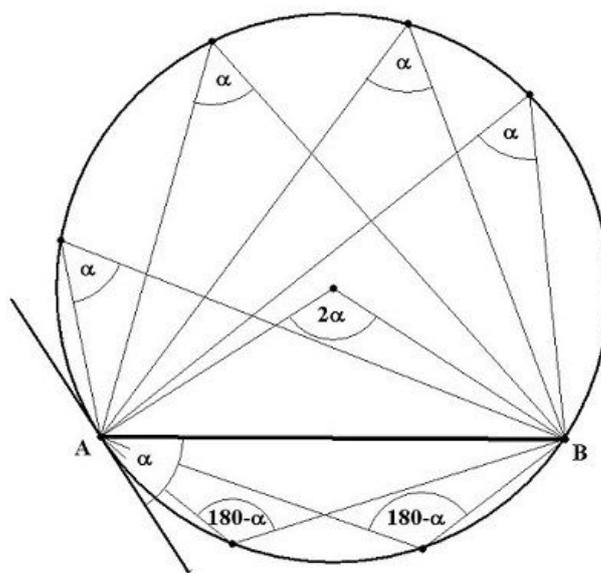


51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Fortgeschrittenen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

11. Oktober 2019

Der Peripheriewinkelsatz (Randwinkelsatz):



- Peripheriewinkel die demselben Kreisbogen zugeordnet sind, sind gleich groß. Sie sind halb so groß wie der zugehörige Zentriwinkel.
 - Zwei Peripheriewinkel sind supplementär, wenn ihre Scheitel auf verschiedenen Kreisbogen b_1 und b_2 liegen, wobei b_1 und b_2 sich zu einem Kreis ergänzen.
 - Der Peripheriewinkel über einer Sehne AB ist genau so groß wie der entsprechende Sehnen– Tangentenwinkel in A bzw. B .
1. Ein Viereck $ABCD$ hat genau dann einen Umkreis, wenn gegenüberliegende Winkel supplementär sind.
Ein Viereck mit Umkreis heißt **Sehnenviereck**.
 2. Beweise, dass sich in jedem Dreieck jede Winkelsymmetrale mit der Streckensymmetrale der gegenüberliegenden Seite in einem Punkt schneidet, der auf dem Umkreis liegt. (**Südpolsatz**.)

3. Spiegelt man den Höhenschnittpunkt eines Dreiecks an den Seiten, so liegen die gespiegelten Punkte auf dem Umkreis.
4. Außerhalb des Quadrates $ABCD$ konstruieren wir über der Seite CD ein rechtwinkeliges Dreieck DCM mit dem rechten Winkel in M .
Zeige, dass die Winkelsymmetrale in M das Quadrat in zwei kongruente Teile teilt.
5. Bestimme in den folgenden Aufgaben jeweils die Größe des Winkels α .
(Aus dem Buch "Mathematik-Olympiade für Anfänger" von Tom Ballik)

