



52. Österreichische Mathematik-Olympiade

Junior*innen Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“ – Aufgabenblatt für den 04. Juni 2021

Ablauf

Dieses Aufgabenblatt wurde von Josef Pech zusammengestellt.

Wir freuen uns auf deine Fragen und Lösungsvorschläge [per E-Mail](#).

Josef Pech bespricht die Aufgaben mit euch im [virtuellen Olympiade-Kurs](#) am 04. Juni 2021 von 16:20-18:00 Uhr. Kurz darauf ergänzen wir das Blatt um ausgewählte Lösungsvorschläge und Angaben zu den Quellen der Aufgaben.

[Schreibe uns](#), wenn du bei den virtuellen Kursen dabei sein möchtest. Du bist jederzeit willkommen!

Aufgaben

Aufgabe 1. Bestimme alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$xy + 7x + 3y = 12.$$

Aufgabe 2. Gegeben sei ein Trapez $ABCD$ mit $BC = CD = AD$ und $\angle BAD = \angle CBA = 72^\circ$.
Beweise: $AB = AC = BD$.

Aufgabe 3. An der Tafel stehen die natürlichen Zahlen von 1 bis 100. Nacheinander wird folgender Schritt wiederholt durchgeführt:

Zwei Zahlen an der Tafel werden ausgewählt und durch die Einerziffer ihrer Summe und die Einerziffer ihres Produkts ersetzt.

Lässt sich durch geschickte Wahl der jeweils zu ersetzenden Zahlen erreichen, dass irgendwann nur noch gerade Zahlen an der Tafel stehen?

Wenn ja, beschreibe ein mögliches Vorgehen. Wenn nein, begründe, warum das unmöglich ist.

Aufgabe 4. Bestimme alle Primzahlen p , für die $p \cdot (p + 6)$ eine Quadratzahl ist.