



50. Österreichische Mathematik-Olympiade

7. Dezember 2018

Vorbereitungskurs (A) „Mathematik macht Freu(n)de“

A_2018_12_07

<p>1.) Man bestimme alle Tripel reeller Zahlen $(x; y; z)$, die folgendes Gleichungssystem erfüllen: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ $x^3 + y^3 + z^3 = 1$</p>	
<p>2.) Löse in den ganzen Zahlen $x^2 - 8 = y^2$</p>	
<p>3.) Die Quersumme $Q(n)$ einer natürlichen Zahl n ist die Summe ihrer Ziffern. Zeige, dass die Quersumme der Summe von zwei natürlichen Zahlen kleiner oder gleich der Summe der Quersummen der beiden Zahlen ist.</p>	
<p>4.) Sei a eine reelle Zahl. Bestimme die reellen Lösungen der Gleichung $x^3 + a^3 = x^2 - ax + a^2$ in Abhängigkeit von a.</p>	<p>D-Oly 11/12 2.Rde 11/12</p>
<p>5.) Löse in den nichtnegativen ganzen Zahlen $x+y+z = xyz$</p>	<p>E&I S229</p>
<p>6.) Löse in den reellen Zahlen $[x]^2 + [x] = x^2 - \frac{1}{4}$</p>	<p>Stephan Wagner LW 2007</p>
<p>7.) Bestimme alle Primzahlen p, sodass $5^p + 4p^4$ eine Quadratzahl ist.</p>	<p>Heinrich Josef Gstöttner</p>
<p>8.) Löse in den reellen Zahlen $(x-3)(x^2 - 5x + 2)^2 = (x-3)^3$</p>	
<p>9.) Löse in den ganzen Zahlen $(x^2 - y^2)^{3-x-y} = 4$</p>	
<p>10.) Bestimme alle Paare ganzer Zahlen, die Lösungen der Gleichung $ab - a - b = 100$ sind.</p>	
<p>11.) Für welche ganzen Zahlen x ist $4x^2 - 12x - 27$ eine Primzahl?</p>	
<p>12.) Auf einer Geraden g sind 4 Punkte $A_1; A_2; A_3; A_4$ und auf einer Geraden h sind 5 Punkte $B_1; B_2; B_3; B_4$ markiert. Jeder Punkt der Geraden g ist mit jedem Punkt der Geraden h durch eine Strecke $A_i B_k$ verbunden. Wie viele Schnittpunkte dieser Strecken gibt es, wenn keine drei Strecken durch einen Punkt gehen?</p>	