



## 52. Österreichische Mathematik-Olympiade

Junior\*innen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

2. Oktober 2020

1.)	Löse in den natürlichen Zahlen $x^2 + x \cdot y = 2021$	
2.)	Schreibt man die Zahlen von 1 bis 1000 000 an und bildet man die Summe aller Ziffernsummen der angeschriebenen Zahlen, so erhält man welchen Wert?	
3.)	Zeige, dass für alle positiven Zahlen $a$ die Ungleichung $a + \frac{1}{a} \geq 2$ gilt. Für welche Zahlen $a$ gilt Gleichheit?	
4.)	Löse in den reellen Zahlen: $[x] = \frac{5}{4}x - 2$ <i>Dabei gilt: unter <math>[x]</math> verstehen wir die größte ganze Zahl kleiner oder gleich <math>x</math>.</i>	
5.)	4.) Löse in den reellen Zahlen a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$ b) $x - 4 = \sqrt{3x - 8}$	
6.)	Löse in den positiven ganzen Zahlen $x^3 - y^3 = 117$	
7.)	Für welche Zahlen $k$ hat die Gleichung $x^2 + (2k+1) \cdot x + 4 = 0$ genau eine Lösung?	