



52. Österreichische Mathematik-Olympiade

Junior*innen -Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

23. Oktober 2020

1. Von einem konvexen Viereck $ABCD$ kennt man die Winkel $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$. Die Diagonale BD ist Winkelsymmetrale von β und die Seiten CD und DA sind gleich lang. Wie groß ist der Winkel γ ? [1]
2. In einem Trapez $ABCD$ mit AB parallel zu CD ist die Diagonale BD genau so lang wie die Seite AD . Der Winkel $\gamma = \angle DCB = 102^\circ$ und der Winkel $\epsilon = \angle CBD = 28^\circ$. Wie groß ist der Winkel $\delta = \angle ADB$? [1]
3. Gegeben sei ein Trapez $ABCD$. Auf der Seite AD liegt der Punkt E . Es gilt $\angle ABE = 18^\circ$ und $\angle BEC = 30^\circ$. Bestimme den Winkel $\angle ECD$. [1]
4. In einem Rechteck $ABCD$ ist M der Mittelpunkt der Seite AB und $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 1$. Über der Strecke MD zeichne man ein gleichseitiges Dreieck MDX , derart, dass die Punkte X und A auf verschiedenen Seiten der Geraden MD liegen. Bestimme den Winkel $\angle XCD$.
5. Ein besonderes gleichschenkeliges Dreieck ABC hat folgende Eigenschaft: Die Streckensymmetrale von AB schneidet die Winkelsymmetrale von $\angle CBA$ in einem Punkt P , der auf AC liegt. Wie groß sind die Winkel des Dreiecks?
6. In einem konvexen Viereck $ABCD$ gibt es einen Punkt P mit folgenden Eigenschaften: P ist der Inkreismittelpunkt von ABC und der Umkreismittelpunkt von CDA . Beweise, dass der Winkel $\angle ADC$ stumpf ist. [1]
7. Es sei A der Flächeninhalt, r der Inkreisradius und s der halbe Umfang eines Dreiecks ABC . [1]
Beweise:

$$r = \frac{A}{s}$$

8. Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ und M sei der Mittelpunkt der Seite BC . Der Fußpunkt des Lotes von A auf DM sei P .
Beweise:

$$(a) \overline{AP} = 2\overline{DP}, \quad (b) \overline{DP} : \overline{PM} = 2 : 3, \quad (c) \overline{AB} = \overline{BP}.$$

Literatur

[1] Tom Ballik. *Mathematik-Olympiade (für Anfänger)*. ikon VerlagsGesmbH, 2012.