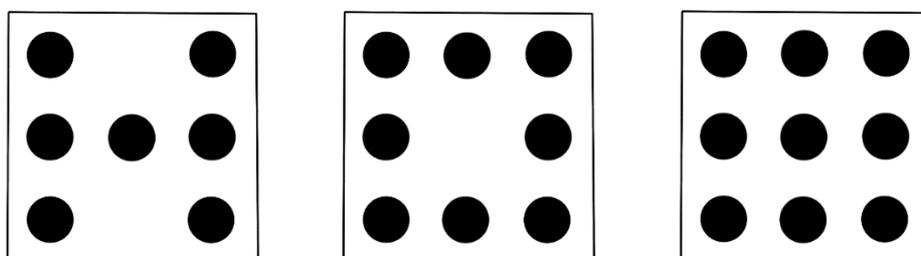


Abbildung 5. Dominobilder für die 7, 8 und 9

Würfelbilder eignen sich auch gut dazu, die ersten Verdoppelungen einzuführen. Die Verdoppelung der Mengen 1, 2 und 3 können mit dem Würfelbild gut verdeutlicht werden. Die Begriffe „Verdoppeln“ und „Halbieren“ bereiten den meisten Kindern Probleme, viel weniger als die entsprechende Handlung an sich. Daher ist es sinnvoll, diese Begriffe regelmäßig zu verwenden.

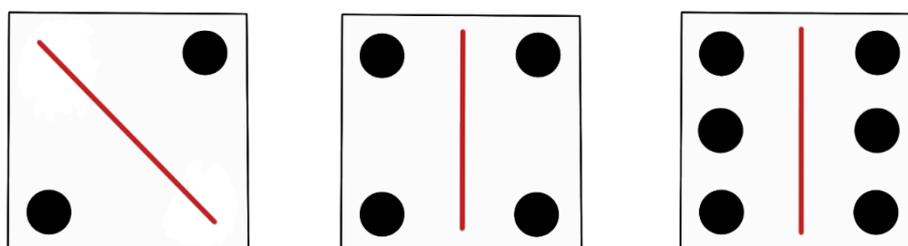


Abbildung 6. Verdoppeln mit Würfelbildern

Ein Nachteil der Würfelbilder ist, dass die Mengendarstellungen nicht aufeinander aufbauen. Zum Beispiel ist die Darstellung der 5 nicht in die Darstellung der 6 eingebettet. Auch bei den Würfelbildern von 3 und von 4 kann man das jeweils andere Würfelbild nicht erkennen beziehungsweise durch das Ergänzen eines Auges aufbauen. Der Nachteil dieser Bilder ist also, dass

die Klasseninklusion, also das Enthaltensein einer kleineren Anzahl in einer größeren Anzahl, nicht unmittelbar beobachtet werden kann.

Kreilinger et al. (2020, S. 102) haben sich in ihrer Studie auch die Frage gestellt, ob die gleichzeitige Nutzung mehrerer unterschiedlicher standardisierter Darstellungsformen die Entwicklung positiv beeinflusst oder ob es besser wäre, den Fokus auf eine spezifische zu lenken. Die Ergebnisse der Studie zeigen deutlich, dass die von ihnen gewählten beiden Darstellungsformen, Fingerbilder und Würfelbilder, einen wichtigen Beitrag zur Verbesserung der Rechenkompetenzen leisten und dabei nicht einfach austauschbar sind.

1.3 Strichlisten

Bereits alte Kulturen haben Strichlisten als Methode für Zählungen oder Protokollierung von Häufigkeiten verwendet. Bei Kindern kann diese Darstellungsform auch als Übergang für die Einführung von Häufigkeiten und anderen, vor allem tabellarischen oder graphischen, Darstellungen dienen. Auch hier findet man die Bündelung 5, die das Erfassen der Anzahl auf einen Blick deutlich erleichtert.

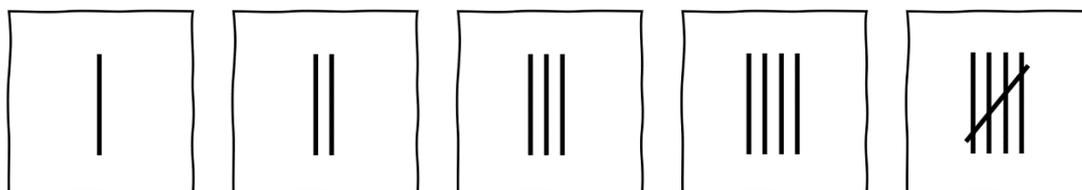


Abbildung 7. Strichlisten

Auf enaktiver, also handelnder Ebene, eignen sich kleine Stäbchen (Zahnstocher) zur Darstellung mit Strichlisten. Das jeweils fünfte Stäbchen wird quer über seine vier Vorgänger gelegt, um die Schreibweise vorzubereiten. Die bildhafte Darstellung der Strichlisten mit 5er-Bündel (siehe Abbildung 6) können die meisten Kinder rasch nachvollziehen. Bei der Recherche der wissenschaftlichen Literatur konnten keine spezifischen Studien, die sich mit den Vorteilen der Verwendung der Strichlisten beschäftigen, gefunden werden. Ihr Einsatz in Schulbüchern von den ersten Mengendarstellungen bis hin zu absoluten Häufigkeiten in der Statistik ist weit verbreitet. Ein weiterer Vorteil dieser Darstellungsform liegt in ihrer Schlichtheit. Man könnte sie also sehr gut für das Skizzieren von Anzahlen zum Beispiel beim Sachrechnen verwenden.

1.4 Zehnerfeld

Das Zehnerfeld und seine Erweiterung auf das Zwanzigerfeld oder sogar die Hundertertafel wird im schulischen Alltag häufig verwendet und bildet unser Dezimalsystem hervorragend ab. Genauso wie bei den vorhergehenden Darstellungsformen findet man auch hier eine klare Subbasis 5, außer in der Hundertertafel.

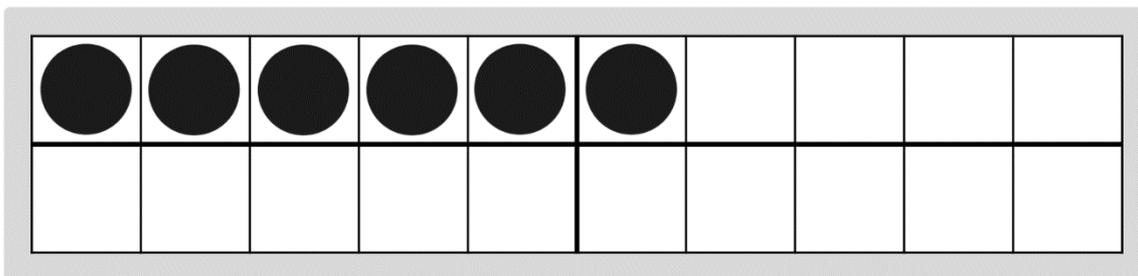


Abbildung 8. Zehnerfeld mit der Subbasis 5

Der klare Vorteil des Zehnerfeldes ist die Erweiterungsmöglichkeit auf das Zwanzigerfeld sowie später das Hunderterfeld. Die anderen vorgestellten Darstellungsformen, wie Fingerbilder, Würfelbilder und Strichlisten, bieten diese einfache Erweiterungsmöglichkeit nicht. Dabei geht man davon aus, dass die Kinder hier eine gewisse Flexibilität zeigen, beispielweise bei der Darstellung der 6 kann der 6. Punkt unter oder neben der gebündelten 5 gesetzt werden. Beide Darstellungen werden auf einen Blick als 6 erkannt (siehe Abbildung 9).

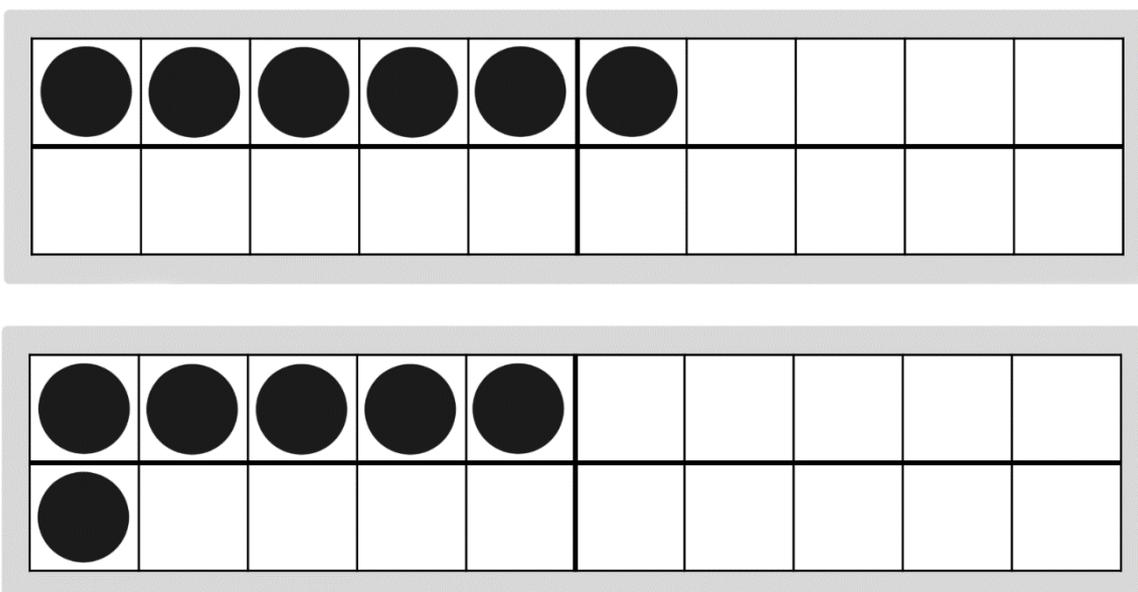


Abbildung 9. Flexibilität der 5-er Gliederung auf dem Zwanzigerfeld

Das beliebige Setzen von Punkten beispielsweise ins Zwanzigerfeld läuft der strukturierten Mengenerfassung zuwider und würde auf das reine Abzählen hinauslaufen (siehe Abbildung 9).

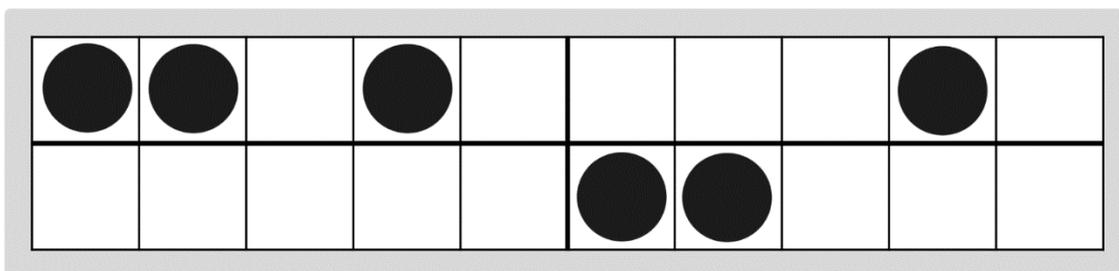


Abbildung 9. Unstrukturiert gesetzte Punkte am Zwanzigerfeld

1.5 Bunte Zahlenstreifen

Die bunten Zahlenstreifen erfüllen auch sehr gut die von uns gestellten Kriterien (siehe Seite 1, Kapitel 1). Die 10er-Bündelung und zusätzliche 5er-Bündelung, die das Abspeichern und Abrufen der entsprechenden Größen erleichtert, werden eingehalten. Die bunten Zahlenstreifen stellen auch eine Analogie zum Zehnerfeld dar. Beim Zehnerfeld werden die Felder durch Punkte besetzt; bei den Zahlenstreifen ist es einerseits die Farbe² des Streifens und andererseits die Anzahl der Felder, die entscheidend sind.

2. Impulse für die Praxis

Im ersten Schritt geht es darum, Fingerbilder, Würfelbilder, Strichlisten und Zehnerfeld als Muster zu verinnerlichen. Diese Darstellungsformen sollten von Beginn an immer wieder angeboten werden, damit die Kinder sie gut abspeichern. Bei Fingerbildern zählen die Kinder anfangs die einzelnen Finger. Drei Finger werden also nicht simultan ausgestreckt, sondern hochgezählt. Dies hängt oft mit dem noch nicht gefestigten Verständnis für Kardinalität zusammen.

² Bei natürlicher Synästhesie verbinden Kinder Zahlen mit Farben und umgekehrt. Für diese Kindern sollen die bunten Streifen in Graustufen ausgedruckt werden, um ihre Farb-/Zahlassoziationen nicht zu irritieren.

Im ersten Schritt der Förderung sollte auf das Verständnis der Kardinalität und das simultane (gleichzeitige) Ausstrecken der Finger hingearbeitet werden. Beim Üben sollte der Fokus darauf liegen, dass das Fingerbild schnell abgerufen werden kann und die dargestellte Anzahl durch ein gleichzeitiges Austrecken aller Finger durch das Kind wiedergegeben wird. Konkret bedeutet dies, dass Kinder immer wieder die gewünschten **Fingerbilder zeigen** beziehungsweise **gezeigte Fingerbilder benennen sollen**. Dabei werden die Darstellungsform, welche Finger man benützt und gegebenenfalls der Unterschied zu dem vorhergehenden beziehungsweise nachfolgenden Fingerbilder (welcher Finger kommt dazu oder weg) besprochen und von den Kindern analysiert. Es spielt dabei keine Rolle, ob die Kinder mit der rechten oder der linken Hand mit der Darstellung starten ebensowenig ob sie den Handrücken oder die Handfläche zeigen.

Zum Beispiel: „Zeig mir jetzt Zwei. Welche Finger brauchst du dafür? Kannst du Zwei auch mit der anderen Hand zeigen?“

„Zeig mir jetzt Drei. Welcher Finger kommt dazu, wenn du Drei zeigst?“

Im zweiten Schritt kann man mit Bildern arbeiten. Dazu eignet sich ein einfaches **Sortieren** – Fingerbilder und Würfelbilder werden einander zugeordnet oder der Reihe nach geordnet. Kinder erhalten einzelne Karten und sollen dann möglichst schnell eine Partnerkarte mit derselben Zahl in anderer Darstellung finden.

„Auf der Karte ist Zwei mit Fingern dargestellt. Findest du dieselbe Menge/Zahl auch auf einer anderen Karte?“ Zum Beispiel könnte ein Kind Zwei als Fingerbild und Zwei als Würfelbild haben, oder später auch ein Trio oder Quartett aus Fingerbild, Würfelbild, Strichliste und Zehnerfeld. Wenn das Finden der Partner gefestigt ist, kann das Spiel erweitert werden, indem jeweils eine neue Darstellungsform dazu genommen wird. So entsteht ein „Trio“: Fingerbild-Würfelbild-Strichliste, Fingerbild-Würfelbild-Zehnerfeld oder Würfelbild-Strichliste-Zehnerfeld, das dann zu einem Quartett erweitert werden kann.

Im dritten Schritt werden diese Kompetenzen vertieft und wiederholt. In dieser Phase bieten sich **Blitzaufgaben** an. Dabei wird ein Bild gezeigt. Ein Kind darf rasch das passende Zahlwort nennen oder das richtige Fingerbild zeigen. Mit dem vorliegenden Kartenmaterial kann auch **Memory gespielt** werden. Die entsprechenden Paare werden ausgewählt und zum Spielen zusammengestellt. Mit dem Kartenmaterial im Anhang (Würfelbilder, Fingerbilder, Strichlisten, Zehnerfeld, bunte Zahlenstreifen) können auch andere wichtige Kompetenzen wie **Klassifikation** (zum Beispiel Gegenstände zu einer Gruppe beziehungsweise Klasse zuordnen) und **Seriation** (eine Reihenfolge herstellen oder weiterverfolgen, siehe Abbildung 10) verdeutlicht und geübt werden. Klassifikation und Seriation stehen über allgemeine kognitive Kompetenzen hinaus eng mit der

Entwicklung der numerischen Vorläuferkompetenz in Verbindung (Zippert et al., 2019, S. 753). Würfel können nach ihrer Größe, Farbe, Anzahl oder auch Form sortiert oder geordnet werden. Wenn man das weitere Kartenmaterial aus dem Anhang nutzt, ergibt es eine weitere Kategorie, nach der sortiert werden kann: die Darstellungsform. Legt man die unterschiedlichen Karten auf den Boden und lässt die Kinder die Karten ohne konkrete Vorgaben sortieren, kann im Anschluss besprochen werden, nach welchen Kriterien sie Karten gruppiert haben und welche weiteren Möglichkeiten es noch geben würde. Bei größeren Gruppen kann man die Kinder aufteilen und die Ergebnisse der Kleingruppen miteinander vergleichen und besprechen. Mit dem Kartenmaterial können neben Aufgaben zur Klassifikation auch Aufgaben zur Seriation gestellt werden. Es kann mit den Karten etwa eine Reihe gebildet werden, bei der eine Stelle frei bleibt. Die Kinder sollen herausfinden, welche Karte an dieser Stelle fehlt. Oder man baut einen Fehler in die Reihe ein, den die Kinder entdecken sollen. Wenn die Kinder das Prinzip verinnerlicht haben, könnten sie mit den Karten eigene Reihen bilden, die von anderen Kindern vervollständigt werden. In einem weiteren Schritt kann mit den Karten eine Reihe gestartet werden, die von den Kindern fortgesetzt werden soll. Dabei werden mehrere Merkmale miteinander kombiniert: die Anzahl, die Farbe oder die Größe (wenn man die Karten in unterschiedlichen Größen ausdruckt). Wenn man die Reihe noch komplexer gestalten möchte, kann man auch die Darstellungsformen (Fingerbilder, Strichlisten oder 10-er Feld, arabische Ziffern) dazu kombinieren.



Abbildung 10. Eine mögliche Reihenfolge, die fortgesetzt werden kann.

Im vierten Schritt werden die gelernten Muster (Fingerbilder, Würfelbilder, Strichlisten, 10-er Feld oder auch die bunten Zahlenstreifen) in die mentale Vorstellung aufgenommen. Die Kinder sollen in der Praxis immer wieder dazu aufgefordert werden, sich die **bekanntesten Darstellungen vorzustellen** und ihre **Vorstellung zu beschreiben**. Diese Vorgangsweise fördert auch ihre Kommunikationskompetenz. Mit den bewährten Karten (im Anhang) können die Kinder beschreiben, was sie darauf sehen. Andere Kinder raten **die entsprechende Anzahl beziehungsweise Darstellungsform**. Ein Beispiel: „Ich habe ein Fingerbild. Ich benötige dafür nur

eine Hand. Der kleine Finger ist eingeklappt.“ Die anderen Kinder werden dabei motiviert, sich diese Vorstellung aufzubauen, damit sie die korrekte Anzahl erraten können.

In diesem Artikel geht es darum verschiedene standardisierte Darstellungsformen einzuführen. Die so aufgebauten standardisierten Darstellungsformen können in weiterer Folge für die Erarbeitung der Zahlzerlegungen sowie den Aufbau der Grundrechenarten genutzt werden.

Literatur

Eckstein, B. (2011). *Mit 10 Fingern zum Zahlverständnis*. Vandenhoeck & Ruprecht.

Frey, M., Gashaj, V., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2024). You can count on your fingers: Finger-based intervention improves first-graders arithmetic learning. *Journal of Experimental Child Psychology*, 244, doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105934

Gaidoschik, M. (2015). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern*. Persen.

Gasteiger, H., & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *Journal of Experimental Child Psychology*, 204, doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105060

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Käpnick, F. & Österreichisches Zentrum für Begabtenförderung und Begabungsforschung (Hrsg.). (2024). *Wege in der Begabungsförderung im Fach Mathematik. Begabungsförderliche Methoden im Mathematikunterricht* (2. überarbeitete und ergänzte Aufl.). Pädagogische Hochschule Salzburg Stefan Zweig.

Konrad, C. E., & Lindtner, M. (2017). Fingerrechnen ≠ Fingerrechnen: Erläuterungen zu zielführender Fingerverwendung beim Aufbau numerischer Kompetenzen im mathematischen Erstunterricht. *Pädagogische Horizonte*, 1 (1), 317-327.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53 (4), 246-262.

Kreilinger, I. L., Moeller, K., & Pixner, S. (2021). Mental simulation and its influence on finger-based numerical representations. *Trends in Neuroscience and Education*, 25, doi:10.1016/j.tine.2021.100167

Kreilinger, I. L., Moeller, K., & Pixner, S. (2022). A longitudinal study on basic numerical skills in early numerical development. *Cognitive Development*, 62, doi: 10.1016/j.cogdev.2022.101182

- Kreilinger, I. L., Roesch, S., Moeller, K., & Pixner, S. (2020). Mastery of structured quantities like finger or dice patterns predict arithmetic performance. *Cognitive Processing*. doi:10.1007/s10339-020-00994-4
- Ifrah, G. (2010). *Universalgeschichte der Zahlen*. Berlin: Haffmans & Tolkemitt.
- Pixner, S., & Dresen, V. (2022). TIGRO - Training in Grundrechenoperationen für Kinder mit Rechenschwäche. Lernserver.
- Poletti, C., Krenger, M., Dupont-Boime, J., & Thevenot, C. (2022). The evolution of finger counting between kindergarten and Grade 2. *Children*, 9, doi.org/10.3390/children9020132
- Roehm, A. (2020). Sprache, Arbeitsgedächtnis und mathematische Kompetenzen von Schulkindern mit SES. *Lernen und Lernstörungen*, 9 (2), 85-96. doi.org/10.1024/2235-0977/a000292.
- Rieckmann, T. (2022). *Internalisierbare Mengenbilder im individualisierten Mathematikunterricht*. Springer Verlag. doi.org/10.1007/978-3-658-38945-1_6
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358 (6389), 749-750.
- Zippert, E., L., Clayback, K., & Rittle-Johnson, B. (2019). Not Just IQ: Patterning Predicts Preschoolers' Math Knowledge Beyond Fluid Reasoning. *Journal of Cognition and Development*, 20, 5, 752-771. doi.org/10.1080/15248372.2019.1658587