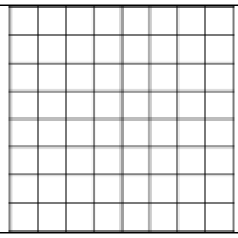
# 50. Österreichische Mathematik-Olympiade

15.März 2019

Vorbereitungskurs (**A**) „Mathematik macht Freu(n)de“

A_2019_03_15

| | |
|---|---|
| 1.) Wie viele Lösungen hat die Gleichung $\left\lfloor \frac{x}{20} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{17} \right\rfloor$ über der Menge der positiven ganzen Zahlen? Dabei bezeichnet $\lfloor a \rfloor$ die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich a ist. | LW 2017; Karl Czakler |
| 2.) In einem 8x8-Quadrat sind alle Gitterlinien eingezeichnet. Man sieht also 64 Quadrate (je mit Inhalt 1x1) und viele weitere Quadrate bzw. Rechtecke. Wie groß ist die Summe der Inhalte aller dargestellten Quadrate? |  |
| 3.) Lässt sich 2019 als Differenz von zwei Quadratzahlen darstellen? Wenn ja, so gib alle Möglichkeiten an. | |
| 4.) Wenn für ganze Zahlen a, b, c, d die Gleichung $7a + 8b = 14c + 28d$ gilt, so ist das Produkt $a \cdot b$ durch 14 teilbar. | LW 2012; W. Janous |
| 5.) Gegeben ist eine Folge natürlicher Zahlen $\langle a_n \rangle$ mit $a_0 = 0$ und $a_{n+1} = 10a_n + (-1)^n$. Bestimme alle in der Folge enthaltenen Quadratzahlen. | GW 1991 |
| 6.) Bestimme alle sechsstelligen, durch 72 teilbaren natürlichen Zahlen X mit folgender Eigenschaft: Zerschneidet man X in drei zweistellige Zahlen a, b, c (von links nach rechts gelesenen), dann gilt $a:b:c = 1:2:3$. | D-Math. Olympiade 2016/2017/8 560813 |
| 7.) Zeige, dass in einem Dreieck mit Umfang $U = 4$ $a^2 + b^2 + c^2 + abc < 8$ gilt. | D-Math. Olympiade 2017/2018/12 571144 |
| 8.) Es gibt keine positiven ganzen Zahlen a, b sodass $4a(a+1) = b(b+3)$ | LW 2005 |
| 9.) Für welche natürlichen Zahlen ist $3^n - n^2$ eine Primzahl? | LW 1997 |