



51. Österreichische Mathematik-Olympiade

JuniorInnen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

14. Februar 2020

Löse die drei Aufgaben! Schreibe jede Lösung systematisch an, beweise alle Argumente!

1. Für die reellen Zahlen x und y gilt $x + y = 20$.

Man beweise, dass

$$x^2 \cdot (4 - y) \geq y^2 \cdot (x - 25)$$

gilt.

2. Anton, Bernd und Christian spielen das Zwanzigerspiel, und das geht so: Jeder bekommt eine Startzahl zugelost und dann addieren sie in der ersten Runde jeweils 20 zu dieser Startzahl. Zur berechneten Zahl addieren sie in jeder weiteren Runde wieder jeweils 20. Sieger ist, wer als erster eine Quadratzahl erreicht.

Wer gewinnt, wenn Anton die Startzahl 45, Bernd die Startzahl 46 und Christian die Startzahl 48 bekommt?

3. Das Dreieck ABC hat die Innenwinkel $\alpha = \angle BAC$, $\beta = \angle CBA$ und $\gamma = \angle ACB$ und es gilt $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 5$. M ist der Umkreismittelpunkt von ABC . Der Kreis durch A , M und C schneidet die Strecke AB in den Punkten A und D .

Man beweise, dass das Dreieck DBC gleichseitig ist.