

49. Österreichische Mathematik-Olympiade

Vorbereitungskurs „Mathematik macht Freu(n)de“

9. März 2018

Kurswettbewerb für Fortgeschrittene

1. a) Man bestimme alle ganzen Zahlen x , für die gilt:

$$\left\lfloor \frac{x}{20} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{18} \right\rfloor = 3$$

- b) Man beweise, dass es keine ganzen Zahlen x gibt, für die gilt:

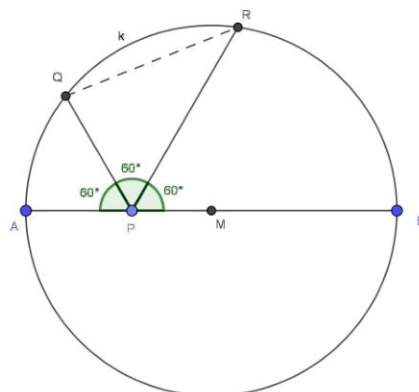
$$\left\lfloor \frac{x}{20} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x}{18} \right\rfloor = 18$$

(Unter $\lfloor x \rfloor$ versteht man die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist.)

2.

Es sei P ein beliebiger Punkt des Durchmessers AB eines Kreises k . Die Punkte Q und R liegen auf demselben Halbkreisbogen über AB und es gilt $\angle APQ = \angle QPR = \angle RPB = 60^\circ$.

Man beweise, dass die Strecke QR gleich lang wie der Kreisradius ist.



3. Es seien x und y positive reelle Zahlen mit $x + y = 4$. Beweise

$$\frac{(2x+1)^2}{x} + \frac{(2y+1)^2}{y} \geq 25$$

Wann gilt Gleichheit?

Arbeitszeit: 3 Stunden