



## 49. Österreichische Mathematik-Olympiade

Vorbereitungskurs „Mathematik macht Freu(n)de“

20 Jänner 2018

### Übungswettbewerb

1. Es seien  $a, b$  positive reelle Zahlen. Beweise:

$$1 + \frac{1}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$$

Wann gilt Gleichheit?

2. • Man bestimme alle positiven ganzzahligen Lösungen der Gleichung  $18x^2 + 2y^2 = 2018$ .  
 • Man beweise, dass die Gleichung  $9x^2 + y^2 = 2018$  keine ganzzahligen Lösungen hat.
3. Über der Strecke  $AB$  ist ein Halbkreis  $k$  errichtet. Der Punkt  $C$  liegt auf  $k$  und es gilt  $\angle CAB = 70^\circ$ . Die Winkelsymmetrale des Winkels  $\angle ABC$  schneidet den Kreis  $k$  in  $D$ . Der Lotfußpunkt von  $B$  auf die Gerade  $DC$  sei  $E$ . (vgl. nachstehende Figur)  
 Bestimme den Winkel  $\delta = \angle CBE$ .

